

УДК 533.9

ЗБІЛЬШЕННЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТРОНА У СТОХАСТИЧНО ДАНОМУ ПОЛІ ТА ГАЗОВИЙ РОЗРЯД

В.М. Остроушко

*Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут» НАН України
 Харків, 61108, вул. Академічна, 1
 E-mail: ostroushko-v@kipt.kharkov.ua*

Received 18 July 2012, accepted 23 November 2012

З'ясовуються можливості застосування результатів робіт з безіткненого нагрівання плазми у стохастичному полі до надвисокочастотного газового розряду низького тиску. Розглянуто рух електрона у стохастично даному полі та показано, що збільшення його енергії визначається наявністю потужності на резонансних частотах, незалежно від наявності чи відсутності стрибків поля, а стохастичність є тільки способом переведення потужності до резонансних частот. Наведено приклади таких стаціонарних стохастичних процесів зі стрибками поля та без стрибків, у яких енергія електрона з часом поступово збільшується, та таких, у яких енергія електрона залишається обмеженою. Проведене порівняння енергії, яку електрон може здобути у обмеженому проміжку під дією поля за наявності та за відсутності зіткнень, та вказано, що в обох випадках хаотичність не підвищує ефективності процесу здобуття електроном енергії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: надвисокочастотний розряд, зіткненне нагрівання, стохастична кореляція, спектр потужності, фаза коливань

УВЕЛИЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНА В СТОХАСТИЧЕСКИ ДАНОМ ПОЛЕ И ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД

В.М. Остроушко

*ННЦ «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины
 Харьков, 61108, ул. Академическая, 1*

Выясняются возможности применения результатов работ по бесстолкновительному нагреву плазмы в стохастичном поле к сверхвысокочастотному газовому разряду низкого давления. Рассмотрено движение электрона в стохастически заданном поле и показано, что увеличение его энергии определяется наличием мощности на резонансных частотах, независимо от наличия или отсутствия скачков поля, а стохастичность является только способом перевода мощности к резонансным частотам. Приведены примеры таких стационарных стохастических процессов со скачками поля и без скачков, в которых энергия электрона со временем постепенно увеличивается, и таких, в которых она остается ограниченной. Проведено сравнение энергии, которую электрон может приобрести в ограниченном промежутке под действием поля при наличии и при отсутствии столкновений, и указано, что в обоих случаях хаотичность не повышает эффективности процесса приобретения электроном энергии.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сверхвысокочастотный разряд, столкновительный нагрев, стохастическая корреляция, спектр мощности, фаза колебаний

ELECTRON ENERGY INCREASE IN STOCHASTICALLY GIVEN FIELD AND GAS DISCHARGE

V.M. Ostroushko

*NSC «Kharkiv Institute of Physics and Technology» NASU
 Kharkiv, 61108, st. Akademicheskaya 1, Ukraine*

Possibilities of application of results of the works for non-collision plasma heating in stochastic field to high frequency low-pressure gas discharge are clarified. An electron motion in the stochastically given field is considered, and it is shown that electrons energy increase is determined with presence of power at resonant frequencies, regardless of presence or absence of field jumps, and stochasticity is only the mean to transfer power to resonant frequencies. There are presented the examples of such stationary stochastic processes with and without of field jumps, in which electron energy gradually increases with time, and the examples of such ones, in which electron energy remains limited. It is compared the energy, which electron can obtain in the bounded gap under field action in presence and in absence of collisions, and it is pointed out that in both cases randomness does not increase the effectiveness of the process of electron energy gain.

KEY WORDS: high-frequency discharge, collisional heating, stochastic correlation, power spectrum, oscillation phase

Останнім часом було виконано певні дослідження надвисокочастотного газового розряду низького тиску у полі, відмінному від синусоїдального [1–6]. Виявлене зниження пробивної потужності у такому полі [1, 4–6]. У числових розрахунках виявлений ефект кращого проходження стохастичного випромінювання через плазмовий шар [1,2]. У експериментах з практично стохастичним випромінюванням згаданий ефект підтверджено [1,3]. При поясненні виявлених ефектів значну увагу приділено стрибкам фази. Як теоретична основа використовується класична робота [7], у якій розглянуто дію стохастичного поля на плазму та отримано певні співвідношення для зміни характеристик плазми з часом. Ідеї роботи [7] були розвинуті у роботі [8] для нагрівання іоносфери стохастичним випромінюванням.

