УДК 538.9

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ТОРОИДАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

И.Н. Марущенко, Н.А. Азаренков
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
пр. Курчатова 31, 61108 Харьков, Украина
E-mail: i.marushchenko@gmail.com
Received 24 October 2012, accepted 15 November 2012

В статье предлагается релятивистская формулировка для уравнений неоклассического столкновительного переноса в горячей плазме, удерживаемой в тороидальных системах, сохраняющая формальную структуру стандартной (нерелятивистской) теории и позволяющая включить релятивистское рассмотрение в стандартные транспортные коды с минимальными изменениями. Все формулировки базируются на релятивистских дрейфовых уравнениях движения и релятивистском дрейфово-кинетическом уравнении. Благодаря прозрачной физической интерпретации и формальному сходству с общепринятой теорией столкновительного переноса предлагаемая формулировка позволит произвести количественную верификацию области применимости нерелятивистских результатов предсказываемых неоклассической теорией переноса в горячей плазме.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: релятивистская плазма, кинетика, неоклассическая теория переноса.

RELATIVISTIC TRANSPORT EQUATIONS IN TOROIDAL PLASMAS

I. Marushchenko, N.A. Azarenkov
V. N. Karazin Kharkiv National University
31 Kurchatov St., Kharkov, 61108, Ukraine

Relativistic formulation for the equations describing a neoclassical collisional transport in hot plasmas confined in toroidal systems, which conserves a formal structure of the standard (non-relativistic) theory and allows to include the relativistic consideration in the standart transport codes with minimal changes, is proposed. All formulations are based on the relativistic drift equations of motion and relativistic drift-kinetic equation. Due to a transparent physical interpretation and formal similarity to the generally accepted theory of collisional transport, the proposed formulation allows one to produce a quantitative verification of the validity range of nonrelativistic results predicted by the neoclassical transport models in hot plasmas.
KEY WORDS: relativistic plasma, kinetics, transport equations.

РЕЛЯТИВІСТСЬКІ РІВНЯННЯ ПЕРЕНОСУ У ТОРОЇДАЛЬНОЙ ПЛАЗМІ

І.М. Марущенко, М.О. Азарєнков
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
пр. Курчатова 31, 61108 Харків, Україна

У статті запропоновано релятивістське формулювання для рівнянь неокласичного зіткневого переносу у гарячій плазмі, що утримується у тороїдальних системах, яке зберігає формальну структуру стандартної (нерелятивістської) теорії та дозволяє включити релятивістське розглядання у стандартні транспортні коди з мінімальними змінами. Усі формулювання базуються на релятивістських дрейфових рівняннях руху та релятивістському дрейфово-кінетичному рівнянні. Завдяки прозорої фізичної інтерпретації та формальному східству з загальноухваленою теорією зіткневого переносу запропоноване формулювання дозволить провести кількісну верифікацію області застосовності нерелятивістських результатів, що передбачаються неокласичною терією переносу в гарячій плазмі.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: релятивістська плазма, кінетика, рівняння переносу.

Релятивистский подход к описанию плазмы вызывает в последние годы значительный интерес. Понимание того, что плазма в астрофизике должна рассматриваться как релятивистская [1], привело к развитию ковариантного лоренцевского формализма в кинетике и статистической физике [2], на основе которого была развита самосогласованная релятивистская магнитогидродинамика [3]. Также были изучены специфические свойства кинетики и равновесия в релятивистской заряженной плазме [4,5]. Релятивистская кинетика была применена к изучению высокостолкновительной плотной плазмы, производимой мощным лазерным импульсом [6] и к столкновительной релаксации в плазме высокоэнергетических популяций электронов [7].

