

## ЛОКАЛЬНАЯ $U(1)$ -КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И РАСЩЕПЛЕНИЕ ЛЕГКИХ АТОМНЫХ ЯДЕР

**Ю.А. Касаткин, И.К. Кириченко\*, О.Д. Пташный\***

*НТЦ электрофизической обработки НАН Украины,  
61002, Украина, г. Харьков, ул. Чернышевская, 28.*

*\* Украинская инженерно-педагогическая академия,  
61003, Украина, г. Харьков, ул. Университетская, 16.*

Поступила в редакцию 11 августа 2003г.

Развит теоретический подход, в котором проблема взаимодействия электромагнитного поля с сильно связанной составной системой решается без привлечения Лагранжева подхода. Учет взаимодействия калибровочного поля с нелокальными полями материи определяется в результате введения в рассмотрение  $U(1)$  – локально калибровочно-инвариантных двух- и трехточечных функций Грина свободных полей. Показано, что в результате разложения калибровочно-инвариантной двухточечной функции Грина в функциональный ряд Лорана по вектору-потенциалу калибровочного поля воспроизводится весь набор Фейнмановских диаграмм электродинамики. Разложение сильносвязной трехточечной функции Грина приводит к калибровочно-замкнутому ряду четырехточечных функций Грина независимо от явного вида собственной вершинной функции сильного взаимодействия. Это свойство позволяет использовать в качестве вершинной функции, как решения релятивистского уравнения Бете-Солпитера, так и решения квазипотенциальных уравнений. Выполнение требований ковариантности и калибровочной инвариантности на уровне полной амплитуды позволяет последовательно учитывать внутриядерную динамику на фоне точного сохранения структурного электромагнитного тока.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ковариантность, градиентная инвариантность, вершинная функция, фоторасщепление.

Общепризнанной основой физики элементарных частиц является квантовая теория калибровочных полей (КТКП). В основу КТКП а priori положен тезис, что все известные в природе взаимодействия переносятся калибровочными полями. Открытие принципа калибровочной инвариантности является одним из главных открытий физики прошлого столетия.

Значительный успех в понимании свойств электромагнитных (ЭМ) и слабых взаимодействий был достигнут на пути применения принципа калибровочной инвариантности, что в окончательной форме приняло вид современной теории электрослабых взаимодействий.

Как известно, основной задачей квантовой теории поля является вычисление функции Грина (ФГ), т.е. вакуумных средних хронологических произведений взаимодействующих полей. Использование функциональных методов позволило объединить все ФГ в производящий функционал, а применение редукционной техники дало возможность установить связь между рядами ФГ и их вкладом в соответствующий элемент  $S$  – матрицы.

В отличие от квантовой электродинамики (КЭД), которая является частным случаем калибровочной теории, при описании процессов взаимодействия фотонов с атомными ядрами (составными сильно связанными системами) не удается достичь корректного описания взаимодействия калибровочного поля с нелокальными полями материи в рамках традиционного подхода. Причиной тому является отсутствие лагранжиана, описывающего “развал” составной системы на составляющие, а, значит, и отсутствие возможности введения в рассмотрение взаимодействия ЭМ поля с составной системой в соответствии с рецептом КЭД – путем “удлинения” производных его кинетической части. Точнее, для КЭД отсутствует возможность проконтролировать перераспределение заряда между составляющими в области взаимодействия и проконтролировать его полное сохранение.

В основе калибровочных теорий, будь то абелева, как в КЭД или неабелева группа, как в подходе Янга-Миллса, существенным является использование лагранжева подхода, предназначенного для описания динамики локальных полей материи. За счет точечного характера взаимодействия полей материи и калибровочных полей замкнутость системы – поля материи плюс калибровочное поле – достигается введением в лагранжиан ковариантных производных  $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$ , что обеспечивает учет взаимодействия между ними калибровочно-инвариантным образом и “контролем” за сохранением заряда для каждой ФГ, взаимодействующей с калибровочным полем, в форме тождеств Уорда-Такахаси. Основное геометрическое понятие – “параллельный перенос” заряженных полей материи во внутреннем пространстве, имеет более глубокий смысл и его возможности в КЭД ограничены локальным характером полей материи, входящих в лагранжиан. Действительно, независимо от лагранжева подхода, фазы полей материи можно отождествить с координатами в зарядовом пространстве. Тогда, согласно принципу относительности в зарядовом пространстве, локальное изменение фаз полей материи приводит к появлению компенсирующего калибровочного поля, подобно тому, как в формулировке слабого принципа относительности Эйнштейна локальное изменение пространственно-временных координат эквивалентно введению дополнительного гравитационного поля [1].

Выход из сложившегося положения может быть найден лишь на пути привлечения самых общих представлений КТКП, не ограниченных требованиями лагранжевой картины динамического описания. Понятие “параллельного переноса” [1-2], в основе которого использована локальная калибровочная природа ЭМ поля и его интерпретация на геометрическом языке как формы связности, определяющей возможность сравнения полей материи в расслоенном пространстве с внутренней (зарядовой) симметрией, в котором определена абелева  $U(1)$  – калибровочная группа, и последующего введения в рассмотрение двух- и трехточечных ФГ [4-6] полей материи, инвариантных к преобразованиям этой группы, позволяет значительно продвинуться в плане понимания картины взаимодействия с нелокальными полями. Это достигается введением в ФГ невычисляемой фазовой экспоненты в форме оператора параллельного переноса. Для присутствующего в ней криволинейного интеграла от калибровочного поля необходимо задать лишь путь интегрирования. Конкретизируя вид траектории, например, прямой линией, удастся решить поставленную проблему. Вычисление функциональных производных от двух- и трехточечных ФГ по вектор-потенциалу  $A_\mu(r)$  калибровочного поля, осуществляющего “перенос” полей материи в пространстве с внутренней симметрией вдоль “минимальной” траектории  $r(\lambda) = (1-\lambda)x + \lambda y$ , ( $\lambda = [0, 1]$ ) между 4–точками  $x$  и  $y$ , в которых определены полевые операторы  $\psi(x)$  и  $\bar{\psi}(y)$ , приводит к появлению для частиц со спином 0 и 1/2 в импульсном представлении ЭМ токовых вершин, описывающих взаимодействие ЭМ поля с источниками [4-6]. Разложение в ряд одночастично неприводимой трехточечной ФГ, инвариантной по отношению к группе  $U(1)$  – локальных калибровочных преобразований, порождает калибровочно-замкнутый ряд для четырехточечной ФГ, состоящий из суммы трех одночастично приводимых четырехточечных ФГ (полусная часть), связанных между собой кроссингом и сильносвязной четырехточечной ФГ (регулярная часть).

В работе показано, что как следствие принципов локальной калибровочной инвариантности и пространственно-временной однородности, для функциональных производных обеспечивается выполнение аналога тождества Уорда-Такахаси, что приводит, в конечном итоге, к точному сохранению ЭМ тока связанной системы с учетом ее структуры и последующего распада на составляющие независимо от конкретного функционального вида собственной вершинной функции. Полученный ряд четырехточечных ФГ в результате применения к нему редукционной техники, позволяет установить связь с соответствующим вкладом в матричный элемент S-матрицы, а в качестве вершинной функции, при проведении численного анализа, использовать решения различных квазипотенциальных уравнений, равно как и релятивистского уравнения Бете-Солпитера.