З іншого боку, здавалося б, для надання електрону у проміжку якомога більшої енергії, треба, застосовуючи максимально можливу напруженість поля, на першій половині відстані до електроду прискорювати електрон, а на другій – здійснювати гальмування, яке після зупинки електрона переходить у його

прискорення у протилежному напрямку. Якщо кусково-постійну залежність поля від часу замінити синусоїдальною, з тим саме значенням максимальної напруженості поля, то максимальна енергія електрона у розрядному проміжку зменшується лише у 2 рази (а отримати для застосування синусоїдальну залежність значно простіше). Якщо ж використовувати таку залежність поля від часу, при якій прискорення або гальмування у відповідних половинках проміжку свідомо чи випадково послаблюються або навіть змінюють одне одного, то, здавалося б, максимальне значення енергії електрона у проміжку тільки зменшується (або електрон втрачається для розряду, виходячи на межі). Однак, результати робіт [7,8], у яких було виявлене збільшення енергії електронів у стохастичному полі, на перший погляд, можуть свідчити про можливість отримання якихось переваг від застосування немонохроматичного поля, зокрема, для газового розряду.

Використання результатів роботи [7] у поясненні експериментів [1,3–6] пов'язане із застосуванням у експериментах стохастичної залежності поля від часу, отриманої із залученням позитивного зворотного зв'язку між виходом генератора та входом. У роботі [7] та залежність розглядається як дана (формально, дана тільки кореляційна функція). Але коли мова йде про цілеспрямовану побудову приладу, то природно виникає питання про те, яка залежність від часу є оптимальною по відношенню до ефективної реалізації певних процесів. Тож доцільно з'ясувати, які саме риси використаної у [7] залежності поля від часу ведуть до збільшення енергії електронів при русі без зіткнень, і чи не можна, усунувши хаотичність, посилити ті риси свідомо. А для виявлення тих рис бажано відтворити хід виведення результатів робіт [7,8], і тоді стає зрозумілим, що там фактично було отримано. Але саме, фактично у роботах [7,8] було доведено, що збільшення енергії електронів відбувається завдяки наявності потужності на резонансних частотах (для одного електрона за відсутності сталого магнітного поля – на нульовій частоті), а у стохастичному полі з тією кореляційною функцією, яка у [7,8] використана, потужність є ненульовою на усіх частотах, що і забезпечує збільшення енергії електронів. І тому заміна гармонійної залежності поля від часу якоюсь іншою не може якось особливо підвищити ефективність процесу здобуття електроном енергії. Беззіткненне нагрівання, з яким пов'язують результати експериментів [1,4–6], фактично є простим прискоренням, хіба що у полі зі складною залежністю від часу. І у двох наступних розділах даної роботи обґрунтовується, що для збільшення енергії електронів при русі без зіткнень наявність потужності на резонансних частотах необхідна та достатня, а стрибки поля не є ані необхідними, ані достатніми. Тоді виникає питання про те, на якому процесі насправді ґрунтується запалювання розряду у експериментах [1,4–6]. Таким може бути зіткненне нагрівання. І у останньому розділі показані переваги наявності зіткнень, для збільшення енергії електронів у проміжку.

Отже, мета даної роботи – показати, що беззіткненне нагрівання визначається наявністю потужності на резонансних частотах, і наявність стрибків поля для такого процесу не обов'язкова, а запалювання розряду у експериментах [1,4–6], імовірно, визначається зіткненням нагріванням. Результати даної роботи стосуються надвисокочастотного розряду, і у першу чергу – того напрямку його розвитку, якому присвячені роботи [1,4–6].

