

РАЗЛЕТ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ОБЛАКА ГОРЯЧИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕ

Э. П. Контарь,
В. И. Лапшин,
В. Н. Мельник

Харьковский государственный университет,
310077, Харьков, Украина
Национальный научный центр "Харьковский
физико-технический институт",
310108, Харьков, Украина
Радиоастрономический институт
Национальной Академии наук Украины,
310002, Харьков, Украина

Рассматривается динамика разлета облака электронов с начальной максвелловской функцией распределения и температурой значительно превышающей температуру окружающей плазмы. Так как относительно быстрые электроны все время обгоняют медленные на функции распределения постоянно возникают условия для пучковой неустойчивости. В момент, когда произошла квазилинейная релаксация, наблюдается отделение малой части электронов от основ-

ной, более медленной массы электронов. Быстрые электроны распространяются вглубь плазмы в виде пучково-плазменного образования, а медленные концентрируются вблизи начального положения облака. Функция распределения последних в каждой точке представляет собой плато, высота которого быстро уменьшается, а максимальная скорость — линейно увеличивается с координатой.

Система горячий пучок — холодная плазма часто реализуются в лабораторных условиях для нагрева и диагностики плазмы [1]. В космосе ускоренные электроны образуются, например, в корональной плазме как результат солнечных вспышек [2], [3]. При своем разлете, быстрые электроны возбуждают ленгмюровские волны, которые в свою очередь влияют на их распространение, которое будет уже описываться нелинейными уравнениями. В случае слабой турбулентности ($W \ll nT_e$, где W — плотность энергии ленгмюровских волн, nT_e — плотность энергии окружающей плазмы), разлет электронов описывается в рамках квазилинейной теории. Так как электроны возбуждают ленгмюровские волны, в основном, вдоль своего распространения, для анализа динамики разлета электронов достаточно ограничиться одномерным случаем [4]. Применительно к солнечной плазме, одномерность разлета дополнительно поддерживается продольным магнитным полем [6], [7]. В пользу одномерного разлета говорят и численные решения трехмерных кинетических уравнений [5].

При инъекции электронного пучка в плазму экспериментально [1], [9] было обнаружено, что происходит накопление ленгмюровских волн на границе плазмы. Это нашло подтверждение в теоретических рассуждениях [10], [11], [12] в различных постановках задачи в случае, когда первоначальная функция распределения электронов неустойчива относительно возбуждения плазменных волн.

В данной работе на примере разлета электронов с максвелловской функцией распределения анализируется обратная ситуация. Численное решение одномерных кинетических уравнений показывает, что в некоторый момент времени формируется две группы электронов — одна —, со стороны больших скоростей, движется вглубь плазмы, а вторая, с относи-

тельно малыми скоростями, сосредоточена вблизи начального положения облака. В этой же области находится и высокий уровень турбулентности. Обсуждается качественная картина обнаруженного явления и на ее основе находятся количественные соотношения, хорошо согласующиеся с результатами численного счета.

Разлет облака электронов, начальная функция распределения которых является устойчивой, характеризуется тем, что время квазилинейной релаксации ($\tau = n / \omega_p n'$, где n, n' — концентрации плазмы и облака соответственно) зависит от координаты и времени. При свободном разлете электронов их функция распределения становится неустойчивой, $\partial f / \partial v > 0$, что приводит к генерации плазменных волн.

Мы будем использовать кинетические уравнения квазилинейной теории

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{4\pi^2 e^2}{m^2} \frac{\partial W}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial v} \quad (1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\pi \omega_p}{n} v^2 W \frac{\partial f}{\partial v}, \omega_p = kv \quad (2)$$

В уравнении (2) не учитывается член, связанный с переносом энергии ленгмюровскими волнами из-за малости групповой скорости ленгмюровских волн ($v_{gp} \cong v_T^2 / v \ll v$). Мы будем решать задачу Коши, считая при этом, что в момент времени $t = 0$ электроны с максвелловской функцией распределения сосредоточены в области с линейным размером d [7]

$$f(v, x, t = 0) = \frac{n'}{\sqrt{\pi} v_0} \exp\left(-\frac{x^2}{d^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) \quad (3)$$