### КАЛИБРОВОЧНО-ЗАМКНУТАЯ АМПЛИТУДА ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ СИЛЬНО СВЯЗНОЙ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ

Идея “параллельного переноса” полевых операторов во внутреннем пространстве основана на требовании сравнения заряженных полей материи в различных пространственно-временных точках. Если между 4–точками  $x$  и  $x'$  пространства Минковского задана мировая линия  $\eta(s)$ , которая описывается уравнением  $x = x_\mu(s)$ , где  $s$  – параметр длины кривой, и определено касательное пространство  $X_\mu = \frac{dx_\mu(s)}{ds}$ , то операция “параллельного переноса” определяется как равенство нулю ковариантной производной от полевого оператора  $D_\mu \psi(x)$  в касательном направлении для каждой точки траектории [1]:

$$\frac{dx_\mu(s)}{ds} \cdot (\partial_\mu + ieA_\mu) \psi(x) \Big|_{x=x(s)} = 0. \quad (1)$$

Решением этого уравнения является

$$\psi(x') = Pe^{-ie \int_x^{x'} dr_\nu A_\nu(r)} \psi(x) = Pe^{-ie \int_0^1 ds \frac{dr_\nu}{ds} A_\nu(r(s))} \psi(x), \quad (2)$$

где  $P$  – оператор упорядочения вдоль траектории. Определим калибровочно-инвариантным образом двухточечную ФГ

$$D(x, y; A) = i \langle T(\psi(x) e^{ie \int_y^x dr_\nu A_\nu(r)} \bar{\psi}(y)) \rangle, \quad (3)$$

которая описывает распространение заряженной частицы из пространственно-временной 4–точки  $x$  в пространственно-временную 4–точку  $y$ . Данная ФГ инвариантна относительно группы локальных калибровочных преобразований:

$$\psi(x) \rightarrow e^{-ie\alpha(x)} \psi(x), \quad \bar{\psi}(x) \rightarrow e^{ie\alpha(x)} \bar{\psi}(x), \quad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x). \quad (4)$$

Разложим выражение (3) [4-6] в функциональный ряд Лорана по вектору-потенциалу  $A_\mu(r)$  в окрестности  $A=0$

$$D(x, y; A) = D(x, y) + \frac{1}{1!} \frac{\delta D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} A_\mu(r) + \frac{1}{2!} \frac{\delta^2 D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r) \delta A_\nu(r')} \Big|_{A=0} A_\mu(r) A_\nu(r') + \dots =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\delta^n D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r) \dots \delta A_\nu(r')} \Big|_{A=0} \underbrace{A_\mu(r) \dots A_\nu(r')}_n, \quad \forall \{r\} \in [x, y]. \quad (5)$$

На рис. 1 представлено разложение ФГ (3) в ряд Лорана. В этом разложении присутствуют слагаемые двух типов:

1. члены ряда, в которых функциональные производные по вектору-потенциалу  $\{A_\mu\}$  вычисляются в разных пространственно-временных точках  $\forall \{r\} \in [x, y]$ ;
2. слагаемые, начиная с третьего члена ряда, когда аргументы у отдельных  $\{A_\mu\}$  могут совпадать, т.е. излучение и поглощение фотонов происходит в одной и той же пространственно-временной точке.

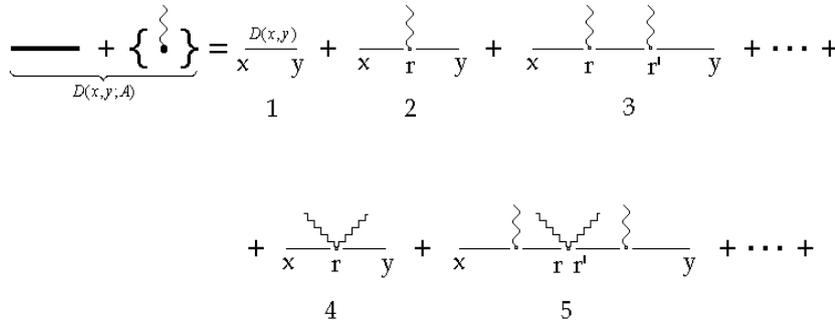


Рис. 1. Разложение двухточечной калибровочно-инвариантной ФГ в функциональный ряд по вектор-потенциалу  $A_\mu$ .

В первом случае представленный ряд бесконечен. Это соответствует случаю, когда на “пути” от точки  $x$  к точке  $y$  заряженная частица “обрастает” ЭМ вставками – диаграммы типа “щетка” (на рис. 1 диаграммы 2, 3). Во втором случае, когда излучение или поглощение фотона происходит только в одной и той же точке (рис. 1 диаграмма 4 – типа “чайка”). В этом случае ряд для частиц со спином 0 “обрывается” на третьем члене (диаграммы 1, 2, 4 на рис. 1), а для спина  $1/2$  остаются лишь графы 1 и 2.

Граф 5 на рис. 1 представляет комбинацию этих механизмов.

Рассмотрим второй член ряда в разложении (5) в самом общем виде, не конкретизируя явного вида ФГ  $D(x, y; A)$ . Вычислим функциональную производную от выражения (3) по вектор-потенциалу  $A_\mu(r)$ , используя соотношение  $\delta A_\nu(r') / \delta A_\mu(r) = g_{\mu\nu} \delta(r' - r)$ . Тогда получаем

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} = i^2 e \int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') \langle T(\psi(x) \bar{\psi}(y)) \rangle. \quad (6)$$

Выбирая “минимальную” траекторию, соединяющую точки  $x$  и  $y$  в собственной системе координат  $r'(\lambda) = (1 - \lambda)y + \lambda x$  (прямая линия) и переходя в выражении (6) к интегрированию по параметру  $\lambda$

$$\int_y^x dr'_\mu \delta(r - r') = \int_0^1 d\lambda \frac{dr'_\mu(\lambda)}{d\lambda} \delta(r'(\lambda) - r),$$

получаем

$$\frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} = ie(x - y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta[y - r + \lambda(x - y)] D(x, y; 0). \quad (7)$$

Вследствие трансляционной инвариантности (пространственно-временная однородность), двухточечная ФГ зависит лишь от разности 4-координат  $D(x, y) = D(x - y)$ .

Рассмотрим функциональную производную (7) в импульсном представлении

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr + px - p'y)} dx dy dr = ie \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dr e^{i(qr + px - p'y)} (x - y)_\mu \delta[y - r + \lambda(x - y)] D(x - y). \quad (8)$$

Введение в выражение (8) относительной координаты  $x - y = \xi$  и координаты центра масс  $X = (x + y)/2$  приводит к виду

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr+px-p'y)} dx dy dr = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') i e \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e^{i\xi(p+\lambda q)} \xi_\mu D(\xi).$$

Учитывая, что

$$\xi_\mu e^{i\xi(p+\lambda q)} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial(p_\mu + \lambda q_\mu)} e^{i\xi(p+\lambda q)},$$

окончательно получаем выражение для функциональной производной  $D(x, y; A)$  в импульсном представлении

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} D(x, y; A) \Big|_{A=0} e^{i(qr+px-p'y)} dx dy dr = \\ & = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') e \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p_\mu + \lambda q_\mu)} D(p + \lambda q) = (2\pi)^4 \delta(q + p - p') e \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial q_\mu} D(p + \lambda q). \end{aligned} \quad (9)$$

Последнее выражение в равенстве (9) является следствием “поперечности” вектора поляризации фотона  $\varepsilon_\mu q_\mu = 0$  ( $q^2 = 0$ ):

$$\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p_\mu + \lambda q_\mu)} \dots = \varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial q_\mu} \dots$$

Как показано в работах [4-6] для ФГ скалярной и спинорной частиц в импульсном представлении

$$D(p) = \frac{1}{p^2 - m^2 + i0}; \quad S(p) = \frac{1}{\not{p} - m + i0}$$

в каждом члене ряда (5) воспроизводятся ЭМ вершины с учетом статистики полей материи:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} A_\mu(r) \Rightarrow (2\pi)^4 \delta(p + q - p') e \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p + \lambda q)_\mu} \left\{ \begin{array}{l} D(p + \lambda q) \\ S(p + \lambda q) \end{array} \right\} = \\ & = \left\{ \begin{array}{l} (2\pi)^4 \delta(p + q - p') D(p + q) \{-e\varepsilon_\mu (p + p')_\mu\} D(p), \quad \text{если спин } 0; \\ (2\pi)^4 \delta(p + q - p') S(p + q) \{-e\varepsilon_\mu \gamma_\mu + O(q_\mu)\} S(p), \quad \text{если спин } \frac{1}{2}; \end{array} \right. \end{aligned} \quad (10)$$

где  $q$ ,  $\varepsilon_\mu$  – 4-импульс калибровочного поля (фотона) и его вектор поляризации,  $e$ ,  $p$  и  $m$  – заряд, 4-импульс и масса поля материи,  $\not{p} = p_\mu \gamma_\mu$ .