СПЕКТРАЛЬНА ГУСТИНА ПОТУЖНОСТІ НА РЕЗОНАНСНИХ ЧАСТОТАХ ТА УСЕРЕДНЕНИЙ ТЕМП ЗМІНИ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМИ

У надвисокочастотному розряді, досліджуваному у експериментах [1,4–6], на електроні діє поле хвилі у коаксіальному хвилеводі, приєднаному до виходу генератора. Використовуються циліндри з радіусами 0,6 см та 2,25 см, а довжина хвилі – 60 см, і у межах відстаней уздовж осі порядку відстані між циліндрами процеси здобуття електронами енергії від поля відбуваються практично синхронно. Від звичайного надвисокочастотного розряду той розряд відрізняється, практично, лише несинусоїдальною залежністю поля від часу. Якщо звернутися до теоретичних робіт [7,8], то у [7] поле хвилі у плазмі (циркулярно поляризованих уздовж сталого магнітного поля та поздовжніх хвилі у ізотропній плазмі) змінює функцію розподілу електронів, а саме загасає, а у [8] поле електромагнітної хвилі діє на пробний електрон. У обох випадках у лінійному наближенні відшукане збурення функції розподілу або швидкість електрона у полі хвилі, а темп повільної зміни відповідних характеристик отримано з використанням усереднення за реалізаціями стохастичного процесу. У роботі [7] для функції розподілу електронів за швидкостями отримане рівняння, яке дозволяє описати зміну функції розподілу як дифузію у просторі швидкостей, причому у [7] встановлено, що ту зміну можна описати через зміну одного параметру – температури. Для з'ясування шляху надходження потужності на збільшення енергії електрона досить розглянути рух одного пробного електрона у відповідним чином змінному полі, як у роботі [8], доповнивши модель сталим магнітним полем, наявним у одному з випадків, розглянутих у роботі [7], і залишаючи поза розглядом характеристики одночасної зміни енергії різних електронів, дані функцією розподілу. Для уточнення фізичного тлумачення результатів, отриманих у [7,8], доцільно відтворити хід їхнього виведення у даній моделі. Тож, розглянемо рух електрона, який перебуває у сталому магнітному полі, спрямованому уздовж осі z , та у електричному полі хвилі, спрямованому уздовж осі x . Магнітне поле характеризується циклотронною частотою ω_H (формально, нульовою, якщо поле відсутнє). Позначимо через $g(t)$ обмежену дійсну функцію, відповідну частині прискорення уздовж осі x , обумовленій тільки змінним електричним полем (без урахування доцентрового прискорення від магнітного поля). Нехай функція $g_t(t)$ визначена рівностями $g_t(t) = g(t)$ при $t \in (-T/2, T/2)$ та $g_t(t) = 0$ при $t \notin (-T/2, T/2)$, а

тільки вказує на перетвір Фур'є,

$$\tilde{g}_T(\omega) = (2\pi)^{-1} \int dt \exp(i\omega t) g_T(t)$$

(тут і далі межі інтегрування за $(-\infty, +\infty)$ не написані). Нехай функція $v_T(t)$ задовольняє початковій умові $v_T(-\infty) = 0$ та рівнянню

$$(d/dt)v_T(t) + i\omega_H v_T(t) = g_T(t), \quad (1)$$

відповідаючи лінійній комбінації $v_{xT}(t) + iv_{yT}(t)$, проекцій швидкості на осі x та y . Вводимо, також, величину $P_T = T^{-1} \int dt g_T(t) \operatorname{Re} v_T(t)$, яку можна пов'язати з усередненим темпом зміни енергії електрона під дією імпульсу $g_T(t)$ з тривалістю T . Розв'язок рівняння (1) має вигляд

$$v_T(t) = \int_{-\infty}^t dt' \exp[i\omega_H(t-t')] g_T(t'). \quad (2)$$

Підставляючи (2) у визначення P_T , отримуємо

$$2TP_T = \int dt \frac{d}{dt} \left\{ \left[\int_{-\infty}^t dt' \cos(\omega_H t') g_T(t') \right]^2 + \left[\int_{-\infty}^t dt' \sin(\omega_H t') g_T(t') \right]^2 \right\} = \left| \int dt \exp(i\omega_H t) g_T(t) \right|^2 = 4\pi^2 |\tilde{g}_T(\omega_H)|^2. \quad (3)$$