а спектральная плотность энергии ленгмюровских волн в момент $t = 0$ однородна во всем пространстве:

$$W(v, x, t = 0) = 10^{-7} \frac{T_e n' v_0}{\omega_p} \quad (4)$$

Для численного решения уравнений (1), (2) используется явная разностная схема [14]. Значение плотности и температуры плазмы и облака электронов, а также размеров последнего, мы выбираем следующие: $n_0 = 2000 \text{ см}^{-3}$, $n = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $v_0 = \sqrt{2T_0 / m} = 3 \times 10^9 \text{ см/с}$, $T_e = 10^6 \text{ К}$, $d = 3 \times 10^9 \text{ см}$ (такие величины, характерны для условий в солнечной короне при генерации радиовсплесков). Основные результаты численного решения кинетических уравнений (1), (2) представлены на рис. 1-4. На рис. 1 показана пространственная зависи-

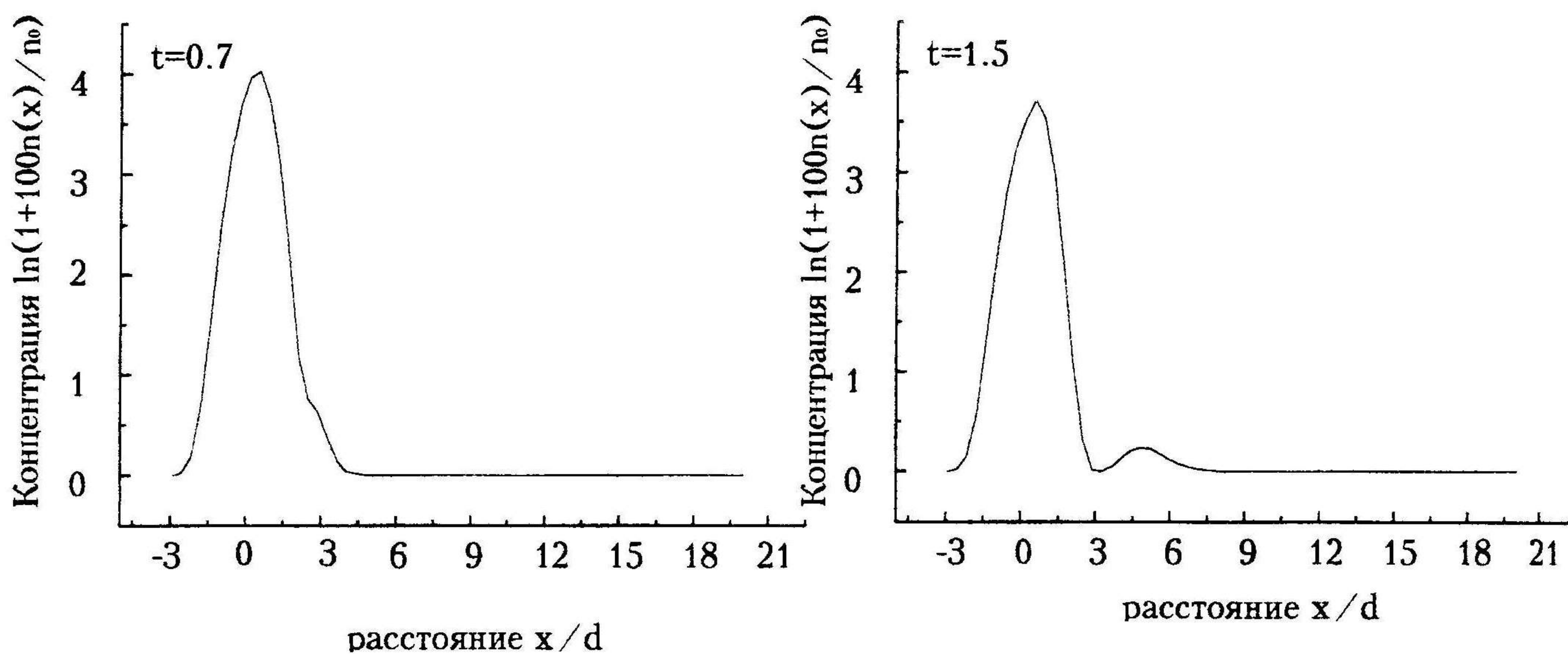


Рис. 1. Пространственное распределение электронов облака в различные моменты времени