Для скалярного поля материи ЭМ вершина с двумя фотонными вставками (рис. 1 диаграмма 4) определяется как повторное включение ЭМ поля в соответствии с правилом (10) в однофотонную вершину  $-e\varepsilon_\mu (2p + q)_\mu$

$$e^2 2g_{\mu\nu} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu, \quad (11)$$

что соответствует третьему члену ряда (5).

Таким образом:

- Локально калибровочно-инвариантное выражение (3) на основе общих требований – трансляционной инвариантности в конфигурационном пространстве-времени и трансляционной инвариантности во внутреннем (зарядовом) пространстве в результате разложения в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу  $A_\mu(r)$  в окрестности  $A=0$  генерирует ЭМ фотонные вставки в двухчастичные ФГ с правильными собственными вершинными функциями с учетом статистики частиц без привлечения лагранжева формализма взаимодействующих полей. В основу данного результата положен лишь геометрический аспект теории калибровочных полей, где вектор-потенциал ЭМ поля интерпретируется как связность в главном расслоении при смещении в пространственных внутренних (зарядовых) состояниях. На языке расслоенных пространств связность  $A_\nu$  генерирует отображение

$$g(\eta_{xx'}) = P e^{\int_x^{x'} A_\nu(r)}$$

пространства путей  $\eta_{xx'}$ , начинающихся в точке  $x$  и кончающихся в точке  $x'$  в калибровочную группу;

- Если известны решения динамических уравнений, описывающих эволюцию свободных заряженных полей материи с учетом расширения группы локальных симметрий (4), то двухчастичная ФГ (3) в

присоединенном представлении зарядового пространства воспроизводит весь набор Фейнмановских графов КЭД;

- Заряд  $e$ , введенный в полевом операторе (1) как коэффициент, определяет масштаб и интенсивность взаимодействия калибровочного поля с полями материи, а в силу мультипликативной структуры группового  $U(1)$  – пространства приводит к аддитивной алгебре для заряда.

Локальный характер полей материи, рассматриваемых в КЭД, обеспечивает наличие лишь одной точечной вершины, характеризуемой константой  $e$ . Описание в рамках КЭД взаимодействия ЭМ поля с составным сильно связанным полем материи с последующим его расщеплением проблематично в плане обеспечения точного сохранения ЭМ структурного тока. Дело в том, что процесс взаимодействия нелокального составного поля, которое сформировано за счет, например, сильного взаимодействия с ЭМ полем, приводит к тому, что в области взаимодействия происходит перераспределение заряда между составляющими и исходной системой. Поскольку в настоящее время переход “составная система – составляющие” не описывается в рамках лагранжева подхода, то корректное описание процесса расщепления нелокальной системы в результате взаимодействия с фотоном на основе предписаний КЭД становится невозможным. Обойти эту некорректность в описании можно принимая во внимание экспериментальный факт о полной инертности ЭМ взаимодействия к любым другим видам взаимодействий, в том числе и сильного. Реализация этого свойства индифферентности в полном объеме, требует лишь выполнения точного сохранения полного заряда в процессе эволюции, не конкретизируя при этом неизвестных деталей присутствующего сильного взаимодействия. Если придерживаться точки зрения, что КЭД является частным случаем КТКП, а принцип “параллельного переноса” полей материи во внутреннем пространстве никоим образом не связан с лагранжианом, то оказывается, что, действуя аналогично выше изложенной схеме, как для двухчастичной ФГ, после введения в рассмотрение ЭМ поля посредством локально калибровочно-инвариантной трехчастичной ФГ (вершинная функция), несущей сильное взаимодействие, то, предопределяя результат, можно точно удовлетворить требованию сохранения ЭМ структурного тока, независимо от явного вида собственной вершинной функции. В результате, внося в систему достаточное возмущение, фотон вызывает расщепление составной системы на составляющие, а в дальнейшем он лишь “фиксирует” сохранение электрического заряда на всех этапах эволюции по заданным траекториям, т.е. до взаимодействия  $e_B = ez_B$  (величина заряда составной системы  $z_B$  в единицах  $e$ ), в области взаимодействия  $e_1 = ez_1$ ,  $e_2 = ez_2$  (величины заряда, уносимые составляющими) и после взаимодействия. Таким образом, должен появиться аналог тождества Уорда-Такахаша для калибровочно-замкнутого ряда ФГ, в котором должна обязательно присутствовать сильная вершинная функция в общем виде.

Для собственной вершинной функции, которая является сильносвязная трехточечная ФГ (после удаления у связной трехточечной ФГ внешних концов – двухточечных ФГ)

$$G(x, y, z) = i\langle T(B(z)\bar{\Psi}_1(x)\bar{\Psi}_2(y)) \rangle, \quad (12)$$

описывающей переход заряженного составного поля  $B(z)$  с зарядом  $e_B$ , в состояние, характеризующееся полевыми операторами  $\bar{\Psi}_1(x)$  и  $\bar{\Psi}_2(y)$  с зарядами  $e_1$  и  $e_2$  ( $e_1 + e_2 = e_B$ ), соответственно, после естественного обобщения аналогично выражению (3) получаем выражение

$$G(x, y, z, A) = i\langle T(B(z)e^{\int_x^z dr_\rho A_\rho(r)} \bar{\Psi}_1(x)e^{\int_y^z dr_\sigma A_\sigma(r)} \bar{\Psi}_2(y)) \rangle, \quad (13)$$

инвариантное относительно локальной  $U(1)$  – группы калибровочных преобразований полевых операторов и вектор-потенциала  $A_\mu(r)$ :

$$B(z) \rightarrow B(z)e^{-ie_B \alpha(z)}, \quad \bar{\Psi}_1(x) \rightarrow \bar{\Psi}_1(x)e^{ie_1 \alpha(x)}, \quad \bar{\Psi}_2(y) \rightarrow \bar{\Psi}_2(y)e^{ie_2 \alpha(y)}, \quad A_\mu(r) \rightarrow A_\mu(r) + \partial_\mu \alpha(r). \quad (14)$$

Обратим внимание на тот факт, что, оставаясь на позиции геометрической трактовки калибровочных полей, инвариантность выражения (13) к преобразованиям (14) с различными константами связи  $e_i$  ( $i = B, 1, 2$ ), фиксирующими масштаб относительной шкалы взаимодействия калибровочного поля и различных полей материи в пространстве с внутренней симметрией, приводит, в силу мультипликативного характера группового  $U(1)$  – пространства, к соотношению  $e_1 + e_2 = e_B$ , т.е. к соотношению с аддитивной алгеброй для констант связи, которые на традиционном языке ассоциируются с зарядом.