Поскольку ядерные реакции синтеза в термоядерных реакторах требуют высоких температур, роль релятивистских эффектов для электронов в тороидальных устройствах также становится актуальным вопросом. В принципе, релятивистские эффекты не оказывают сильного влияния на транспортные процессы в нынешних стеллараторах и токамаках, но они требуют изучения уже для строящегося сейчас ИТЭРа [8,9,10], где ожидаемые температуры будут на уровне 20 - 35 кэВ, и тем более для ДЕМО [11,12] и безнейтронных реакторов [13,14,15], которые потребуют температур порядка 60 - 100 кэВ.

Общее мнение о пренебрежимо малой роли релятивистских эффектов в процессах переноса основано на предположении, что они важны только лишь для высокоэнергетических электронов с энергиями порядка $m_{e0}c^2$ (например, убегающие электроны в токамаках [16]), тогда как основная масса электронов остается скорее нерелятивистской даже при высоких температурах. Но в то же время релятивистские эффекты могут возникать из макроскопических свойств распределения Юттнера [2], называемого также релятивистским распределением Максвелла [17]. В частности, в отличие от классической функции распределения Максвелла, форма релятивистского распределения Юттнера-Максвелла зависит от температуры и роль теплового ядра функции распределения с увеличением температуры уменьшается.

В данной работе предложены удобные релятивистские формулировки для уравнений баланса и радиальных потоков частиц и энергии, сохраняющие традиционную структуру уравнений столкновительного переноса в тороидальной плазме. При получении уравнений мы ограничились детальным рассмотрением лишь радиальных потоков частиц и тепла, поскольку рассмотрение параллельных потоков является более сложным и требует дополнительно решения задачи Спитцера [18,19] с учётом релятивистских эффектов, что является отдельной проблемой и будет рассмотрено в последующих работах.

Цель работы: предложить наиболее простую и удобную модель, учитывающую релятивистские эффекты, для количественной верификации области применимости нерелятивистских результатов, предсказываемых неоклассической теорией переноса в горячей плазме.

ОБЩИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Следуя стандартной процедуре вывода уравнений переноса [18,19], рассмотрение проблемы начнём с дрейфово-кинетического уравнения (ДКУ) для релятивистских электронов. При выводе уравнений неоклассического переноса в тороидальной плазме используются стандартные предположения о том, что плазма является сильно замагниченной, а такие её параметры как плотность и температура всех компонент плазмы являются функциями только метки магнитной поверхности ψ, т. е. $n_{e,i}(\psi)$ и $T_{e,i}(\psi)$.

Вводя в качестве переменных импульс на единицу массы покоя $u = p/m_{e0} = \gamma v$ (здесь $\gamma = (1 + u^2/c^2)^{1/2}$ - релятивистский фактор Лоренца) и питч $\xi = u_{\|}/u$, а также учитывая сохранение при движении электрона нормализованного магнитного момента, $\dot{\lambda} = 0$, где $\lambda = (1 - \xi^2)/b$ (здесь, $b = B/B_0$ - нормированное магнитное поле), дрейфово-кинетическое уравнение для функции распределения релятивистских электронов может быть написано в консервативной форме (все значения величин и все операторы здесь относятся к ведущему ларморовскому центру электронов):

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + \mathrm{div}(\dot{\mathbf{X}} f_e) + \frac{1}{u^2}\frac{\partial}{\partial u}(u^2 \dot{u} f_e) = C_e(f_e) + S. \tag{1}$$

В правой части уравнения S описывает внешний источник. Кулоновский оператор $C_e(f_e) = C_{ee}[f_e,f_e] + C_{ei}[f_e,f_i]$ должен быть рассмотрен в релятивистском приближении [17,20]. Ниже предполагается, что функция распределения ионов является максвелловской, $f_i = f_{iM}$, и нерелятивистское приближение при типичных для термоядерного синтеза температурах является для них совершенно достаточным.