мость плотности электронов пучка в различные моменты времени. Видно, что с момента времени $t \approx 0.8$ с, появляется изгиб на профиле концентрации. С этого момента часть быстрых электронов начинает отделяться от основной массы электронов. Со временем электроны все более явно группируются в два сгустка. Начиная с момента $t \approx 1.5$ с на расстоянии $3d$, можно считать, что произошло окончательное разделение электронов. Самые быстрые электроны, распространяясь вглубь плазмы, в каждой точке возбуждают ленгмюровскую турбулентность при этом на функции распределения электронов формируется плато с неизменной максимальной скоростью (На Рис.4 это соответствует скоростям $u_0 = 2.5v_0$ при $x > 3d$). Эти электроны и сопровождающие их ленгмюровские волны представляют собой пучково-плазменное образование, ранее обсуждавшееся в [11], [12].

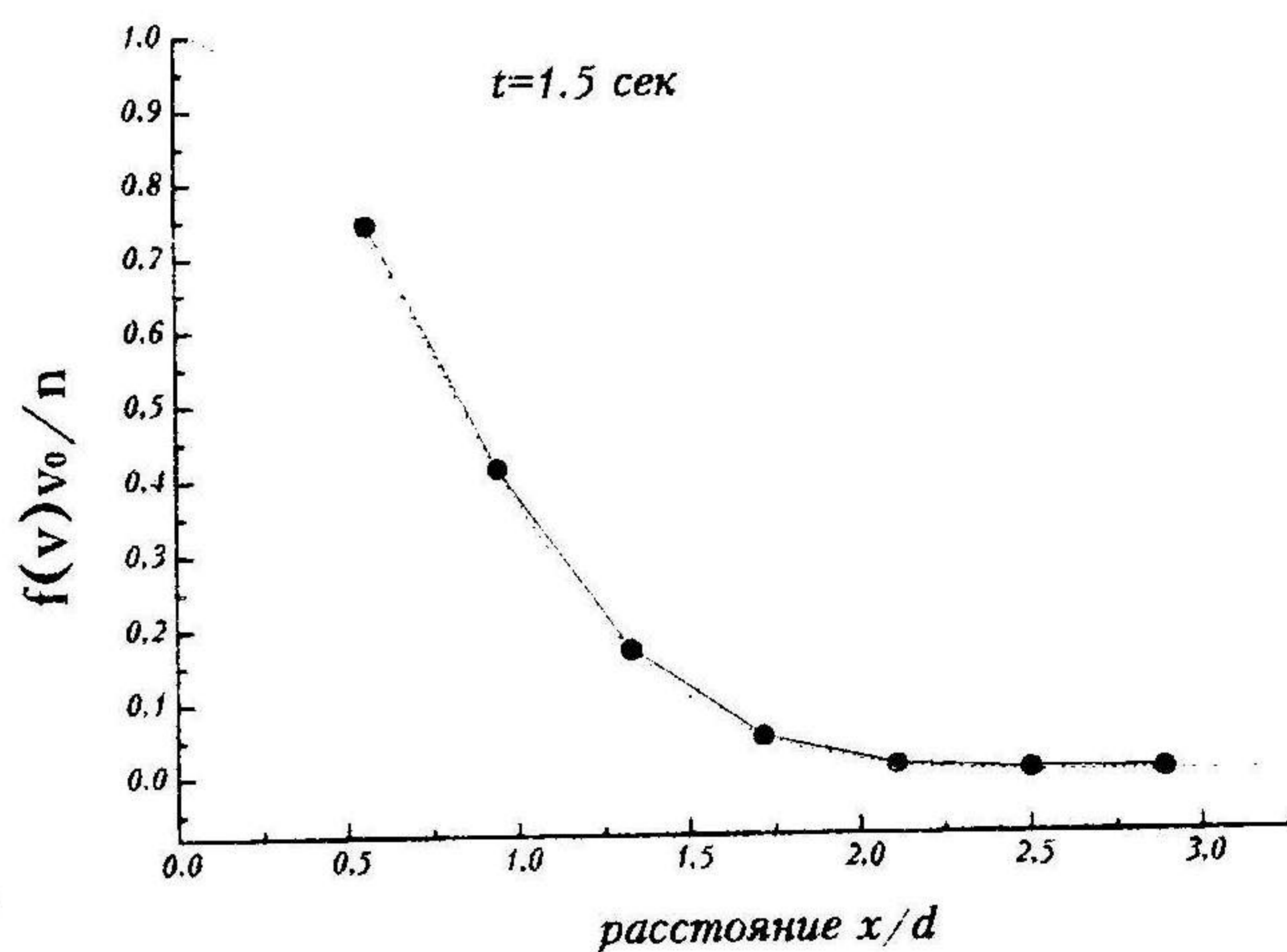
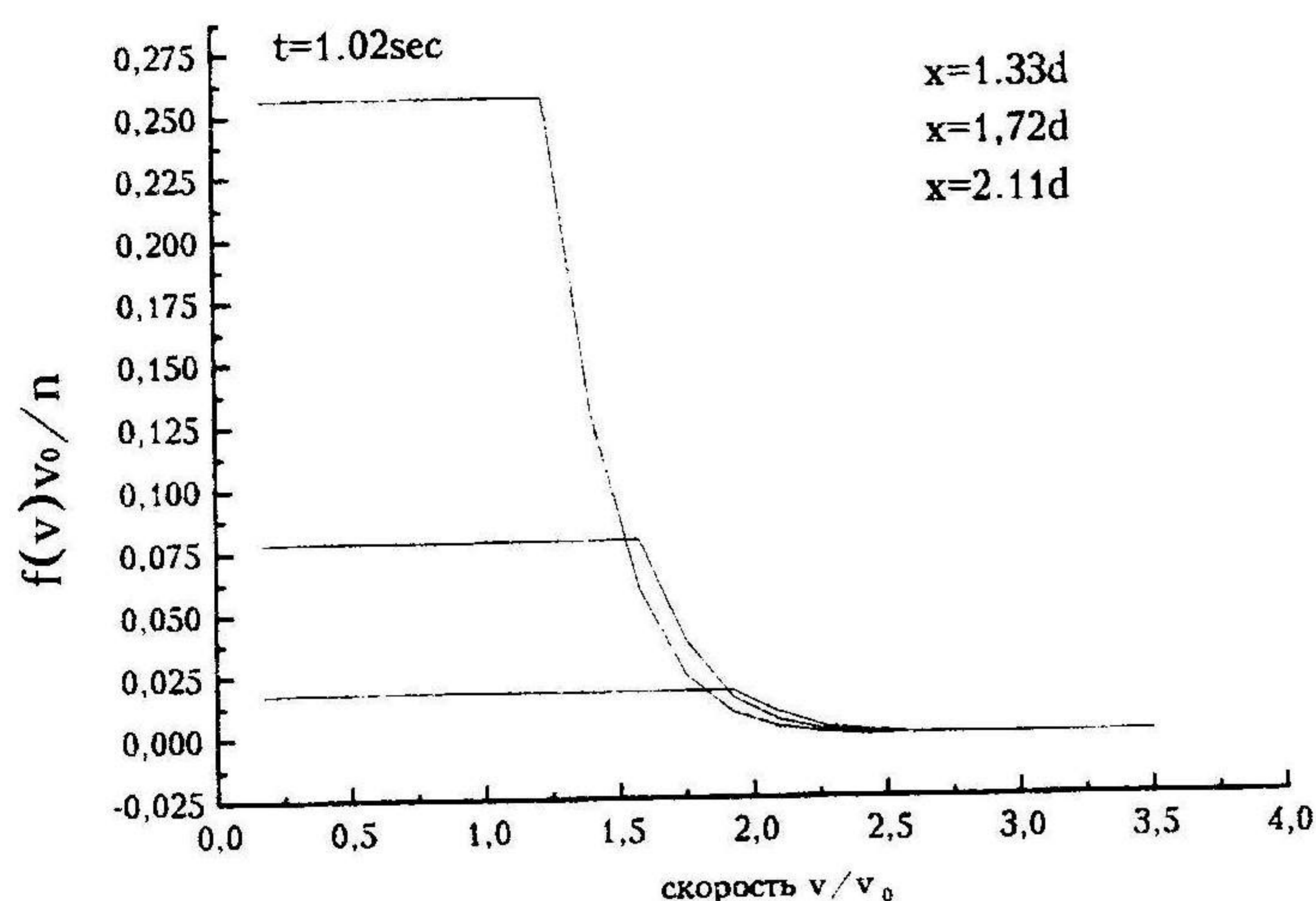


Рис.2. Функция распределения электронов в различных точках пространства в момент времени $t = 1.02$ сек

Рис.3. Высота плато на функции распределения электронов в различных точках пространства в $t = 1.5$ сек

Рассмотрим область $x < 3d$, где сосредоточена основная часть электронов. В этой области образуется плато на функции распределения (рис. 2), причем высота плато быстро убывает с увеличением x (рис. 3). Максимальная скорость плато линейно растет с координатой и после достижения значения u_0 ($x = 3d$) остается постоянной величиной (рис. 4).