Разложим в функциональный ряд Лорана по вектору-потенциалу  $A_\mu(r)$  в окрестности  $A = 0$  выражение (13). Коэффициент при  $A_\mu(r)$  во втором члене ряда будет иметь вид:

$$\left. \frac{\delta}{\delta A_\mu(r)} G(x, y, z, A) \right|_{A=0} = ie_1 \int_x^z dr'_\rho g_{\mu\rho} \delta(r' - r) G(x, y, z, \{0\}) + ie_2 \int_y^z dr'_\sigma g_{\mu\sigma} \delta(r' - r) G(x, y, z, \{0\}).$$

После выбора “минимальных” траекторий, соединяющих точки  $x$  и  $y$  с точкой  $z$ , как  $r'_\rho(\lambda) = (1-\lambda)x_\rho + \lambda z_\rho$  и  $r'_\sigma(\lambda) = (1-\lambda)y_\sigma + \lambda z_\sigma$ , находим

$$\left. \frac{\delta G(x, y, z; A)}{\delta A_\mu(r)} \right|_{A=0} = i \left\{ e_1(z-x)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(x-r+\lambda(z-x)) + e_2(z-y)_\mu \int_0^1 d\lambda \delta(y-r+\lambda(z-y)) \right\} G(x, y, z). \quad (15)$$

Переходя к импульсному представлению в выражении (15)

$$\Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz dr e^{i(qr+pz-p_1x-p_2y)} \left. \frac{\delta G(x, y, z; A)}{\delta A_\mu(r)} \right|_{A=0} = \\ = i \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz dr \left\{ e_1(z-x)_\mu \delta(x-r+\lambda(z-x)) + e_2(z-y)_\mu \delta(y-r+\lambda(z-y)) \right\} G(x, y, z) e^{i(qr+pz-p_1x-p_2y)},$$

и интегрируя по  $dr$  с учетом требования трансляционной инвариантности  $G(x, y, z) \equiv G(z-x, z-y)$ , получим

$$i \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} dx dy dz \left\{ e_1(z-x)_\mu e^{i(qx+\lambda q(z-x)+pz-p_1x-p_2y)} + e_2(z-y)_\mu e^{i(qy+\lambda q(z-y)+pz-p_1x-p_2y)} \right\} G(z-x, z-y).$$

Это выражение значительно упрощается после перехода к естественным переменным – относительным координатам  $\zeta = z-x$ ,  $\xi = z-y$  и координате центра масс  $X = (z + \frac{x+y}{2})/2$  с якобианом  $|J|=1$  ( $x = X - \frac{3}{4}\zeta + \frac{1}{4}\xi$ ,  $y = X + \frac{1}{4}\zeta - \frac{3}{4}\xi$ ,  $z = X + \frac{\zeta+\xi}{4}$ ):

$$i(2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta d\xi \left\{ e_1 \zeta_\mu e^{i[\zeta(p_1+(\lambda-1)q)+\xi p_2]} + e_2 \xi_\mu e^{i[\xi p_1+\zeta(p_2+(\lambda-1)q)]} \right\} G(\zeta, \xi) = \\ = (2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1+(\lambda-1)q; p_2)}{\partial(p_1+(\lambda-1)q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2+(\lambda-1)q)}{\partial(p_2+(\lambda-1)q)_\mu} \right\}.$$

После замены  $\lambda \rightarrow 1-\lambda$  окончательно получим выражение для сильносвязной собственной вершинной функции в импульсном представлении

$$\Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = (2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1-\lambda q; p_2)}{\partial(p_1-\lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2-\lambda q)}{\partial(p_2-\lambda q)_\mu} \right\}. \quad (16)$$

Импульсы  $p$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  и  $q$  соответствуют полям  $B(z)$ ,  $\bar{\psi}_1(x)$ ,  $\bar{\psi}_2(y)$  и ЭМ полю  $A_\mu(r)$ . Смещение по импульсу  $p_i \rightarrow p_i - \lambda q$  в каждом слагаемом выражения (16) сопровождается присутствием множителя  $e_i$ , т.е. трансляции в импульсном пространстве строго согласованы с трансляциями во внутреннем пространстве. Отметим, что закон сохранения суммарного 4-импульса в каждом слагаемом подынтегрального выражения (16) определяется  $\delta$ -функцией и имеет привычную форму  $p_1+(\lambda-1)q+p_2 = p_1+p_2+(\lambda-1)q = p+\lambda q$ , что становится очевидным после сокращения слагаемых  $\lambda q$ .

Представим собственную вершинную функцию  $D(p, q, p_1, p_2)$  в импульсном представлении в виде разложения в функциональный ряд Лорана по вектор-потенциалу  $A_\mu(r)$ , ограничиваясь двумя первыми членами разложения

$$D(p, q, p_1, p_2) = D(p, p_1, p_2) + \frac{1}{1!} \Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) \varepsilon_\mu + \dots$$

Второе слагаемое данного разложения определяет контактный член полной амплитуды взаимодействия ЭМ поля с вершинной функцией в однофотонном приближении (рис. 2). С учетом выражения (16) для сильносвязной собственной вершинной функции имеем:

$$\mathfrak{M}_{\text{Cont}} = \varepsilon_\mu \Gamma_\mu(p, q, p_1, p_2) = (2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2) \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1-\lambda q; p_2)}{\partial(p_1-\lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2-\lambda q)}{\partial(p_2-\lambda q)_\mu} \right\}. \quad (17)$$

Выражению (17) на рисунке 2 соответствуют диаграммы в фигурных скобках.

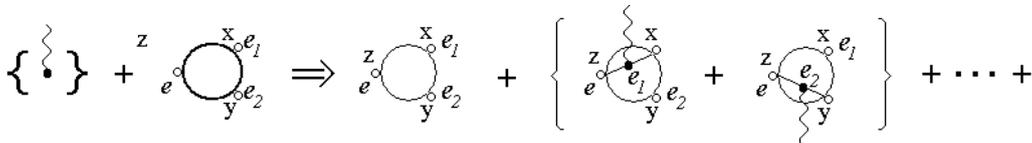


Рис. 2. Электромагнитная вставка в собственную трехточечную вершинную функцию.

Имея в распоряжении все необходимые конструкции, определяющие взаимодействие ЭМ поля с двухточечной ФГ и трехточечной вершиной, выполним включение калибровочного поля в полную локально калибровочно-инвариантную одночастично неприводимую трехточечную ФГ (рис. 3). В результате образуется калибровочно-замкнутый ряд четырехточечных ФГ, состоящий из трёх одночастично приводимых четырехточечных ФГ – полюсной части и сильносвязанной четырехточечной ФГ – контактный член. Как известно из КЭД, все члены одного порядка квазиклассического разложения S-матрицы или производящего функционала для ФГ образуют инвариантную совокупность с теми же свойствами симметрии, которыми обладает S-матрица, т.е. все свойства симметрии выполняются независимо для данной совокупности диаграмм. В нашем рассмотрении возникает обратная картина – взаимодействие ЭМ поля с сильносвязанным составным полем материи, где в дополнение к ЭМ присутствует сильное взаимодействие, происходит с неизвестным в настоящее время лагранжианом, а, следовательно, и S-матрицей. Однако на уровне амплитуды – ряда диаграмм (рис. 3) с сильносвязанной ФГ удастся обеспечить выполнение требования ковариантности и калибровочной инвариантности, а, следовательно, амплитуда на уровне обобщенного, калибровочно-замкнутого полюсного ряда будет иметь те же свойства симметрии, что и амплитуда КЭД, но уже в присутствии сильного взаимодействия.

Математическая запись, отражающая процесс включения ЭМ поля в сильносвязанную трехточечную

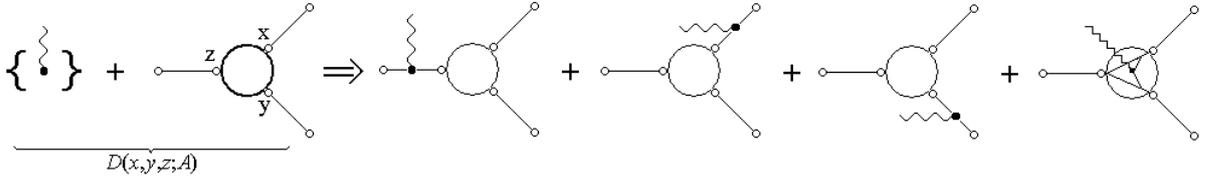


Рис. 3. Разложение в ряд Лорана калибровочно-инвариантной трехточечной ФГ.