Общее определение релятивистской дрейфовой скорости заряженных частиц в сильном магнитном поле произвольной геометрии, $\dot{\mathbf{X}}$, было получено в работах [21,22] путем формального разложения по малому параметру, в качестве которого было принято отношение ларморовского радиуса к характерному масштабу изменения магнитного поля. В рассматриваемом здесь случае достаточно применить упрощенную форму релятивистских дрейфовых уравнений движения [23], записанную в форме, принятой в теории переноса [18,19], где пренебрегается гамильтоновой несжимаемостью элемента фазового объёма (этот фактор важен в гирокинетике [18]). Опуская затем все члены пропорциональные $\nabla\times\mathbf{B}$, которые не дают вклада в процессы переноса, можно получить выражение для дрейфовой скорости,

$$\dot{\mathbf{X}} = \frac{u\xi}{\gamma}\mathbf{h} + \mathbf{V}_{dr}; \quad \mathbf{V}_{dr} = \frac{c}{B^2}[\mathbf{E}_\perp \times \mathbf{B}] + \frac{m_{e0} c u^2 (1+\xi^2)}{2e\gamma B^3}[\mathbf{B}\times\nabla B], \tag{2}$$

где $\mathbf{h} = \mathbf{B}/B$ является единичным вектором в направлении магнитного поля, а $\mathbf{E}_\perp = -\nabla\Phi$ - радиальное электрическое поле. Первый член в выражении для $\mathbf{V}_{dr}$ описывает поперечный дрейф по поверхности, тогда как второй член описывает сдрейфовывание частиц с магнитной поверхности, из-за которого, собственно, и происходит генерация поперечных неоклассических потоков. В этом же приближении записывается уравнение для $\dot{u}$ (в предположении что $\partial\Phi/\partial t = \partial B/\partial t = 0$):

$$\dot{u} = \frac{e}{m_{e0}}\frac{\gamma}{u}\dot{\mathbf{X}}\cdot(E_{\|}^{A}\mathbf{h} + \mathbf{E}_\perp), \tag{3}$$

где первый член в правой части описывает ускорение заряженных частиц за счёт продольного электрического поля, а второй член описывает работу радиального электрического поля, возникающую при поперечном дрейфе за счёт ∇B.

Вывод уравнений переноса основан на предположении малости отклонения от теплового равновесия, описываемого для релятивистских электронов функцией распределения Юттнера-Максвелла [2,17], которую удобно представить в следующем виде [24]:

$$f_{eJM}(\psi,u) = \frac{n_e(\psi)}{\pi^{3/2}u_{th}^3}C_{JM}(\mu_r)e^{-\mu_r(\gamma-1)}. \tag{4}$$

Здесь $\mu_r = m_{e0}c^2/T_e(\psi)$ и $u_{th} = p_{th}/m_{e0}$ - тепловой импульс на единицу массы с $p_{th} = \sqrt{2m_{e0}T_e(\psi)}$. Функция распределения нормализована на плотность, $\int d^3u\, f_{eJM} = n_e(\psi)$, и

$$C_{JM}(\mu_r) = \sqrt{\frac{\pi}{2\mu_r}}\frac{e^{-\mu_r}}{K_2(\mu_r)} \simeq 1 - \frac{15}{8\mu_r} + ... \ (\mu_r \gg 1), \tag{5}$$

где $K_n(x)$ - модифицированная функция Бесселя второго рода n-го порядка.

Отметим одно важное отличие от нерелятивистского случая: форма нерелятивистской функции Максвелла, задаваемая экспонентой $\exp(-x^2)$, никак не зависит от температуры, тогда как в релятивистском распределении Юттнера-Максвелла вес теплового ядра падает (этот эффект можно легко оценить из формулы (5)), а относительный вес хвостов возрастает с увеличением температуры T_e (в этом легко убедиться, представив в (4) показатель экспоненты в виде $\mu_r(\gamma - 1) = 2x^2/(\gamma + 1)$, где $x = u/u_{th}$).