Якщо функція $g(t)$ відповідає стаціонарному ергодичному стохастичному процесу, то функції $g(t+t_0)$ з різними t_0 можна розглядати як реалізації процесу. Позначаючи кутовими дужками усереднення за t_0 (хоча і не вказуючи t_0 у аргументах функцій), можна ввести кореляційну функцію $B(t) = \langle g(t+t)g(t') \rangle$ та величини $P = \lim_{\{T \rightarrow \infty\}} \langle P_T \rangle$ та $\tilde{F}(\omega) = \lim_{\{T \rightarrow \infty\}} \langle T^{-1} |\tilde{g}_T(\omega)|^2 \rangle$, пов'язані з усередненим темпом зміни енергії електрона та усередненою спектральною густиною потужності. Використання рівності $\tilde{B}(\omega) = 2\pi \tilde{F}(\omega)$ [9, с. 102] та застосування усереднення та граничного переходу до (3) дає рівність

$$P = 2\pi^2 \tilde{F}(\omega_H), \quad (4)$$

яка показує, що усереднений темп зміни відповідних характеристик визначається спектральною густиною потужності на резонансній частоті.

Саме такому результату відповідають рівності (8,10,12,21,22) роботи [7], для усередненого темпу зміни функції розподілу електронів (8,12,21) та амплітуд хвиль (10,22), у ізотропній плазмі (21,22) та у плазмі у магнітному полі (8,10,12), причому (12) стосується повільних електронів. У правих частинах тих рівностей є добутки вигляду $|\bar{E}|^2 \tilde{V}$, де \bar{E} – амплітуда хвилі, множник при $\exp(-i\omega_k t)$, ω_k – частота хвилі з хвилевим числом k , причому $|\bar{E}|$ змінюється повільно, а \tilde{V} – перетвір Фур'є кореляційного коефіцієнту функції, що залишилася від напруженості поля після винесення множника $|\bar{E}| \exp(-i\omega_k t)$. Внаслідок його винесення, аргументом функції \tilde{V} є не частота, резонансна для електронів даної швидкості, а різниця між нею та ω_k . А сам добуток $|\bar{E}|^2 \tilde{V}$ відповідає перетвору Фур'є кореляційної функції поля, а отже – і спектральній густині потужності. Рівності (8,21,10,22) роботи [7] можна записати, відповідно, так:

$$\partial f_{0H} / \partial t = \pi (2m)^{-2} \sum_k \left\{ \left[v_{\perp}^{-1} + (\partial / \partial v_{\perp}) \right] \left[(1 - kv_z \omega_k^{-1}) S_k^{\pm} \right] + (\partial / \partial v_z) (kv_{\perp} \omega_k^{-1} S_k^{\pm}) \right\}, \quad \partial f_0 / \partial t = \pi m^{-2} \sum_k \bar{k} (\partial / \partial \bar{v}) S_{\bar{k}},$$

$$\partial |\bar{E}_k^{\pm}|^2 / \partial t = 2\pi^2 m^{-1} \omega_k^2 (k^2 c^2 + \omega_k^2)^{-1} \int d\bar{v}_{\perp} S_{\bar{k}}^{\pm}, \quad \partial |\bar{E}_{\bar{k}}|^2 / \partial t = 8\pi^2 m^{-1} \int d\bar{v} (\bar{k}\bar{v}) S_{\bar{k}}.$$

Тут $S_k^{\pm} = q^2 |\bar{E}_k^{\pm}|^2 \tilde{V}(kv_z - \omega_k \mp \omega_H) \left[(1 - kv_z \omega_k^{-1}) (\partial / \partial v_{\perp}) + kv_{\perp} \omega_k^{-1} (\partial / \partial v_z) \right] f_{0H}$, $S_{\bar{k}} = q^2 k^{-2} |\bar{E}_{\bar{k}}|^2 \tilde{V}(\bar{k}\bar{v} - \omega_k) \bar{k} (\partial / \partial \bar{v}) f_0$, v_z та v_{\perp} – паралельні та перпендикулярні магнітному полю компоненти швидкості електронів, q та m – заряд та маса електрона, знаки \pm вказують на спосіб циркулярної поляризації. Також і у роботі [8] у правій частині рівності для усередненого темпу зміни квадрату швидкості присутній перетвір Фур'є кореляційної функції напруженості поля для резонансної (там, нульової) частоти.

