УДК 530.1.19

О КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ "НАЗАД" ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ПУЧКЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Н. Ф. Шульга*, Д. Н. Тютюнник**

**Институт теоретической физики Национального научного центра "Харьковский физико-технический институт", Харьков 61108, Академическая, 1, Украина*

***Физико-технический факультет, Харьковский национальный университет, Харьков 61077, пр. Курчатова, 31, Украина*

E-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

Поступила в редакцию 23 октября 2003 г.

В рамках классической теории рассмотрен процесс комптоновского рассеяния "назад" электромагнитной волны на пучке релятивистских электронов. Проведено сравнение результатов классической теории этого эффекта с соответствующими результатами квантовой теории. Анализируются условия, при которых квантовая и классическая формулы для спектра рассеянных волн совпадают. Показана возможность когерентного эффекта при рассеянии "назад" электромагнитной волны на узком сгустке релятивистских электронов. Получены условия, при которых этот эффект возможен.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: комптоновское рассеяние, классическая теория излучения релятивистских электронов, когерентное излучение.

Процесс комптоновского рассеяния электромагнитной волны на пучке электронов представляет значительный интерес в связи с тем, что при этом происходит преобразование частоты электромагнитной волны. Теоретические исследования этого процесса обычно выполняются на основе первого неисчезающего порядка квантовоэлектродинамической теории возмущений, учитывающей эффект отдачи при рассеянии (см., например, [1-3]).

Особый интерес представляет процесс комптоновского рассеяния "назад" электромагнитной волны на пучке релятивистских электронов, так как на основе этого процесса возможно создание источников жесткого монохроматического электромагнитного излучения. Связано это с тем, что спектральное распределение рассеянных волн в этом случае содержит резкий максимум в направлении движения пучка электронов, положение которого быстро смещается в область больших частот с увеличением энергии электрона. На это обстоятельство было обращено внимание в работах [4,5].

Аналогичное спектральное распределение электромагнитных волн имеет место и в процессе когерентного излучения релятивистских электронов в кристалле [6]. Первоначально последний процесс исследовался на основе борновского приближения квантовой электродинамики [7-11]. Впоследствии было показано, что когерентный эффект имеет место не только при квантовом, но и при классическом рассмотрении процесса излучения электрона в кристалле, и что в пренебрежении эффектом отдачи при излучении в ряде случаев формулы квантовой и классической теорий когерентного излучения полностью совпадают [12,13]. Существенным при этом оказалось то, что на основе формул классической электродинамики удалось не только простым способом описать процесс когерентного излучения электронов в кристалле, но и развить теорию, позволяющую выйти за рамки применимости результатов борновской теории когерентного излучения [6].

В настоящей работе показывается, что аналогичная ситуация имеет место и при описании процесса комптоновского рассеяния "назад" электромагнитной волны на пучке релятивистских электронов. Мы показываем, что в области малых частот описание этого процесса может быть проведено на основе формул классической теории излучения, которые использовались ранее для описания процесса когерентного излучения релятивистских электронов в кристалле. Процесс комптоновского рассеяния электромагнитной волны на релятивистском электроне в этом случае фактически сводится к процессу излучения релятивистского электрона при его ускоренном движении в поле налетающей на электрон электромагнитной волны.

В первом разделе работы мы приводим краткое описание квантовой теории процесса комптоновского рассеяния электромагнитной волны на релятивистском электроне. Основное внимание при этом обращено на анализ этого процесса в лабораторной системе координат с тем, чтобы в дальнейшем можно было с единых позиций рассмотреть процесс излучения электрона в поле волны и в поле кристалла. При этом рассматривается случай, когда электромагнитная волна движется навстречу релятивистскому электрону.

Во втором разделе приведен ряд формул классической теории излучения релятивистского электрона, которые впоследствии используются для описания тормозного излучения электрона в поле плоской электромагнитной волны. Полученные результаты сопоставляются с соответствующими результатами квантовой теории. При этом анализируются условия, при которых квантовая и классическая формулы для спектрального распределения рассеянных волн совпадают.

Использование формул классической электродинамики позволяет простыми методами рассмотреть более сложные процессы при комптоновском рассеянии электромагнитной волны на пучке релятивистских электронов и развить методы моделирования данного процесса в полях более сложной конфигурации, чем плоская волна. На основе данного подхода нами, в частности, в последнем разделе рассмотрена возможность когерентного эффекта при рассеянии электромагнитной волны на узком сгустке релятивистских электронов и получены условия, при которых такой эффект возможен.

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОНЕ

В квантовой электродинамике процесс рассеяния электромагнитной волны на электроне, или как его еще называют, процесс комптоновского рассеяния фотона на электроне, обычно рассматривается на основе квантовоэлектродинамической теории возмущений. В первом неисчезающем приближении теории возмущений матричный элемент данного процесса отличен от нуля только при выполнении законов сохранения энергии и импульса

$$p_0 + k_0 = p + k\,, \tag{1}$$

где p_0 и p - 4-импульсы начального и конечного электронов, k_0 и k - импульсы падающего и рассеянного фотонов.

