

## ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ТЕПЛООБМЕНА ХРАНИЛИЩА ИСТОЧНИКА $\gamma$ - ИЗЛУЧЕНИЯ

**В.И. Ткаченко, В.А. Цымбал, А.Ф. Стоянов**

*Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", г. Харьков, ул. Академическая, 1, Украина*  
Поступила в редакцию 11 ноября 2003 г.

Разработана математическая модель теплообмена в хранилище источника  $\gamma$ -излучения с учетом распространения тепла в средах с различными теплофизическими характеристиками, выполнена численная реализация предложенного алгоритма расчета изменения температуры в зависимости от времени. На основании выполненных расчетов можно сделать вывод о том, что при отключенной системе водяного охлаждения и вентиляции разрушение стенок хранилища наступает не позднее, чем через сутки, причем тепло распространяется, в основном, внутри бетона. При включенной вентиляции и системе водяного охлаждения процесс нагревания идет значительно медленнее, причем становится существенным изменение теплофизических характеристик среды на поверхности раздела сред.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:**  $\gamma$ -излучение, источник, хранение, моделирование, теплопроводность, разрушение, бетон.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При проектировании любой установки, в которой находятся источники тепловой энергии, в частности - установки  $\gamma$ -облучения важной является задача обеспечения безопасности хранения источников излучения в течение длительного времени [1-3]. В данной работе рассматривается безопасность хранения, с точки зрения возможных последствий нагревания стен хранилища. Хранилище источников излучения при «сухом» способе хранения представляет собой бетонный бокс, находящийся в земле (рис.1). Координату  $x$  будем отсчитывать от поверхности бетонной стены, ось  $x$  направлена по нормали к указанной поверхности. Сделаем следующие предположения о процессе нагревания стен хранилища и, впоследствии, земли под воздействием источников излучения:

1) температура  $T$ , в основном, зависит от времени  $t$  и координаты  $x$ , данное предположение справедливо для значений  $x \ll L_1$  (рис.1); на границе между стенами хранилища и землей соблюдаются условия теплового баланса (иными словами, при  $x = l$ ,  $l$  - толщина стен хранилища):

$$T_- = T_+; \quad \lambda_1 \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_- = \lambda_2 \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_+, \quad (1)$$

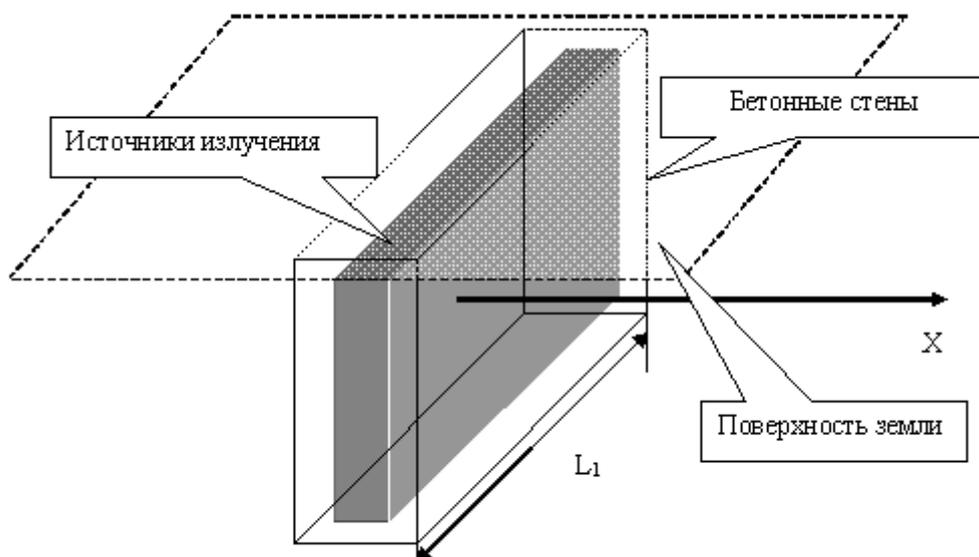


Рис. 1. Схема хранилища источников излучения

где индексы “-“ и “+” соответствуют значениям температуры и ее первой производной по  $x$  слева и справа соответственно,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - коэффициенты теплопроводности бетона и земли;

2) задан поток энергии  $q$  на внутренней границе бетонной стены; в действительности установка имеет систему водяного охлаждения и принудительной конвекции воздуха в объеме хранилища, поэтому большая часть излучаемой энергии не входит в величину потока энергии  $q$ .