вершинную ФГ (рис. 3), в соответствии с выше изложенными правилами (9) и (16) имеет вид

$$\begin{aligned}
& \{D(p)G(p; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2)\} + \{e\varepsilon_\mu\} \rightarrow \\
& \rightarrow \left\{ -e\varepsilon_\mu z \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p + \lambda q)_\mu} D(p + \lambda q) \right\} G(p + q; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2) + \\
& + D(p)G(p; p_1 - q, p_2) \left\{ -e\varepsilon_\mu z_1 \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p_1 - \lambda q)_\mu} D(p_1 - \lambda q) \right\} D(p_2) + \\
& + D(p)G(p; p_1, p_2 - q)D(p_1) \left\{ -e\varepsilon_\mu z_2 \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p_2 - \lambda q)_\mu} D(p_2 - \lambda q) \right\} + \\
& + D(p) \left\{ -e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left[ z_1 \frac{\partial G(p + (1 - \lambda)q; p_1 - \lambda q, p_2)}{\partial(p_1 - \lambda q)_\mu} + z_2 \frac{\partial G(p + (1 - \lambda)q; p_1, p_2 - \lambda q)}{\partial(p_2 - \lambda q)_\mu} \right] \right\} D(p_1)D(p_2).
\end{aligned} \tag{18}$$

(каждая строка в выражении (18) соответствует диаграмме на рис. 3, слева направо).

Нетрудно убедиться в калибровочной инвариантности выражения (18), произведя при этом следующую замену  $\varepsilon_\mu \rightarrow q_\mu$ :

$$\begin{aligned}
& -ze [D(p + q) - D(p)]G(p + q; p_1, p_2)D(p_1)D(p_2) + \\
& + D(p)G(p; p_1 - q, p_2) [-ez_1 (D(p_1) - D(p_1 - q))]D(p_2) + \\
& + D(p)G(p; p_1, p_2 - q)D(p_1) [-ez_2 (D(p_2) - D(p_2 - q))] - \\
& - ez_1 D(p) [G(p + q; p_1, p_2) - G(p; p_1 - q, p_2)]D(p_1)D(p_2) - \\
& - ez_2 D(p) [G(p + q; p_1, p_2) - G(p; p_1, p_2 - q)]D(p_1)D(p_2) .
\end{aligned} \tag{19}$$

Воспользовавшись тождеством Уорда-Такахаша для двухточечных ФГ при замене  $\varepsilon_\mu \rightarrow q_\mu$

$$eq_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p + \lambda q)_\mu} \{D(p + \lambda q)\} = e [D(p + q) - D(p)] = -eD(p + q) \{2(pq)\} D(p) ,$$

редуцируя в выражении (19) внешние двухчастичные функции распространения соответствующими волновыми функциями свободных частиц, находящихся на массовой оболочке ( $p_i^2 = m_i^2$ ), которые для скалярных полей, в принятой нами нормировке, равны единице и, с учетом

$$D(p \pm q) = \frac{1}{(p \pm q)^2 - m^2} = \pm \frac{1}{2pq},$$

получаем вклад данного обобщенного полюсного ряда фейнмановских диаграмм в матричный элемент  $S$  – матрицы:

$$\begin{aligned} & ezG(p+q; p_1, p_2) - ez_1G(p; p_1 - q, p_2) - ez_2G(p; p_1, p_2 - q) - \\ & - e(z_1 + z_2)G(p+q; p_1, p_2) + ez_1G(p; p_1 - q, p_2) + ez_2G(p; p_1, p_2 - q) = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, выражение (17) градиентно-инвариантно. Важно отметить, что удалось удовлетворить требованию сохранения полного ЭМ ядерного тока, не привлекая явного вида собственной вершинной функции  $G(p; p_1, p_2)$ , т.е. нигде не использовалось предположение о структуре составной сильно взаимодействующей системы, а использовалась лишь её зависимость от естественных динамических переменных, которая определяется в соответствии с требованием трансляционной инвариантности. Соотношение (19) можно рассматривать, как аналог тождества Уорда-Такахаша для одночастично неприводимой трехточечной ФГ.

Отметим ещё один важный момент необходимый для понимания физического смысла контактного члена (17). В частном случае, когда отсутствует спиновая структура в вершинной функции, т.е. распадается скалярная составная система на скалярные составляющие, а вершинный формфактор, естественно, зависит лишь от квадрата разности 4–импульсов  $G(p_1, p_2) = G((p_1 - p_2)^2)$ , то при этих условиях подынтегральное выражение в (17) образует полный дифференциал и интеграл легко вычисляется:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q; p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\} &= \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ &= \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ 2e_1 \left( p_1 - \frac{\lambda q}{\varepsilon q=0} - p_2 \right)_\mu \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ &= \frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \int_0^1 d \left[ 2\lambda q(p_1 - p_2) - (p_1 - p_2)^2 - \frac{\lambda^2 q^2}{q^2=0} \right] \left\{ e_1 \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ &= -\frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \int_0^1 d(p_1 - \lambda q - p_2)^2 \left\{ e_1 \frac{\partial G[(p_1 - \lambda q - p_2)^2]}{\partial (p_1 - \lambda q - p_2)^2} + \dots \right\} = \\ &= -\frac{\varepsilon(p_1 - p_2)}{q(p_1 - p_2)} \left\{ e_1 G[(p_1 - p_2 - q)^2] + e_2 G[(p_1 - p_2 + q)^2] - e_B G[(p_1 - p_2)^2] \right\}. \end{aligned}$$

В качестве примера вычислим интеграл от ФГ  $D(p)$  скалярной частицы:

$$\begin{aligned} e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} &= e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial (p + \lambda q)^2}{\partial (p + \lambda q)_\mu} \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)^2} = \\ &= e \frac{2\varepsilon p}{2qp} \int_0^1 d(p + \lambda q)^2 \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)^2} = e \frac{\varepsilon p}{qp} [D(p + q) - D(p)] = D(p + q) \{-e\varepsilon(2p + q)\} D(p). \end{aligned}$$

Другим примером может служить включение ЭМ поля в ФГ для частицы со спином  $\frac{1}{2}$ . Действуя в соответствии с правилом (10) получим

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} = e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial (p + \lambda q)_\mu} \left\{ \frac{1}{\hat{p} + \lambda \hat{q} + m} \right\} = e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{\gamma_\mu [(p + \lambda q)^2 - m^2] - 2(p + \lambda q)_\mu (\hat{p} + \lambda \hat{q} - m)}{[(p + \lambda q)^2 - m^2]^2} \right\}.$$

После преобразования выражения в числителе получим

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} = e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ \frac{(\hat{p} + \lambda \hat{q} - m) \{-\gamma_\mu\} (\hat{p} + \lambda \hat{q} - m)}{[(p + \lambda q)^2 - m^2]^2} \right\}.$$

Интегрируя по переменной  $\lambda$  с учетом возникающих интегралов:

$$I_1 = \int_0^1 d\lambda \frac{1}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} = \frac{1}{[(p+q)^2 - m^2](p^2 - m^2)},$$

$$I_2 = \int_0^1 d\lambda \frac{\lambda}{[(p+\lambda q)^2 - m^2]^2} = \frac{1}{(2pq)^2} \ln\left(1 + \frac{2pq}{p^2 - m^2}\right) - \frac{p^2 - m^2}{2pq} I_1,$$

и удерживая в  $I_2$  первый член в разложении логарифма, получим

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial (p+\lambda q)_\mu} = \frac{(\hat{p} + \hat{q} - m)\{-e\varepsilon_\mu \gamma_\mu\}(\hat{p} + \hat{q} - m)}{[(p+q)^2 - m^2]^2 (p^2 - m^2)^2} = \frac{(\hat{p} + \hat{q} - m)\{-e\varepsilon_\mu \gamma_\mu\} \left(1 + \hat{q} \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}\right) (\hat{p} - m)}{[(p+q)^2 - m^2]^2 (p^2 - m^2)^2} =$$

$$= S(p+q) \left\{ -e\varepsilon_\mu \gamma_\mu \left(1 + \hat{q} \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}\right) \right\} S(p).$$

Таким образом, в результате включения калибровочного поля в ФГ спинорной частицы получаем следующее выражение для ЭМ вершины:

$$e\varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial S(p+\lambda q)}{\partial (p+\lambda q)_\mu} = S(p+q) \left\{ -e\varepsilon_\mu (\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu} q_\nu S(p)) \right\} S(p).$$