Обсудим полученные результаты. Сначала разлет электронов с функцией распределения (3) происходит свободно, поэтому в момент времени t она будет определяться выражением

$$f(v, x, t) = \frac{n'}{\sqrt{\pi}v_0} \exp\left(-\frac{(x-vt)^2}{d^2}\right) \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) \quad (4)$$

Там, где $\partial f / \partial v > 0$ функция распределения (4) становится неустойчивой относительно возбуждения плазменных волн и начинается их генерация. Со временем производная $\partial f / \partial v$ растет и процесс релаксации ускоряется, что проявляется в уменьшении времени квазилинейной релаксации

$$\tau(x, t) = \frac{n}{\omega_p n'} = \tau_0 \frac{\sqrt{d^2 + v_0^2 t^2}}{\sqrt{2}dn_0} \exp\left(\frac{x^2}{d^2}\right) \left[\exp\left(\frac{x^2 v_0^2 t^2}{d^2(d^2 + v_0^2 t^2)}\right) - 1 \right]^{-1} \quad (5)$$

Здесь $v_0 = \sqrt{2T_0/m}$ — тепловая скорость облака электронов, $\tau_0 = n / \omega_p n_0$, n' — концентрация только тех электронов, которые принимают участие в релаксации. В момент времени когда $\tau(x, t)$ сравнивается со временем разлета t