Величину плотности потока энергии излучения можно считать постоянной, т.к. излучаемая источником на единицу объема энергия зависит только от состава вещества источника. Влияние системы водяного охлаждения приводит к ослаблению потока энергии на внутренней границе бетонной стены, наличие конвективного теплообмена - к появлению дополнительного слагаемого в граничных условиях на внутренней границе бетонной стены.

Указанные обстоятельства необходимо учитывать при численной реализации алгоритма. В то же время условие «пассивной безопасности» (т.е. безопасности хранения при отказе системы охлаждения и отсутствии конвективного теплообмена) приводит к необходимости расчета температуры бетона также и в случае, когда вся излучаемая энергия расходуется на нагрев бетонных стен и земли.

Система уравнений, начальных и граничных условий смешанной задачи, описывающих изменение температуры в системе при отсутствии принудительной вентиляции, записывается следующим образом [4 гл.1, 5 гл.3]:

$$\begin{aligned} \forall x \in [0, l]: \frac{\partial T}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad \forall x \in (l, +\infty): \frac{\partial T}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \\ \forall t \in [0, +\infty): T_- = T_+; \lambda_1 \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_- = \lambda_2 \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_+; \quad \forall t \in (0, +\infty): \lambda_1 \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = -q; \\ \forall x \in [0, +\infty): T(x, 0) = T_0; \quad T(x, +\infty) = T_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $a_1^2$  и  $a_2^2$  - коэффициенты температуропроводности бетона и земли соответственно,  $T_0$  - начальная температура земли и бетона, в дальнейшем будем полагать, что  $T_0 = 0$ , т.е. рассчитывается изменение температуры в каждой точке  $(x, t)$  по сравнению с начальным значением.

### МЕТОД РЕШЕНИЯ

Будем искать приближенное решение системы (2) методом разделения переменных (термин «приближенное решение» понимается в том смысле, что разделение переменных приводит к представлению решения в виде бесконечного функционального ряда, тогда как при численной реализации вычисляется конечное количество членов ряда).

Выберем величину  $L > l$  ( $l$  - толщина бетонной стенки), будем полагать, что начальное условие  $T(x, 0) = 0$  соблюдается на отрезке  $[0, L]$ . Введем в рассмотрение функцию  $U(x, t)$ :

$$U(x, t) = \begin{cases} \forall x \in [0, l]: U(x, t) = T(x, t) + qx; \\ \forall x \in [l, L]: U(x, t) = T(x, t) + q \left( l + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (x - l) \right); \end{cases} \quad (3)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \forall x \in [0, l]: \frac{\partial U}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \quad \forall x \in (l, +\infty): \frac{\partial U}{\partial t} = a_2^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}; \\ \forall t \in [0, +\infty): U_- = U_+; \lambda_1 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_- = \lambda_2 \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)_+; \quad \forall t \in (0, +\infty): \lambda_1 \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Формальное решение уравнений теплопроводности в областях I и II (бетон, земля) запишем в виде:

$$\begin{aligned} I: U(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-(\omega_k a_1)^2 t} [A_k \cos(\omega_k x) + B_k \sin(\omega_k x)]; \\ II: U(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-(\omega_k a_2)^2 t} [C_k \cos(\omega_k x) + D_k \sin(\omega_k x)]; \end{aligned} \quad (5)$$