Последнее выражение воспроизводит ЭМ вершину для спинорных частиц с учетом вклада чисто поперечной части  $\sigma_{\mu\nu} q_\nu$ , умноженной на  $S(p)$ . Повторное включение ЭМ поля  $-e\varepsilon_\mu (\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu} q_\nu S(p))$  приводит к удлинению 4-импульса частицы  $p + \lambda q$ , и мы приходим в результате к бесконечному пересчету магнитного момента

$$-e\varepsilon_\rho (\sigma_{\rho\sigma} q_\sigma S(p+q) \left\{ -e\varepsilon_\mu (\gamma_\mu + \sigma_{\mu\nu} q_\nu S(p)) \right\} S(p)).$$

В заключение выпишем выражение для матричного элемента контактного члена (17), после введения в него относительного 4-импульса  $k_\nu = (p_1 - p_2)_\nu / 2$ , образовавшихся фрагментов

$$\mathfrak{M}_{cont} = -\frac{\varepsilon k}{qk} \left\{ e_1 G \left( \left( k - \frac{q}{2} \right)^2 \right) + e_2 G \left( \left( k + \frac{q}{2} \right)^2 \right) - e_B G(k^2) \right\}. \quad (20)$$

В данном выражении множитель  $(2\pi)^4 \delta(p+q-p_1-p_2)$  опущен. Присутствующая сингулярность по скалярному произведению  $kq$ , содержащему пространственно-подобный относительный 4-импульс, является устранимой.

Использование выражения (20) для контактной амплитуды позволяет записать полный матричный элемент процесса фоторасщепления скалярной составной системы на две скалярные составляющие в однофотонном приближении в явно калибровочно-инвариантном виде. Полную калибровочно-замкнутую амплитуду в обобщенном полюсном приближении можно представить как сумму полюсного и регулярного вкладов

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}^{(pol)} + \mathfrak{M}^{(reg)} = (\mathfrak{S}_\mu^{(pol)} + \mathfrak{S}_\mu^{(reg)}) \varepsilon_\mu,$$

где

$$\mathfrak{S}_\mu^{(pol)} = e_B \frac{p_\mu}{pq} G_s - e_1 \frac{p_{1\mu}}{p_1 q} G_l - e_2 \frac{p_{2\mu}}{p_2 q} G_u, \quad \mathfrak{S}_\mu^{(reg)} = \frac{k_\mu}{kq} (e_1 G_l + e_2 G_u - e_B G_s).$$

Индекс у вершинной функции  $G_{\{s,l,u\}}$ , указывает на зависимость от соответствующего аргумента для каждого слагаемого в соответствии с формулой (20). В результате введения в выражение для полного матричного элемента  $\mathfrak{M}$  тензора ЭМ поля  $F_{\mu\nu} = \varepsilon_\mu q_\nu - \varepsilon_\nu q_\mu$ , получаем калибровочно-эквивалентный вид для амплитуды

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{S}_\mu^{(pol)} \frac{F_{\mu\nu}}{kq} k_\nu.$$

Как видно из этого выражения полная амплитуда определяется лишь вкладом полюсной составляющей ЭМ тока, но ценой введения в амплитуду относительного 4-импульса  $k_\nu$ . Более привычную для КЭД запись амплитуды можно обеспечить за счет динамического калибровочного преобразования над вектором поляризации ЭМ поля  $\varepsilon_\mu \rightarrow \varepsilon_\mu^* = \varepsilon_\mu + f(\varepsilon, q, k) q_\mu$

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{S}_\mu^{(pol)} \varepsilon_\mu^*, \quad \varepsilon_\mu^* = \frac{F_{\mu\nu}}{kq} k_\nu = \varepsilon_\mu - \frac{\varepsilon k}{qk} q_\mu,$$

где ранее неопределенная функция  $f(\varepsilon, q, k)$ , очевидно равна  $-\varepsilon k / qk$ .

## КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И СПИНОВАЯ СТРУКТУРА АМПЛИТУДЫ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ ДЕЙТРОНА

Как известно, обеспечение требования калибровочной инвариантности на уровне амплитуд различных процессов не только значительно упрощает вычисления наблюдаемых величин, но и устраняет различные нефизические расходимости. Примером могут служить процессы рассеяния света на свете, Комптон-эффект на скалярной частице и т.д. Калибровочно-инвариантная амплитуда Комптон-процесса включает в себя три диаграммы Фейнмана и после специального выбора калибровки ЭМ поля матричный элемент процесса существенно упрощается: все наблюдаемые определяются вкладом лишь одной диаграммы. Иными словами, благодаря калибровочной инвариантности значительных упрощений можно достигнуть уже на этапе исследования матричного элемента процесса.

Полный матричный элемент для фоторасщепления скалярной составной системы в однофотонном приближении с учетом выражения (20) для контактного вклада запишем в виде:

$$\mathfrak{M}_{tot} = \varepsilon_{\mu} \mathfrak{S}_{\mu}^{tot},$$

$$\mathfrak{S}_{\mu}^{tot} = e_B G(-k^2) \left( \frac{p_{\mu}}{pq} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right) - e_1 G(-(k-q/2)^2) \left( \frac{p_{1\mu}}{p_1q} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right) - e_2 G(-(k+q/2)^2) \left( \frac{p_{2\mu}}{p_2q} - \frac{k_{\mu}}{kq} \right). \quad (21)$$

Если вершинный формфактор  $G = Const$ , то матричный элемент контактной диаграммы (20) равен нулю, а требование градиентной инвариантности амплитуды выполняется на уровне полюсных амплитуд (21) как в КЭД, но в присутствии сильной вершины. Остановимся подробнее на структуре ЭМ тока  $\mathfrak{S}_{\mu}^{tot}$ . С этой целью проведем рассмотрение процесса (21) в системе центра масс. Выберем импульс фотона направленным вдоль оси  $OZ$ , а плоскость реакции совместим с плоскостью  $XOZ$  так, чтобы импульс частицы 1 составлял угол  $\vartheta$  с положительным направлением оси  $OZ$ . В этом случае знаменатели  $pq$ ,  $p_1q$  и  $p_2q$  в формуле (21) легко выражаются через квадрат относительного 4-импульса  $k^2$ :

$$pq = 2(k^2 + \alpha_o^2), \quad p_1q = (k^2 + \alpha_o^2) + kq, \quad p_2q = (k^2 + \alpha_o^2) - kq,$$

где  $\alpha_o^2 = m\varepsilon_o$  – характеристика связи составной системы. Разложим выражение для тока  $\mathfrak{S}_{\mu}^{tot}$  в ряд Тейлора в точке  $kq$  (в выбранной системе координат  $kq = -\omega|\vec{p}|\cos\vartheta$ ), удерживая три члена разложения

$$\mathfrak{S}_{\mu}^{tot} = -\frac{k_{\mu}}{kq} (e_B - e_1 - e_2) G(k^2) + \frac{G(k^2)}{k^2 + \alpha_o^2} \left( \frac{e_B}{2} p - e_1 p_1 - e_2 p_2 \right)_{\mu} - k_{\mu} (e_1 - e_2) G'(k^2) +$$

$$+ \frac{kq}{(k^2 + \alpha_o^2)^2} \left[ (G(k^2) + (k^2 + \alpha_o^2) G'(k^2)) (e_1 p_1 - e_2 p_2)_{\mu} + k_{\mu} (e_1 + e_2) \frac{G''(k^2)}{2} \right] + O((kq)^2). \quad (22)$$

Как нетрудно видеть, первое слагаемое разложения (22), имеющее порядок  $\omega^{-1}$  по энергии фотона, не дает вклада в сумму за счет сохранения заряда. Второе слагаемое имеет нулевой порядок по энергии  $\omega^0$  и определяет электрический дипольный переход. Наконец, нижняя строка выражения полного тока (22) имеет порядок по энергии фотона  $\omega^1$ .