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Градиенты плазменных параметров в тороидальной плазме вызывают возмущение в плазме, которое может быть представлено как отклонение функции распределения от термодинамически равновесного распределения Юттнера-Максвелла, $f_{e1} = f_e - f_{eJM}$ (как обычно, предполагается, что $\int d^3u\, f_{e1} = 0$, т.е. плотность остаётся невозмущённой). В тороидальной плазме f_{e1} является в общем случае функцией не только импульса и магнитного момента, но и пространственных координат - тороидального и полоидального углов на данной магнитной поверхности, т.е. $f_{e1} = f_{e1}(\psi,\theta,\varphi;\ u,\lambda)$, и все одномерные уравнения переноса должны быть получены усреднением по магнитной поверхности ДКУ уравнения (1), взятого с соответствующим весом. Поскольку в данной работе нас интересуют лишь уравнения для моментов ДКУ в тороидальной плазме, являющихся транспортными уравнениями, здесь не обсуждаются способы решения соответствующего линейного дрейфово-кинетического уравнения для f_{e1} (этот вопрос является предметом отдельного рассмотрения), но предполагается, что такое решение известно с достаточной точностью. Ниже предложена релятивистская формулировка одномерных уравнений переноса, а также даны определения потоков частиц, энергии и тепла в релятивистском приближении.

Интегрируя и усредняя (1) на магнитной поверхности, $\langle\int d^3u...\rangle$, где $\langle A\rangle = (\int ds/B)^{-1}\int A ds/B$ (здесь, ds - дифференциал вдоль магнитной силовой линии, покрывающей магнитную поверхность), мы получаем искомое уравнение баланса частиц,

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{1}{V'}\frac{\partial}{\partial\psi}V'\Gamma_e^{\psi} = S_n, \tag{6}$$

где $V' = dV/d\psi$ и V - объем, заключенный внутри магнитной поверхности ψ. Источник частиц определяется как

$$S_n = \left\langle \int d^3u\, S \right\rangle. \tag{7}$$

Здесь и ниже источник учитывается только в уравнениях для моментов и предполагается отсутствующим в линеаризованном уравнении для функции распределения f_{e1} (это возможно, когда характерные времена источников много больше, чем характерные времена столкновительной релаксации). Радиальный поток частиц определен здесь как

$$\Gamma_e^{\psi} = \langle \mathbf{\Gamma}_e \cdot \nabla\psi \rangle = \left\langle \int d^3u\, (\mathbf{V}_{dr}\cdot\nabla\psi) f_{e1} \right\rangle, \tag{8}$$

где $\mathbf{V}_{dr}\cdot\nabla\psi$ есть радиальная (контрвариантная) компонента дрейфовой скорости, а f_{e1} является решением релятивистского линеаризованного дрейфово-кинетического уравнения, которое можно получить из (1).

Видно, что и уравнение для плотности (6), и выражение для потока частиц (8) формально совпадают с нерелятивистскими [18,19] с той лишь разницей, что дрейфовая скорость и функция распределения теперь должны быть вычислены в релятивистском приближении. Формально выражение (8) не обладает релятивистской инвариантностью, однако естественное для тороидальной плазмы условие $|V_e^{\psi}|/\langle|\nabla\psi|\rangle << c$, где $V_e^{\psi} \equiv \Gamma_e^{\psi}/n_e$ - скорость потока частиц, позволяет легко пренебречь этим нарушением. Это условие выполняется всегда, когда применимо неоклассическое разложение, и лоренцевская инвариантность не играет никакой роли для дальнейшего рассмотрения.