Тож, з урахуванням (4), співвідношення, отримані у [7,8], показують, що усереднений темп зміни відповідних характеристик визначається спектральною густиною потужності на резонансних частотах. І якщо коефіцієнт кореляції (визначений як відношення кореляційної функції до усередненого квадрату амплітуди) узяти таким, як у роботах [7, 8], а саме,

$$V(t) = \exp(-|t/\tau|), \quad \tilde{V}(\omega) = \left[\pi (1 + \omega^2 \tau^2) \right]^{-1} \tau, \quad (5)$$

то на будь-якій частоті (зокрема, і на резонансних) є ненульова потужність, і саме це є причиною збільшення енергії електронів.

ДЕЯКІ СТОХАСТИЧНІ ПРОЦЕСИ З ВІДПОВІДНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ КОРЕЛЯЦІЇ ТА СТРИБКИ ПОЛЯ

Варто нагадати, що коефіцієнт кореляції (5) стосується множника при $|\bar{E}| \exp(-i\omega_k t)$, а не усього добутку. Коефіцієнт кореляції (5) мають різні процеси, і параметр τ у них може мати різний фізичний сенс. Один з таких процесів – процес Пуассона з середньою частотою τ^{-1} , утворений кусково-постійними значеннями, у якому імовірність відсутності змін протягом часу t після попередньої зміни дорівнює $\exp(-t/\tau)$, а імовірності отримати після зміни протилежні значення однакові. Зокрема, у випадку кусково-постійних значень $\exp(i\phi)$ з $\phi \in (0, 2\pi)$ процес асоціюється зі стрибками фази. Як другий приклад процесу з коефіцієнтом кореляції (5) можна узяти процес [10, с. 94], кожна реалізація якого дана сумою імпульсів $\pm f_1(t-t_n)$, де знаки (\pm) випадкові, незалежні та рівномірні, моменти часу t_n відповідають процесу Пуассона з середньою частотою ν (послідовні, $t_{n+1} > t_n$, випадкові та незалежні), а функція $f_1(t)$ визначена рівностями $f_1(t) = \exp(-t/\tau)$ при $t > 0$ та $f_1(t) = 0$ при $t < 0$.

У зв'язку з результатами робіт [1,2], тут варто зауважити, що при проходженні через будь-які лінійні середовища сигнали з однаковою частотною залежністю модуля перетвору Фур'є (хоча б і з різними фазово-частотними характеристиками) дають однакові значення пропущеної та відбитої енергії (у зв'язку з можливістю застосувати перетворення Фур'є та незалежністю поширення різних гармонік). І хоча функція $\tilde{F}(\omega)$ (спектральна густина потужності) стає функцією з обмеженою зміною тільки з допомогою усереднення за реалізаціями, без якого функція $T^{-1} |\tilde{g}_T(\omega)|^2$ при збільшенні T залишається суттєво змінною на усе менших інтервалах частоти, усе-таки, якщо для того лінійного середовища виконується природне припущення про обмеженість зміни функцій, які описують залежності модулів коефіцієнтів проходження та відбиття від частоти, то для будь-якого інтервалу частоти значення пропущеної та відбитої енергії при збільшенні T наближаються до значень, відповідних сигналу з усередненою спектральною густиною потужності $\tilde{F}(\omega)$, незалежно від фазово-частотних характеристик. Якщо ж середовище нелінійне, то значення пропущеної та відбитої енергії залежать не тільки від фазово-частотної характеристики сигналу, а й від його амплітуди.

Повертаючись до відповідного імпульсного стохастичного процесу з функцією $f_1(t)$ та замінюючи її на функцію $f_2(t)$, визначену рівністю $f_2(t) = \exp(-\tau^{-2}t^2)$, для коефіцієнта кореляції отримуємо рівності

$$V(t) = \exp(-2^{-1}\tau^{-2}t^2), \quad \tilde{V}(\omega) = (2\pi)^{1/2} \tau \exp(-2^{-1}\omega^2\tau^2),$$

які теж відповідають поступовому систематичному збільшенню енергії електронів, хоча стрибків у функції $f_2(t)$ немає.