$$\tau(x, t) = t \quad (6)$$

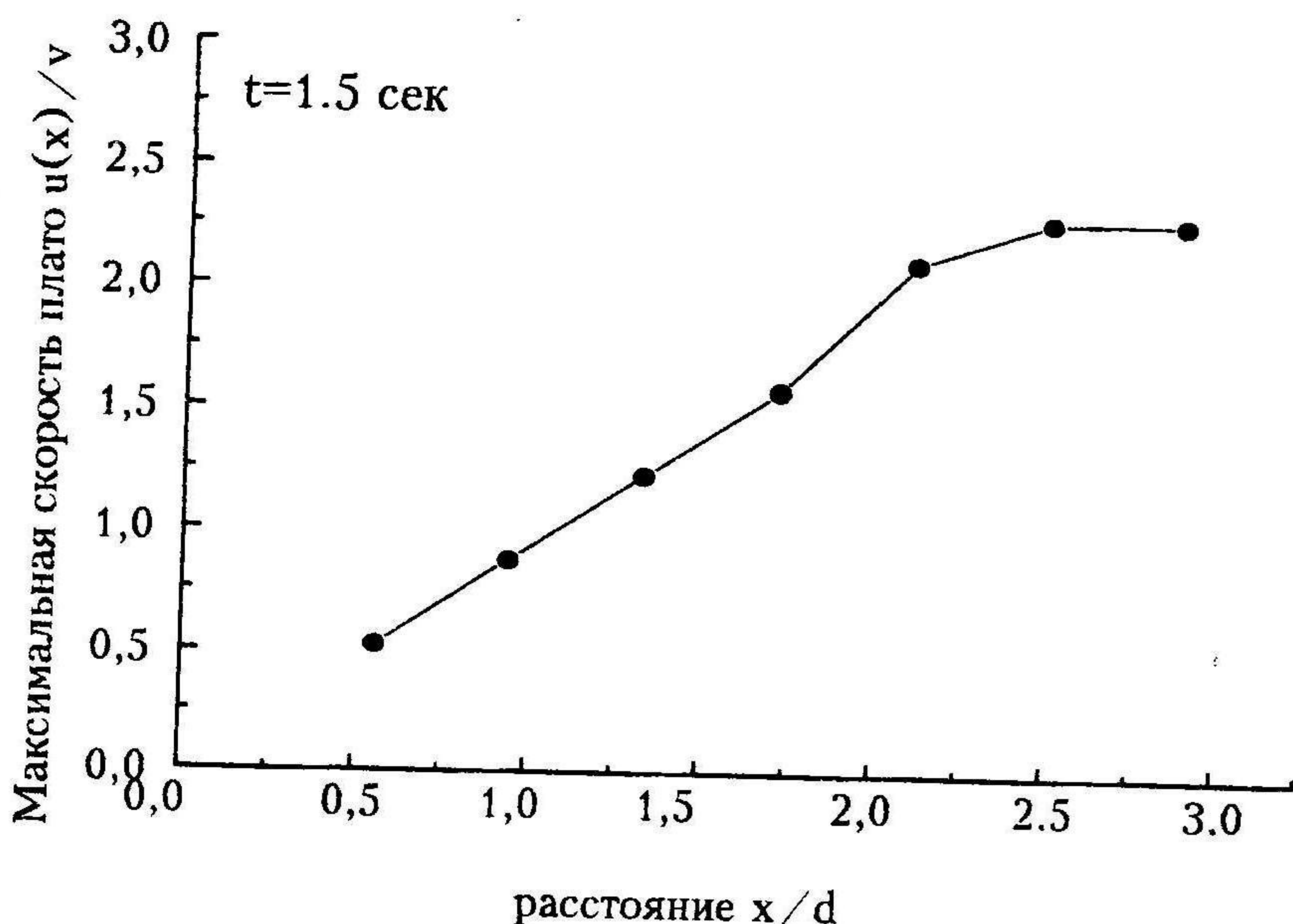


Рис. 4. Максимальная скорость плато в зависимости от расстояния

В следующий за $t = t_{\min}$ момент времени электроны, пришедшие в точку $x = x_{\min}$ из области $x < x_{\min}$, быстро релаксируют к состоянию плато, так как в этой точке уже имеется повышенный уровень плазменных волн. На функции распределения электронов формируется плато и поэтому средняя скорость этих электронов равна $\approx \frac{v_0}{2}$. Электроны же из области $x > x_{\min}$ (со скоростью $v > v_0$) продолжают распространяться свободно, что приводит к их отрыву от основной части электронов. Свободный разлет будет происходить до тех пор, пока и для них не сравняются $\tau(x, t)$ и t . На больших временах t , неявная зависимость $t(x)$ становится линейной

$$t = \frac{x}{u_0}, u_0 = 2.5v_0 \quad (9)$$

Приближенно можно считать, что это имеет место начиная с момента времени $t_0 \approx d / v_0 = 1,5 \text{сек}$, в точке $x_0 \approx u_0 d / v_0 = 2,5d$. Отделившиеся электроны вместе с плазменными волнами, которые их сопровождают, и образуют пучково-плазменное образование [11], [12]. Начало отрыва, соответствующее $t = t_{\min}$ и $x = x_{\min}$, и его окончание, происходящее в t_0 в точке x_0 , близко к значениям, полученным при численном решении кинетических уравнений.

Найдем выражения для высоты плато $p(x, t)$, максимальной скорости $u(x, t)$ и спектральной плотности $W(v, x, t)$ в области $x < x_0$. Для этого воспользуемся тем, что только малая доля электронов участвует в квазилинейной релаксации. Поэтому состояние в этой области является квазистационарным. Для высоты плато имеем из (3)

$$p(x, t) = \frac{1}{u(x, t)} \int_0^{u(x, t)} f(v, x, t) dv \approx \frac{n'}{v_0} \exp\left(-\frac{x^2}{d^2}\right) \quad (10)$$

Зависимость (10) хорошо согласуется с численными результатами представленными на Рис. 7. Максимальная скорость при этом растет с координатой

$$u(x, t) = \frac{u_0}{v_0} \frac{x}{d} \quad (11)$$

Как видно (см. Рис. 4) и здесь имеется хорошее согласие с численным решением кинетических уравнений.