Уравнение баланса энергии также может быть записано в виде, формально совпадающим со стандартным нерелятивистским. Для этого, однако, требуется ввести дополнительную величину. В отличие от классического линейного соотношения между температурой T_e и внутренней энергией $W_e^{(cl)}$, содержащейся в функции распределения Максвелла, $W_e^{(cl)} = \int(m_{e0}v^2/2)f_{eM}d^3v = (3/2)n_eT_e$ (аналогичное определение «температуры» применялось Брагинским [25] для произвольной функций распределения), внутренняя энергия, содержащаяся в релятивистской функции распределения Юттнера-Максвелла, $W_e = \int m_{e0}c^2(\gamma-1)f_{eJM}(u)d^3u$, является сложной функцией температуры. Поэтому удобно ввести величину T_e^R, которая определяется из условия $W_e = (3/2)n_eT_e^R$ и является релятивистским аналогом температуры,

$$T_e^R \equiv \frac{2}{3n_e}\int m_{e0}c^2(\gamma-1)f_{eJM}(u)d^3u = \left(1+\frac{2}{3}R\right)T_e. \tag{9}$$

Релятивистская поправка R здесь определена как

$$R(\mu_r)=\mu_r\left(\frac{K_3}{K_2}-1\right)-\frac{5}{2}\simeq\frac{15}{8\mu_r}+\dots\,(\mu_r\gg 1). \tag{10}$$

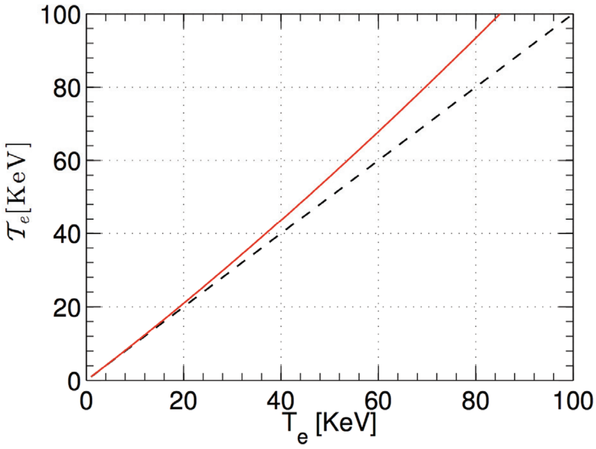

Рисунок. Релятивистский аналог температуры, T_e^R, показан как функция температуры T_e.

Это определение согласуется с выражением для полной релятивистской энергии (включая энергию покоя), приведенным в [2,26].

На рисунке величина T_e^R представлена как функция температуры. Видно, что в нерелятивистском пределе они совпадают, однако при достаточно больших температурах разница становится существенной. Важно отметить, что при расчете профиля температуры с помощью сформулированного ниже релятивистского уравнения баланса энергии (по аналогии с нерелятивистским уравнением) будет рассчитываться именно величина T_e^R, которая даёт завышенное значение по сравнению с реальной температурой.

Интегрируя (1) с весом $m_{e0}c^2(\gamma-1)$ и усредняя по магнитной поверхности, получаем уравнение баланса энергии,

$$\frac{3}{2}\frac{\partial n_e T_e^R}{\partial t}+\frac{1}{V'}\frac{\partial}{\partial\psi}V'Q_e^{\psi}=-P_{ei}-\langle \mathbf{j}_e\cdot\mathbf{E}\rangle+S_E. \tag{11}$$

Отметим, что величина $n_eT_e^R$ здесь не может быть интерпретирована как давление, хотя она играет в релятивистском уравнении баланса энергии ту же роль, что и давление $p_e = n_eT_e$ в соответствующем нерелятивистском уравнении, и в классическом пределе совпадает с ним.