Але якщо у визначенні відповідного стохастичного процесу з імпульсами $\pm f(t-t_n)$ змінити один пункт і зробити знаки (\pm) почерговими, тобто визначити реалізації як суми доданків $(-1)^n f(t-t_n)$, то, позначаючи $b(t) = \int dt' f(t') f(t'+t)$, для кореляційної функції можна отримати рівності

$$B(t) = \nu \left[b(t) - \nu \int d\xi \exp(-2\nu|\xi-t|) b(\xi) \right], \quad \tilde{B}(\omega) = (\omega^2 + 4\nu^2)^{-1} \omega^2 \nu \tilde{b}(\omega).$$

Викладемо коротко хід виведення. При обчисленні кореляційної функції можна інтегрувати за часом добуток одного доданку, $(-1)^n f(t-t_n)$, з усією сумою (з $t'+t$ замість t' у аргументі) та усереднювати за номером обраного доданку, що дає загальний множник ν (середню частоту імпульсів). Враховуємо, що для розглянутого процесу Пуассона, при $n \geq 0$, $\xi > 0$, різниця $t_{\pm(n+1)} - t_0$ (інтервал часу між імпульсами) належить малому інтервалу $(\pm\xi, \pm\xi + d\xi)$ з імовірністю $d\xi \nu (n!)^{-1} (\nu\xi)^n \exp(-\nu\xi)$. Множимо імовірність на $(-1)^n$ та беремо суми за n , за попередніми та за наступними імпульсами, отримуючи експоненту з множником 2 у показнику як добуток експоненти, написаної у імовірності явно, з експонентою, одержаною при підсумовуванні. Нарешті, виконуємо інтегрування за часом ξ між імпульсами та додаємо внесок добутку обраного імпульсу із самим собою. Отримана кореляційна функція, у зв'язку з виконанням рівності $\tilde{B}(0) = 0$, відповідає відсутності поступового систематичного збільшення енергії електронів, у даному разі – через компенсацію внеску почергових імпульсів.

За відсутності сталого магнітного поля здобуття енергії електроном визначається величиною перетвору Фур'є поля при нульовій частоті, яка відіграє роль резонансної. З визначення усередненої спектральної густини потужності та її зв'язку з перетвором Фур'є кореляційної функції випливає, що величина $\tilde{B}(0)$ може бути обмеженою та ненульовою тільки у разі, коли при збільшенні величини T інтервалу часу, у якому $g_T(t) \neq 0$,

величина інтегралу $\int dt g_T(t)$ збільшується, у середньому, як $T^{1/2}$. Згаданий інтеграл пропорційний зміні швидкості електрона у полі протягом часу T , і припущення про те, що $\tilde{B}(0) \neq 0$, виявляється пов'язаним зі збільшенням енергії електрона лінійним за часом. А стала складова поля (величина якого пропорційна $g(t)$) за таких умов у середньому відсутня (у тому сенсі, що $\lim_{\{T \rightarrow \infty\}} \left\{ T^{-1} \int dt g_T(t) \right\} = 0$), хоча будь-яка зміна енергії електрона можлива лише завдяки ненульовому значенню згаданого інтегралу.

Переходячи до ролі стрибків фази, слід відзначити, що у роботі [7] стрибки фази згадані лише при описі однієї з моделей, до якої застосовні результати, та при проведенні аналогії із зіткненням нагріванням. А саме, у вступі згадано модель плазми, складеної з областей, де наявні хвилі з однаковими амплітудами, але неузгодженими фазами, і електрон, проходячи межу, переходить у поле іншої хвилі. Слід підкреслити, що мова тут іде не про стрибки фази хвилі у фіксованій точці простору (така фаза при слабкій нелінійності змінюється з часом практично лінійно), а про стрибки фази, відповідні руху електрона відносно хвиль. Що стосується швидкої, з порушенням лінійності за часом, зміни фази хвилі у даній точці простору, то для її здійснення треба швидко перетворити різні види енергії, притаманні відповідній хвилі, і незмінність амплітуди може бути порушена. Втім, якщо у співвідношеннях (8,12,21) роботи [7], для темпу повільної зміни функції розподілу електронів, добутки вигляду $|\bar{E}|^2 \tilde{V}(\omega)$ з відповідними ω замінити перетворами Фур'є кореляційної функції поля, то співвідношення залишаються застосовними і за наявності стрибків амплітуди. У будь-якому разі, отримані у [7,8] результати однакові для процесів з однаковою залежністю коефіцієнта кореляції компонент поля від часу, тож немає підстав пов'язувати ті результати зі стрибками якось визначеної фази.