плато на функции распределения устанавливается от скорости $v = 0$ до некоторой максимальной скорости $u(x, t)$. Из решения уравнения (6) следует, что впервые это происходит, в точке

$$x_{\min} = x(t_{\min}) \approx d \quad (7)$$

когда $t = t_{\min}$, где

$$t_{\min} \approx \left(\frac{\tau_0 d^2}{v_0^2}\right) \approx 0,8 \text{сек} \quad (8)$$

При этом

$$u(x, t) = \frac{2xv_0^2 t}{d^2 + v_0^2 t^2}$$

Для спектральной плотности получаем такое выражение

$$W(v, x, t) = \frac{m}{\omega_p} v^3 \int_0^{v_0} \left(\int_0^{u(x,t)} f(v, x, t) dv - f(v, x, t) \right) dv =$$

$$= \frac{m}{\omega_p} v^4 \left(n_0 \exp\left(-\frac{x^2}{d^2}\right) - \frac{n_0}{2\sqrt{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{d^2}\right) \operatorname{erf}(v / v_0) \right) \quad (12)$$

Если сравнивать распределение в пространстве плотности энергии частиц и плазменных волн, используя (10) и (12), то окажется, что максимум энергии ленгмюровской турбулентности несколько смещен вглубь плазмы по отношению к плотности энергии частиц.

Перейдем к предельному случаю бесконечно тонкого облака электронов, т.е., когда $d \rightarrow 0$. В этом случае для высоты плато там, где формируется пучково-плазменное образование ($x > x_0$) имеем

$$p(x, t) \xrightarrow{d \rightarrow 0} \frac{N_e}{v_0} \exp\left(-\frac{u_0^2}{v_0^2}\right) \delta\left(x - \frac{u_0}{2} t\right) \quad (13)$$

где N_e — полное количество электронов облака.

В области $x < x_0$, как и в случае при конечном d электроны остаются вблизи своего начального расположения и не проникают в плазму. То есть, облако электронов и в этом случае распадается на две группы электронов. Такой вывод отличается от результатов работы [13], где облако электронов эволюционировало как одно целое.

Это связано с тем, что в [13] предполагалась мгновенная релаксация в каждой точке пространства для всех электронов. Вместе с тем, нами показано, что учет неоднородности квазилинейной релаксации в пространстве влияет на характерный размер облака электронов и следовательно ту их часть, которая может распространяться в плазму.

Таким образом, в результате анализа задачи о разлете максвелловского облака горячих электронов в плазме, мы приходим к выводу о важности эффекта неоднородности квазилинейной релаксации. В результате этого, только самые быстрые электроны распространяются вглубь плазмы. Они отрываются от основной массы электронов и движутся в виде пучково-плазменного образования. Медленные электроны сосредоточены вблизи места инжекции. Здесь же находится повышенный уровень турбулентности, которая была возбуждена ушедшими электронами.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Мартина Фрея (Supercomputing Systems AG, Цюрих, Швейцария) за предоставленную возможность провести вычисления на суперкомпьютере GigaBooster.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Файнберг Я.Б. УФН. — 1967. — 93. -с. 617
- [2] Каплан С.А., Цытович В.Н. / *Плазменная астрофизика.* - М:Наука, 1972. с. 249.
- [3] Benz A.O. / *Plasma Astrophysics. Kinetic process in solar and stellar coronae.* Netherlands. Kluwer Acad Pub., 1993, с. 299
- [4] Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. // *Ядер. синтез. Дополн.* - 1962. — 2. — с. 465.
- [5] Агапов А.В., Чураев Р.С. // *Физика плазмы.* — 1980. — 6. вып 2. -с. 422-423.
- [6] Веденов А.А., Велихов Е.П. // *Вопросы теории плазмы.* -М.: Атомиздат. -1972. -Вып. 6. -С. 3-49.

- [7] McLean N.J, Labrum N.R. // *Solar Radiophysics* – Cambridge Univ. Press, – 1985. – p.289.
- [8] Харченко И.Ф., Файнберг Я.Б., Корнилов Е. А., Педенко Н.С. // *ЖТФ*. – 1964. – 34. вып 6. -с. 1031-1036.
- [9] Березин А.К., *Диссертация ... канд. физ-мат. Наук* ХГУ, 1963.
- [10] Файнберг Я.Б., Шапиро В.Д. // *ЖЭТФ*. – 1964. – 47.- с.1389
- [11] Мельник В.Н. // *Физика плазмы*.-1995.-21,N1.-С.94-96.
- [12] Kontar E.P., Lapshin V.I., V.N. Mel'nik V.N. // *Proc. of International Symposium on Plasma Research and Application*, Jarnoltowek n. Opole, Poland, June 10-12, 1997. pp. 347-350
- [13] Рютов, Д.Д, Сагдеев, Р.З. // *ЖЭТФ*.-1970.-58, вып. 2.-С.739-745
- [14] Самарский, А. А. // *Теория разностных схем* -М:Наука, 1989, с.616