Неоклассический радиальный поток энергии в (11) определен, аналогично (8), как

$$Q_e^{\psi}=\langle \mathbf{Q}_e\cdot\nabla\psi\rangle=\left\langle\int d^3u\, m_{e0}c^2(\gamma-1)(\mathbf{V}_{dr}\cdot\nabla\psi)f_{e1}\right\rangle. \tag{12}$$

Первый член в правой части (11), P_{ei}, описывает скорость обмена энергией между релятивистскими электронами и ионами, где каждая компонента плазмы имеет своё распределение Максвелла со своими плотностью и температурой,

$$P_{ei}=-\int m_{e0}c^2(\gamma-1)C_{ei}[f_{eJM},f_{iM}]d^3u. \tag{13}$$

Подставляя в (13) релятивистский кулоновский оператор столкновений [17] и принимая во внимание, что $m_i >> m_{e0}$, можно получить выражение для скорости энергообмена в следующей форме:

$$P_{ei}\simeq P_{ei}^{(cl)}C_{JM}(\mu_r)\left(1+\frac{2}{\mu_r}+\frac{2}{\mu_r^2}\right), \tag{14}$$

где $P_{ei}^{(cl)} = (4/\pi^{1/2})\nu_{e0}(m_{e0}/m_i)n_iZ_i^2(T_e-T_i)$ – стандартное нерелятивистское выражение для скорости обмена энергией электронов с ионами за счет кулоновского взаимодействия, и $\nu_{e0} = 4\pi n_e e^4\ln\Lambda/(m_{e0}^2u_{th}^3)$, где $\ln\Lambda$ - кулоновский логарифм. Релятивистские поправки в (14) сгруппированы в отдельный фактор, который в нерелятивистском пределе, $c\to\infty$, стремится к единице.

Второй член, $\langle \mathbf{j}_e\cdot\mathbf{E}\rangle$, описывает как работу радиального электрического поля, $E_\psi = -\,\partial\Phi/\partial\psi$, над радиальным потоком частиц, возникающим при поперечном дрейфе в неоднородном магнитном поле, так и джоулевский нагрев электронов внешним продольным индуктивным электрическим полем, $E_{\|}$. Здесь ток электронов может быть записан как

$$\mathbf{j}=-e\Gamma_e=-e\Gamma_e^{\psi}\nabla\psi+\frac{\langle j_{\|}B\rangle}{\langle B^2\rangle}\mathbf{B}. \tag{15}$$

Продольный ток,

$$\langle j_{\|}B\rangle=-e\left\langle B\int d^3u\frac{u\xi}{\gamma}f_{e1}\right\rangle, \tag{16}$$

который представляет собой реакцию плазмы на продольное электрическое поле, $\langle E_{\|}B\rangle$, может быть вычислен при помощи самосопряженности оператора столкновений (“adjoint approach”), если известно решение задачи

Спитцера [27] (это отдельная проблема и она не обсуждается в этой статье; предполагается лишь, что решение релятивистской задачи Спитцера известно).

Третий (последний) член в правой части (11), S_E, описывает все источники и стоки энергии (к примеру, ВЧ-нагрев, а также потери энергии на тормозное излучение при *e/e* и *e/i* столкновениях):

$$S_E = \left\langle \int d^3u\, m_{e0} c^2 (\gamma - 1) S \right\rangle. \tag{17}$$

Удобно также выделить из полного потока энергии $\mathbf{Q}_e$ поток тепла за счёт теплопроводности $\mathbf{q}_e$, отделив его от конвективного потока энергии $\mathbf{I}_e$, непосредственно связанного с потоком частиц: $\mathbf{Q}_e = \mathbf{q}_e + \mathbf{I}_e$. Как и в нерелятивистском приближении, последний состоит из двух частей, представляющих собой поток внутренней энергии ансамбля частиц, $W_e = n_e T_e R$, и тепла, $n_e T_e$, которые переносятся плазмой, движущейся со скоростью $\mathbf{V}_e = \mathbf{\Gamma}_e / n_e$, т.е. $\mathbf{I}_e = \mathbf{V}_e W_e + T_e \mathbf{\Gamma}_e$. Тогда, в соответствии с (9), получаем

$$Q_e^{\psi} = q_e^{\psi} + \left(\frac{5}{2} + R\right) T_e \Gamma_e, \tag{18}$$