Из граничного условия  $\lambda_1 \frac{\partial U(0, t)}{\partial x} = 0$  следует  $B_k = 0$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ . При дальнейшем анализе поступим следующим образом: подберем два коэффициента из набора  $A_k$ ,  $C_k$  и  $D_k$  так, чтобы удовлетворить условиям теплового баланса на границе областей I - II (бетон - земля), и потребуем, чтобы полученное решение удовлетворяло начальному условию:

$$U(x, 0) = \begin{cases} \forall x \in [0, l]: qx; \\ \forall x \in [l, L]: q \left( l + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (x - l) \right) \end{cases} \quad (6)$$

Граничные условия на поверхности раздела сред запишем в виде:

$$\begin{aligned} A_k \cos(\omega_{1k} l) &= C_k \cos(\omega_{2k} l) + D_k \sin(\omega_{2k} l), \\ -A_k \omega_{1k} \cos(\omega_{1k} l) &= \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \left( -\omega_{2k} C_k \sin(\omega_{2k} l) + D_k \omega_{2k} \cos(\omega_{2k} l) \right), \\ e^{-(\omega_{1k} a_1)^2 t} &= e^{-(\omega_{2k} a_2)^2 t} \Rightarrow \omega_{1k} a_1 = \omega_{2k} a_2. \end{aligned} \quad (7)$$

Первые два соотношения системы (7) представляют собой систему линейных уравнений относительно  $C_k$  и  $D_k$ , значения которых выражаются через неизвестные пока коэффициенты  $A_k$  следующим образом:

$$\begin{aligned} C_k &= A_k \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left[ -\frac{a_2}{a_1} \sin(\omega_{1k} l) \cos(\omega_{2k} l) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \sin(\omega_{2k} l) \cos(\omega_{1k} l) \right]; \\ D_k &= A_k \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left[ \frac{a_2}{a_1} \sin(\omega_{1k} l) \sin(\omega_{2k} l) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cos(\omega_{2k} l) \cos(\omega_{1k} l) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Построим функцию:

$$\begin{aligned} F(A_k; k = 0, N) &= \int_0^l \left\{ \sum_{k=0}^N [A_k \cos(\omega_{1k} x)] - U(x, 0) \right\}^2 dx + \\ &+ \int_l^L \left\{ \sum_{k=0}^N [C_k \cos(\omega_{2k} x) + D_k \sin(\omega_{2k} x)] - U(x, 0) \right\}^2 dx. \end{aligned} \quad (9)$$

По построению, минимум функции (9) относительно коэффициентов  $A_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$  удовлетворяет уравнению теплопроводности, граничным условиям на поверхности раздела сред и приближенно удовлетворяет начальным условиям системы (4).

По построению, функция (9) есть полином второй степени относительно переменных  $A_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$ , соответственно, для коэффициентов  $A_k$  получим систему линейных уравнений вида:

$$\sum_{k=0}^N \Omega_{ik} A_k = g_k; k = 0, 1, \dots, N, \quad (10)$$

где коэффициенты  $\Omega_{ik}$ ,  $g_k$  однозначно определяются условиями задачи. Система линейных уравнений легко решается стандартными методами. Величины  $\Omega_{ik}$ ,  $g_k$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} g_k &= -q \int_0^l x \cos \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} x \right) dx - q \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \times \left[ \int_l^L \left[ l + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (x - l) \right] [Q_k + P_k] dx \right]; \\ Q_k &= \left( \left( -\frac{a_2}{a_1} \right) \sin \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) \cos \left( \pi k \frac{L}{l} \right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cos \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) \right) \sin \left( \pi k \frac{x}{L} \right); \\ P_k &= \left( \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \cos \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) \cos \left( \pi k \frac{L}{l} \right) + \frac{a_2}{a_1} \sin \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) \right) \cos \left( \pi k \frac{x}{L} \right); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Omega_{ik} = \int_0^L \left[ [Q_i + P_i] \times \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^2 \times [Q_k + P_k] \right] dx + \int_0^l \cos \left( \pi \frac{i}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) \cos \left( \pi \frac{k}{L} \frac{a_2}{a_1} l \right) dx.$$

Отсюда:

$$A = \Omega^{-1} \cdot g. \quad (12)$$

Теперь приближенное решение запишем в виде:

$$I: U(x, t) = \sum_{k=0}^N e^{-(\omega_{1k} a_1)^2 t} [A_k \cos(\omega_{1k} x)]; \quad (13)$$

$$II: U(x, t) = \sum_{k=0}^N e^{-(\omega_{2k} a_2)^2 t} [C_k \cos(\omega_{2k} x) + D_k \sin(\omega_{2k} x)],$$

где N - количество членов ряда. Коэффициенты  $C_k, D_k$  определяются из соотношений (8).