Иная ситуация наблюдается в случае, когда в полном токе  $\mathfrak{S}_{\mu}^{tot}$  в формуле (21) отсутствует вклад от контактной диаграммы, т.е. члены содержащие  $k_{\mu}$ . Выполняя разложение с удержанием трех членов, находим

$$\mathfrak{S}_{\mu}^{tot} = \frac{G(k^2)}{k^2 + \alpha_o^2} \left( \frac{e_B}{2} p - e_1 p_1 - e_2 p_2 \right)_{\mu} + kq \frac{G'(k^2)}{(k^2 + \alpha_o^2)^2} (e_1 p_1 - e_2 p_2)_{\mu} +$$

$$\frac{(kq)^2}{(k^2 + \alpha_o^2)^3} \left( G(k^2) + (k^2 + \alpha_o^2) G'(k^2) + (k^2 + \alpha_o^2)^2 \frac{G''(k^2)}{2} \right) (e_1 p_1 + e_2 p_2)_{\mu} + O((kq)^3). \quad (23)$$

Сравнивая выражения (22) и (23) на уровне учета членов при энергии  $\omega^0$ , видим, что в выражении для тока (22) присутствует дополнительное слагаемое  $-k_{\mu} (e_1 - e_2) G'(k^2)$ , которое происходит от контактного механизма взаимодействия. Явный вид этой добавки пропорционален разности зарядов и указывает на его принадлежность к электрическому дипольному переходу. Наличие же в ней производной от вершинного формфактора  $G'(k^2)$  означает, что ее вклад определяется тангенсом угла наклона касательной в дополнение к вкладу, который определяется абсолютной величиной вершины  $G(k^2)$  при тех же значениях аргумента. Этому факту можно придать физическое объяснение. Если помнить, что вершинный формфактор является решением

некоторого квазипотенциального уравнения, потенциал которого учитывает обмены различными мезонами, то это имеет свое отражение в его поведении и определяет его кривизну и степень “падения”. А члены в ЭМ токе с производными учитывают все вклады этих мезонов в сбалансированном виде и в соответствии с требованием калибровочной инвариантности. Сравнение следующих порядков в разложении токов (22) и (23) по энергии фотона лишь подтверждает последнее утверждение.

Исследуем возможные следствия выполнения требования калибровочной инвариантности на примере получения амплитуды фоторасщепления наипростейшей сильно связанной системы – ядра дейтерия. Как известно, собственная вершинная функция  $dNN$ , описывающая “развал” дейтрона на  $pn$  – пару, определяется четырьмя структурными формфакторами  $G_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) [7], учитывающими, кроме  $S$  – и  $D$  – волн сход с массовой поверхности нуклона в промежуточном состоянии, которому соответствует дополнительно  $P$  – волна

$$\Gamma_v(p, n) = G_1 \gamma_v + \frac{k_v}{m} G_2 + \frac{\hat{p} - m}{2m} \left[ G_3 \gamma_v + \frac{k_v}{m} G_4 \right], \quad (24)$$

где  $k_v = (p - n)_v / 2$  – относительный пространственно-подобный 4-импульс  $pn$  – пары. Сильно связанная трехточечная ФГ, отвечающая виртуальному развалу дейтерия, имеет вид

$$D_{v'v}(d) (\Gamma_{v'v}(d; p, n))_{\alpha\beta} S_{\alpha\alpha'}(p) S_{\beta\beta'}(n), \quad (25)$$

которая, в соответствии с правилами (10) и (16), в результате “включения” в неё ЭМ поля описывается рядом (рис. 3) четырехточечных ФГ (18). Поскольку в настоящий момент нас интересует сохранение заряда, выпишем матричный элемент процесса  $d(\gamma, p)n$  без членов в ЭМ токах, отвечающих учету аномальных магнитных моментов, которые сами по себе калибровочно-инвариантны [8]:

$$\mathfrak{M}(\gamma d \rightarrow pn) = e \varepsilon_\mu U_v \bar{u}_p \mathfrak{S}_{\mu\nu} C \bar{u}_n^T, \quad (26)$$

где  $\varepsilon$  и  $U$  – векторы поляризации фотона и дейтрона,  $\bar{u}_p$  и  $C \bar{u}_n^T$  – биспиноры, образовавшихся в конечном состоянии протона и нейтрона. Полный ЭМ ток  $\mathfrak{S}_{\mu\nu}$  перехода равен

$$\mathfrak{S}_{\mu\nu} = \frac{(d + d')_\mu}{d'^2 - M_d^2} \left( G_1 \gamma_\nu + \frac{k_\nu}{m} G_2 \right) + \gamma_\mu \frac{1}{\hat{p} - \hat{q} - m} \left[ G_1 \gamma_\nu + \frac{k_\nu - q_\nu / 2}{m} G_2 + \frac{\hat{p} - \hat{q} - m}{2m} \left( G_3 \gamma_\nu + \frac{k_\nu - q_\nu / 2}{m} G_4 \right) \right] - \int_0^1 d\lambda \frac{\partial}{\partial(p - \lambda q_\mu)} \Gamma_v(p - \lambda q, n). \quad (27)$$

Если предположить, что все вершинные формфакторы  $G_i$  зависят только от квадрата относительного 4-импульса  $G_i(-k^2)$  конечной  $pn$  – пары, интеграл контактного тока легко вычисляется

$$\int_0^1 d\lambda \frac{\partial \Gamma_v(p - \lambda q, n)}{\partial(p - \lambda q_\mu)} = \frac{g_{\mu\nu}}{2m} G_2 + \frac{\gamma_\mu \gamma_\nu}{2m} G_3 - \frac{1}{2m^2} \left\{ \frac{g_{\mu\nu} \hat{q} - \gamma_\mu q_\nu}{4} + \gamma_\mu n_\nu \right\} G_4,$$

который, после подстановки в выражение (27), приводит к тому, что формфактор  $G_3$  в  $\mathfrak{S}_{\mu\nu}$  сокращается

$$\mathfrak{S}_{\mu\nu} = \left( \frac{d_\mu}{dq} - \frac{p_\mu}{pq} - \frac{\hat{q} \gamma_\mu}{2pq} \right) \left( G_1 \gamma_\nu - \frac{n_\nu}{m} G_2 \right) + \left( \frac{d_\mu q_\nu}{dq} - g_{\mu\nu} \right) \frac{G_2}{2m} + \frac{g_{\mu\nu} \hat{q} - \gamma_\mu q_\nu}{8m^2} G_4, \quad (28)$$

что указывает на перестройку полной амплитуды лишь за счет спиновой структуры. Необходимо отметить, что формфактор  $G_3$  в отличие от остальных трёх, определяется лишь триплетной составляющей  $P$  – волны, в то время как остальные формфакторы определяются линейной комбинацией  $S$ ,  $D$  и  $P$  – волн.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исторически теоретическую основу современных электроядерных процессов составляет нерелятивистская квантовая механика. Отсутствие явной ковариантности и калибровочной инвариантности полных амплитуд приводит к тому, что данные различных теоретических групп по результатам описания одного и того же процесса сильно различаются. Это является прямым следствием невозможности проконтролировать уровень допущенных приближений в расчетах. Нерелятивистская картина описания не обеспечивает необходимого уровня строгости, позволяющего адекватно улавливать тонкости субъядерной структуры на значительно меньших пространственно-временных интервалах, а присутствие блока с неизвестным  $NN$  – взаимодействием существенно усугубляет решение проблемы в целом. Почему-то ни у кого не возникает желания пересчитывать процессы в КЭД, рассчитанные полвека назад, по причине того, что ничего нового не получишь. Это гарантировано полной однозначностью и определенностью КЭД. Ведь КЭД по настоящий момент остается общепризнанным эталоном для любых теорий и не перестает восхищать в понимании природы ЭМ сил от микро до макро уровней.

Развитый в работе подход обеспечивает надежную основу для теоретически корректного и последовательного описания ядерной структуры на общепонятном языке КЭД и свободном от всех недостатков, указанных выше.