До того ж, при спробі дати загальне визначення фази, для довільної залежності функції від часу, виникають певні проблеми. Якщо вимагати, щоб фазу у даний момент часу можна було визначити на основі інформації про зміну відповідної величини протягом обмеженого інтервалу часу, який передує даному моменту, вимагаючи також, щоб значення фази не залежало від вибору початку відліку часу та одиниць вимірювання часу та відповідної змінної величини, то різним ділянкам лінійного зростання додатної величини треба приписати однакове (з точністю до доданку 2π) значення фази (у зв'язку з можливістю перевести кожен таку ділянку у частину головної діагоналі декартової площини з кінцем у точці (1,1) відповідним лінійним перетворенням часу та самої величини), і тоді у випадку, коли апроксимація першої чверті періоду синусоїди виконується як завгодно великою сукупністю інтервалів лінійної залежності поля від часу, усім тим інтервалам має бути приписане однакове значення фази, а тоді немає граничного переходу визначеної так фази до звичайної фази синусоїдальної залежності. А якщо визначати фазу через приписування екстремумам та нулям значень фази, кратних $\pi/2$, доповнене якимись правилами інтерполяції, то тоді для визначення фази у даний момент часу буде потрібна інформація про те, коли у майбутньому буде досягнутий найближчий нуль або екстремум, і така фаза, для визначення якої потрібно знати майбутнє, не може бути причиною теперішнього значення будь-якої величини (зокрема, енергії електронів).

Щодо стрибків поля, слід, також, враховувати, що миттєва зміна нормальної до якоїсь поверхні компоненти напруженості електричного поля на ненульову величину потребує, за рівнянням Максвелла для струмів, нескінченних значень дотичних до поверхні компонент магнітного поля або густин струмів.

ЗДОБУТТЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТРОНОМ У ПОЛІ ЗА НАЯВНОСТІ ТА ЗА ВІДСУТНОСТІ ЗІТКНЕНЬ

Як зазначено вище, збільшення енергії електрона у полі відбувається завдяки наявності потужності на резонансних частотах і зі стрибками поля безпосередньо не пов'язане. Зокрема, за відсутності сталого магнітного поля, збільшення енергії пробного електрона пов'язане з потужністю на нульовій частоті (зі сталою складовою електричного поля, яка виникає флукутаивно). Однак деяка подібність між стрибками поля та практично миттєвими змінами фази коливання електрона у синусоїдальному полі при зіткненні з нейтралами існує, і, на перший погляд, може дати надію на якість беззіткненне нагрівання електронів, подібне до зіткненого. Щоб порівняти можливість надати електрону потрібну енергію при коливаннях із зіткненнями та без зіткнень, розглянемо процес зіткненого нагрівання докладніше. Розглядаємо випадок, коли частота коливань значно більша від частоти зіткнень, тобто коливання не є дрейфовими.

Іонізація без зіткнень неможлива, а характерна довжина λ прольоту електрона між пружними зіткненнями, зазвичай, значно менша від довжина λ_i його прольоту між іонізаціями, $\lambda \ll \lambda_i$, і тому електрони до здійснення іонізації, у середньому, беруть участь у значній кількості пружних зіткнень. При поєднанні зіткнень з гармонійною зміною поля середня енергія електронів з часом збільшується. Якби була можливість керувати пружними зіткненнями та підставляти нейтралі під удар у моменти, коли поле змінює напрямок, щоб електрон не рухався проти поля, тоді б швидкість електрона збільшувалася лінійно за часом, а енергія – квадратично. У разі ж хаотичних зіткнень енергія електронів збільшується лінійно за часом (зіткненне нагрівання), у середньому, у розрахунку на одне зіткнення – на величину $2 \bar{W}$, де \bar{W} – усереднена за період коливальна енергія електрона, $\bar{W} = mu^2 / 4$, u – амплітуда швидкості коливального руху [11, с. 98].