Применим полученные результаты к решению задачи об оценке температурного режима хранения источников  $\gamma$ -излучения. Толщина бетонных стен хранилища  $l = 0,5$  м. Выберем  $L_2 = 4$  м,  $\omega_{2k} = \frac{\pi k}{L}$ ,  $N = 20$ .

Полученное решение, очевидно, будет адекватным действительному распределению температуры в том случае, если оно удовлетворяет начальным условиям и имеет горизонтальную асимптоту (что следует из единственности решения задачи (2)). Рациональное количество слагаемых в (12) - (13)  $N = 20$  получено в результате последовательных проверок выполнения начальных условий при разных N. В нашем случае (при  $N = 20$ ), полученное решение удовлетворяет начальным условиям с точностью  $\pm 5^0\text{C}$ , т.е. невязка значительно меньше, чем характерные значения температуры в области, где прогрев является существенным.

Характерные значения температуропроводности и теплопроводности для бетона равны  $a_1^2 = 9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\lambda_1 = 1,5 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ . С практической точки зрения нас будет интересовать момент времени, когда температура на поверхности бетонной стены достигнет критической температуры разрушения бетона  $T_{кр} \cong 70^0\text{C}$ . Будем полагать, что начальная температура бетона и земли около  $0^0\text{C}$ . Максимально возможная мощность, выделяемая источником излучения,  $\sim 30 \text{ кВт}$ , площадь бетонной стены -  $3 \times 4 = 12 \text{ м}^2$ , следовательно, поток энергии  $q$  при отсутствии принудительной вентиляции и неработающей системе водяного охлаждения равен  $q = 30000/2/12 = 1250 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ . Критическое значение температуры на внешней поверхности бетонной стены достигается через  $0,7$  суток  $\cong 17$  часов после начала хранения; распределение температуры в указанный момент времени представлено на рис.2. Из графика рис.2 видно, что критическое значение температуры на поверхности бетона достигается в момент времени, когда вся бетонная стена еще не успела прогреться, поэтому взаимодействие между бетоном и землей, и распространение тепла в земле несущественно.

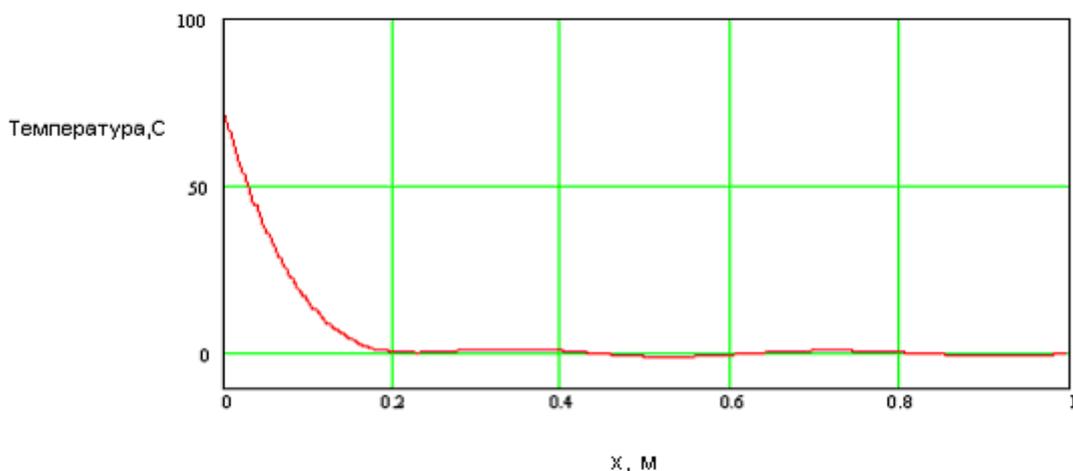


Рис. 2. Распределение температуры при неработающей системе водяного охлаждения и отсутствии принудительной вентиляции,  $t = 17$  часов