где $q_e^{\psi} = \langle \mathbf{q}_e \cdot \nabla\psi \rangle$. Это определение имеет тот же смысл, что и соответствующее нерелятивистское выражение, но включает релятивистскую поправку $R(\mu_r)$. В нерелятивистском пределе $R \to 0$ и (18) совпадает со стандартным нерелятивистским выражением [18,19]. Важно отметить, что, интерпретируя скорость потока частиц, $\mathbf{V}_e = \mathbf{\Gamma}_e / n_e$, как локальную термодинамическую величину, идентичное выражение для потока тепла можно получить в рамках релятивистской кинетики из 4-тензора энергии-импульса и энтальпии [2].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена формулировка релятивистских уравнений переноса для электронов в горячей неоднородной тороидальной плазме. Главное преимущество предлагаемых уравнений состоит в их формальном сходстве со стандартным нерелятивистским формализмом, что может заметно облегчить учет релятивистских эффектов при расчетах, поскольку их учёт требует лишь относительно небольшой модификации уже существующих транспортных кодов (в то время как релятивистские формулировки, используемые в астрофизике, которые основаны на использовании 4-векторов, не могут без значительной переработки быть напрямую применены в транспортных кодах, написанных изначально для нерелятивистской плазмы).

Предложенная модель основана на тех же физических предположениях, что и стандартная теория столкновительного переноса в тороидальной плазме: 1) термодинамические силы, т.е. градиенты плотности, температуры и электрического потенциала плазмы, индуцируют малое отклонение от термодинамического равновесия, описываемого релятивистской функцией распределения Юттнера-Максвелла, и это отклонение может быть найдено в рамках линейного приближения; 2) соотношения пространственных и временных масштабов в рассматриваемой системе гарантирует примененимость дрейфовых уравнений движения (в данном случае релятивистских) в слабо неоднородном магнитном поле.

В то время как уравнение баланса частиц формально совпадает с классическим, уравнения баланса энергии требует особого рассмотрения. Для сохранения формы уравнения потребовалось ввести новую величину, которая определяется через энергию, содержащуюся в релятивиском распределении Юттнера-Максвелла, и по сути является релятивистским аналогом температуры. Разница между этой величиной и собственно температурой довольно мала для сегодняшнего поколения токамаков и стеллараторов, но не является пренебрежимой уже для ИТЕР, рабочие температуры которого будут порядка 25 кэВ (в этом случае $R \approx 0{,}09$ и поправка составит 6%), и становится значительной при температурах порядка 50-70 кэВ, которые ожидаются в будущих безнейтронных реакторах (соответствующие $R \approx 0{,}17$-0.26 и поправка составит 11-17%). Предлагаемая модель дает возможность определить верхний предел применимости стандартной теории столкновительного транспорта в тороидальной плазме с точки зрения корректности нерелятивисткого приближения при высоких температурах.

В данной работе не рассматривалась задача решения линеаризованного дрейфово-кинетического уравнения и предполагалось, что линейный отклик плазмы на возмущение, вызванное неоднородностью и тороидальностью, уже известен. Аналитическое решение для него может быть получено только в случае сильных упрощений (например, сильно-столкновительная плазма, в которой тороидальность становится несущественной). Наибольший же интерес представляют как раз те случаи, когда тороидальность является одним из определяющих факторов, и решение линеаризованного релятивистского дрейфово-кинетического уравнения может быть получено лишь численно. Следует отметить также, что условие существенности релятивистских эффектов в плазме соответствует пределу малой столкновительности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zeldovich Y.B. and Novikov I. Relativistic Astrophysics. – Chicago: University of Chicago Press, 1983.
2. de Groot S. R., van Leewen W. A., van Weert Ch. G. Relativistic Kinetic Theory. – Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1980.
3. TenBarge J.M., Hazeltine R.D., Mahajan S.M. Fluid model for relativistic, magnetized plasmas // Phys. Plasmas. – 2008. – Vol.15. – P.062112.