В работе показано, что проблема взаимодействия фотонов с составным сильно связанным полем материи, ввиду отсутствия лагранжиана составной сильно связанной системы, может быть решена вне рамок теории возмущений, в предположении, что изначально известны сильносвязанные двух- и трехточечные ФГ полей материи в виде решений релятивистского уравнения Бете-Солпитера или квазипотенциальных его аналогов. Показано, что этих предположений достаточно для написания полной амплитуды процесса независимо от неизвестных деталей ЭМ структуры составной сильно связанной системы, в которой удовлетворяются требования ковариантности и калибровочной инвариантности при последовательном учете внутренней динамики.

В рамках предложенного подхода приобретает понятную трактовку концепция учета и роли обменных мезонных токов. Собственная вершинная функция является решением квазипотенциального уравнения, потенциал которого формируется за счет обменов разнообразными виртуальными мезонами, что в конечном итоге отражено в вершинной функции в виде степени ее падения и характере кривизны. Использование вершинной функции в амплитуде, полученной на основе требования инвариантности по отношению к преобразованиям локальной калибровочной группы, приводит к автоматическому учету всех мезонных обменов посредством полюсной и регулярной (контактной) частей полной амплитуды. Полюсная часть амплитуды определяется абсолютными значениями вершинной функции при заданных значениях аргумента, в то время как регулярная часть, за счет присутствия в ней производной от вершинной функции, вносит дополнительную зависимость в амплитуду от угла наклона касательной. Следовательно, учет виртуальных мезонных обменов осуществляется посредством собственной вершинной функции в строго согласованном виде по отношению к учету одночастичных (полюсных) и многочастичных (регулярных) механизмов процесса и в точном соответствии с требованием сохранения полного ЭМ тока.

Важно отметить, что калибровочно-замкнутые классы диаграмм, полученные на уровне учета одночастичных (обобщенный полюсный ряд, включая контактную диаграмму) и многочастичных (однопетлевые и т.д.) механизмов, в связи с условием унитарности  $S$ -матрицы, можно, из-за отсутствия теории возмущений по константе сильного взаимодействия, рассматривать как последовательно уточняющий ряд вкладов петлевых механизмов по отношению к обобщенному полюсному ряду. Упрощенная схема рассуждений состоит в следующем. Условие унитарности  $S$ -матрицы и принципа локальной калибровочной инвариантности на уровне одночастичного промежуточного состояния приводит к появлению обобщенного полюсного ряда, где наряду с одночастичными механизмами эффективно учитываются многочастичные. Суммарный учет таких механизмов обеспечивает точное сохранение ЭМ тока  $q_\mu J_\mu^{tot} = q_\mu [J_\mu^{pol} + J_\mu^{reg}]_1 = 0$  с точностью до неизвестной на данном этапе рассмотрения чисто поперечной по отношению к  $q_\mu$  добавки  $\delta J_\mu$ , такой, что  $\delta J_\mu q_\mu = 0$ , и которая на данном уровне рассмотрения не определена. На этапе рассмотрения одночастичного промежуточного состояния такая добавка, естественно, равна нулю. Учет, в дополнение к одночастичному промежуточному состоянию двухчастичного, приводит к возникновению, в силу принципа локальной калибровочной инвариантности, калибровочно-замкнутого однопетлевого набора диаграмм с сохраняющимся  $[J_\mu]_2$  током, который по отношению к обобщенному полюсному набору диаграмм можно сопоставить с  $\delta J_\mu = [J_\mu]_2$ . Указанная процедура учета последовательных приближений на основе условий унитарности и калибровочной инвариантности представляет собой разложение полной амплитуды по калибровочно-замкнутым классам петлевых диаграмм, отвечающих учету разного числа промежуточных состояний с полным сохраняющимся ЭМ током, таким, что

$$q_\mu J_\mu^{tot} = q_\mu [J_\mu^{pol} + J_\mu^{reg}]_1 + q_\mu [J_\mu]_2 + \dots + q_\mu [J_\mu]_i + \dots = 0,$$

где  $i = 1, \dots, n$  – число промежуточных состояний.

Новый взгляд на КЭД с позиций геометрических понятий КТКП при описании взаимодействий калибровочного поля с локальными и нелокальными полями материи с точки зрения калибровочно-инвариантных ФГ, имеющих более широкое внутреннее содержание по отношению к лагранжиану взаимодействия, позволил обеспечить выполнение требований ковариантности и градиентной инвариантности амплитуд процессов фоторасщепления на основе единого принципа относительности в зарядовом пространстве.

Достоинство развитого подхода состоит в том, что он обеспечивает возможность одновременно проводить исследования ядерной структуры (составных сильно связанных систем) на основе единой амплитуды не только для процессов фоторасщепления, но и для процессов электрорасщепления. Требования калибровочной инвариантности и ковариантности позволяют осуществить конечный предел полной амплитуды при стремлении квадрата переданного 4-импульса виртуального фотона к нулю. На основе единой амплитуды авторами впервые были проведены расчеты наблюдаемых характеристик для процессов фото- и

электрорасщепления ядер дейтерия, трития, гелия-3, гелия-4, углерода-12 и кислорода-16 в двухчастичные каналы реакций до порога рождения мезонов.

Предложенный подход легко обобщается на случай неабелевой калибровочной группы и позволяет его применить в КХД.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Славнов А.А., Фадеев Л.Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. - М.: Наука, 1978. - 240 с.
2. Шутц Б. Геометрические методы математической физики. - М.: Мир, 1984. - 304 с.
3. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. - М.: Мир, 1984. - 448 с.
4. Касаткин Ю.А., Кириченко И.К., Солдатов С.А. // Вісник Харківського університету, серія фізична "Ядра, частинки, поля". - 2000. - **469**, вып.1(9). - С.7-11.
5. Касаткин Ю.А., Кириченко И.К. // Вісник Харківського університету, серія фізична "Ядра, частинки, поля". - 2001. - **524**, вып.3(10). - С.25-28.
6. Касаткин Ю.А., Кириченко И.К., Корж А.П. // Вісник Харківського університету, серія фізична "Ядра, частинки, поля". - 2001. - **510**, вып.1(13). - С.3-10.
7. Виск W.W., Gross F. // Phys. Lett. - 1976. - **B63**, №3. - P.286-290.
8. Нагорный С.И., Касаткин Ю.А., Инопин Е.В., Кириченко И.К. // ЯФ. -1989. - **49**. С.749-762.

#### LOCAL U(1)-GAUGE INVARIANCE AND PHOTODISINTEGRATION OF LIGHT ATOMIC NUCLEI

**Yu.A. Kasatkin, I.K. Kirichenko\*, O.D. Ptashniy\***

*Electro-Physical Scientific & Technical Centre National Academy of Sciences of Ukraine,*

*61002, Ukraine, Kharkov, Chernyshevsky St, 28.*

*\* Ukraine Engineer-Pedagogical Academy,*

*61003, Ukraine, Kharkov, University St, 16.*

In the article the theoretical approach is advanced, in which the problem of interaction of an electromagnetic field with strong-bound composite system is solved without engaging the Lagrange approach. The account of interaction of an gauge field with nonlocal fields of a substance is determined as a result of introduction in viewings U(1) - locally gauge-invariant 2- and 3-dot Green functions of free fields. Is shown, that as a result of decomposition of gauge-invariant 2-dot Green functions in a functional Laurent series on a vector to potential of an gauge field all gang of the Feynman diagrams of an electro-dynamics is reproduced. The decomposition of a strongly coupling 3-dot Green function gives to gauge - made to a series of 4-dot Green functions irrespective of an explicit view of own vertex function of a strong coupling. This property allows to use as own vertex function, that to use as her solution of a relativistic equation to a Bethe- Salpeter or solutions of quasi-potential equations. The realization of the requirements of a covariance and gauge invariance at a level of complete amplitude allows sequentially to taking into account subnuclear dynamics with a precisely conserved structural electromagnetic current.

**KEY WORDS:** covariance, gauge invariance, vertex function, photodisintegration.