Иная ситуация наблюдается в случае, когда работает система водяного охлаждения, большая часть излучаемой энергии отводится от системы, и на нагревание бетонной стены расходуется небольшая часть энергии. В рассматриваемом случае, очевидно, изменение температуры на поверхности бетона будет происходить значительно медленнее, в то же время тепло успевает распространиться на большее расстояние, следовательно, начинают играть существенную роль уравнение теплопроводности в области II (где другое значение

коэффициента температуропроводности), условия на границе раздела сред и начальные условия задачи (2) при  $x > l$ .

На рис. 3 - 4 приведены модельные примеры расчета распределения температуры в момент времени, когда температура на внутренней поверхности бетонной стены равна критической, плотность потока энергии излучении принята равной 0,2 максимальной.

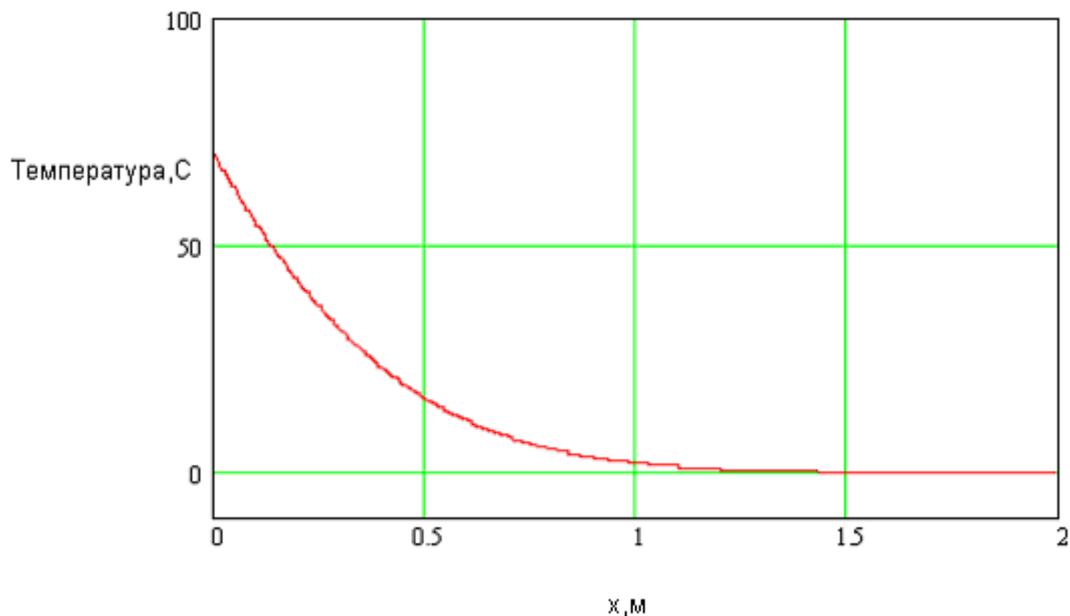


Рис. 3. Распределение температуры при  $t = 18$  дней и одинаковых теплофизических характеристиках сред

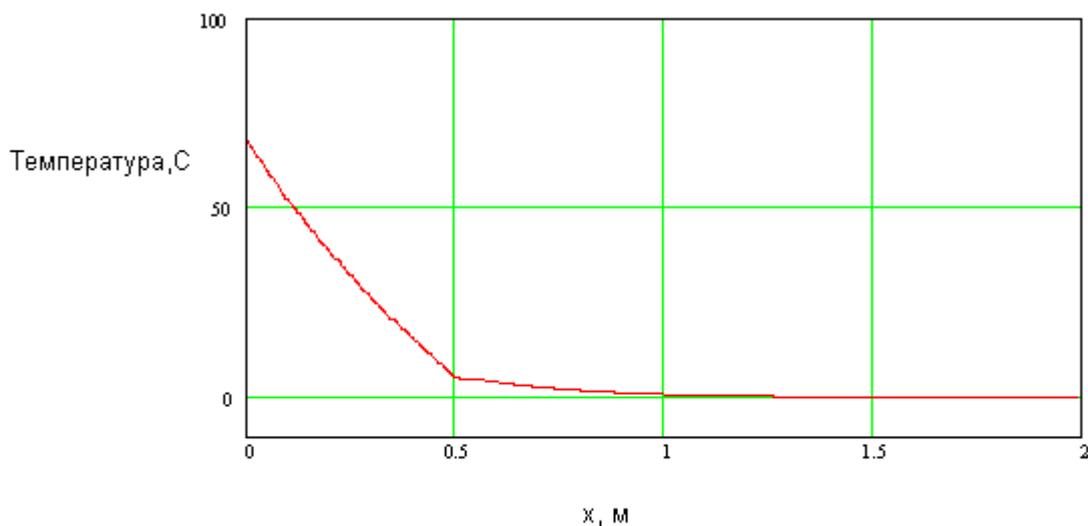


Рис. 4. Распределение температуры при  $t = 18$  дней при  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 5; a_1 = 2a_2$

### ВЫВОДЫ

Выполненные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

- при проектировании установки  $\gamma$ -облучения следует учесть возможность отказа системы охлаждения и вентиляции, т.е. следует предусмотреть контроль температуры на поверхности бетонных стен хранилища, поскольку характерное время нагревания поверхности стены до критической температуры  $\sim 17$  часов. В данном случае можно не учитывать влияния взаимодействия между бетоном и землей, ширину бетонной стены можно считать бесконечной;

- при снижении плотности потока энергии  $q$  (когда работает, по крайней мере, система водяного охлаждения) характерное время  $\tau$ , в течение которого достигается критическое значение температуры на поверхности бетона, существенно увеличивается. Толщину бетонной стены  $l$  теперь нельзя считать бесконечной, необходимо учитывать распространение тепловой энергии в земле и граничные условия на

поверхности раздела сред;

- сравнение распределения температуры в системе в различные моменты времени при различных теплофизических характеристиках сред позволяет сделать вывод о том, что при изменении теплопроводности и теплопроводности среды II (земля) существенно изменяется вид зависимости температуры, как функции координаты, однако значения температуры на поверхности бетонной стены в фиксированный момент времени меняются незначительно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках.- М.: Энергоатомиздат, 1986.- 471 с.
2. Галин Н.М., Кириллов П.Л. Тепломассобмен (в ядерной энергетике).- М.: Энергоатомиздат, 1987.- 375 с.
3. Санитарные правила устройства и эксплуатации мощных изотопных гамма- установок.- М.: Главное санитарно-эпидемиологическое управление, 1975.- 56 с.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.- М.: Наука, 1971.- 509 с.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики.- М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1977.- 659 с.

#### DYNAMIC MODEL OF PROCESS OF HEAT EXCHANGE IN STOREHOUSE OF $\gamma$ - RADIATION SOURCE

**V.I. Tkachenko, V.A. Tsymbal, A.F. Stoyanov**

*National science center "Kharkiv Institute of Physics and Technology", Kharkov, Akademicheskaya street, 1, Ukraine*

The mathematical model of heat exchange in storehouse of  $\gamma$ - radiation source with allowance for distributions of heat in mediums with various physical performances is developed, the numerical realization of offered algorithm for estimation of temperature depending on time is fulfilled. It is possible to make a conclusion, based on executions, that with disconnected system of water cooling and cooling the destruction of walls of storehouse occurs not later than in day, and thermal energy is distributed, mainly, inside concrete. In the case, when cooling and system of water cooling work, the process of heating goes considerably slower, and a modification of physical performances of a medium on an interface of mediums is essential.

**KEY WORDS:**  $\gamma$ - radiation, source, storage, modeling, thermal conduction, destruction, concrete.