Дифференциальное сечение рассеяния фотона электроном может быть записано в релятивистски-инвариантном виде через инварианты

$$\eta_1 = -\frac{2p_0k_0}{m^2} = -\frac{2pk}{m^2}\,, \qquad \eta_2 = \frac{2p_0k}{m^2} = \frac{2pk_0}{m^2}\,. \tag{2}$$

(Для скалярного произведения двух 4-векторов $a_\mu = (a_0, \vec{a})$, $b_\mu = (b_0, \vec{b})$ мы используем здесь обозначения $ab = a_0b_0 - \vec{a}\vec{b}$.) При этом в случае неполяризованных начальных и конечных частиц дифференциальное сечение рассеяния имеет следующий вид [1]

$$d\sigma = r_0{}^2 \frac{2\omega^2 do}{m^2\eta_1{}^2} U_0\ , \tag{3}$$

где $r_0 = e^2\!/_{m}$ — классический радиус электрона, e и m -заряд и масса электрона, ω — энергия конечного фотона, do — элемент телесного угла в направлении рассеянного фотона и

$$U_0 = 4\left(\frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2}\right) - \left(\frac{\eta_1}{\eta_2} + \frac{\eta_2}{\eta_1}\right). \tag{4}$$

(Мы пользуемся системой единиц, в которой скорость света c и постоянная Планка $\hbar$ приняты равными единице и, кроме того, $e^2 = 1\!/_{137}$.)

Из законов сохранения энергии и импульса (1) вытекает, что заданному направлению движения конечного фотона соответствует только одно значение энергии этого фотона. Это означает, что входящая в (3) величина ω является функцией угла, под которым наблюдается конечный фотон. При этом, если интересоваться спектральным распределением конечных фотонов, то входящий в (3) элемент телесного угла необходимо выразить через энергию рассеянного фотона.

Обычно при исследовании рассеяния фотона электроном этот процесс рассматривается в системе координат, в которой начальный электрон покоится. В этой системе координат законы сохранения энергии и импульса (1) приводят к следующей зависимости между энергией конечного фотона ω и углом ϑ между волновыми векторами начального $\vec{k}_0$ и конечного $\vec{k}$ фотонов

$$\omega = \frac{\omega_0}{1+\frac{\omega_0}{m}\left(1-\cos\vartheta\right)} . \qquad (5)$$

Это соотношение представляет собой известную формулу Комптона для зависимости $\omega = \omega(\vartheta)$.

Дифференциальное сечение рассеяния в системе координат, в которой начальный электрон покоится, имеет следующий вид [1]

$$d\sigma = \frac{r_0{}^2}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{\omega}-\sin^2\vartheta\right)do . \qquad (6)$$

Учитывая связь (5) между ω и ϑ это сечение может быть выражено через энергию конечного фотона

$$d\sigma = \pi r_0{}^2\frac{m d\omega d\varphi}{\omega_0{}^2}\left[\frac{\omega}{\omega_0}+\frac{\omega_0}{\omega}+\left(\frac{m}{\omega}-\frac{m}{\omega_0}\right)^2-2m\left(\frac{1}{\omega}-\frac{1}{\omega_0}\right)\right], \qquad (7)$$

где φ — азимутальный угол вектора $\vec{k}$.

Особый интерес представляет случай, когда фотон рассеивается назад на релятивистском электроне, так как при таком рассеянии достигается максимальный коэффициент преобразования энергии падающего фотона в энергию рассеянного фотона. Рассмотрим подробнее этот важный случай. Рассмотрение проведем в лабораторной системе координат, в которой начальный электрон движется со скоростью $\vec{v}_0$ в направлении оси z. При этом начальный фотон движется навстречу электрону.

Используя соотношение $p_0k_0 = p\ \ k = p_0k + kk_0$, приходим к следующей связи между величинами ω, ω_0 и θ в рассматриваемой системе координат

$$\omega = \frac{\omega_0 E_0\left(1+v_0\right)}{E_0+\omega_0-\left(E_0v_0-\omega_0\right)\cos\theta} , \qquad (8)$$

где θ — угол между векторами $\vec{p}_0$ и $\vec{k}$ и $v_0 = {p_0}/{E_0}$ - скорость начального электрона.

Это соотношение показывает, что при $\theta = 0$ достигается максимальное значение энергии конечного фотона ω:

$$\omega_{max} = \frac{\omega_0\left(1+v_0\right)}{1-v_0+\frac{2\omega_0}{E_0}} . \qquad (9)$$

Для ультрарелятивистского электрона с точностью до членов порядка ${m^2}/{E_0{}^2}$ это соотношение может быть записано в виде

$$\omega_{max} = \frac{4\gamma^2\omega_0}{1+\frac{4\gamma\omega_0}{m}} , \qquad (10)$$

где $\gamma = {E_0}/{m}$ — Лоренц-фактор электрона.

Входящие в (3) величины η_1 и η_2 в рассматриваемой системе координат приобретают вид

$$\frac{1}{2}m^2\eta_1 = -p_0k_0 = -E_0\omega_0\left(1+v_0\right) \approx -2E_0\omega_0\left(1+O\left(\gamma^{-2}\right)\right), \qquad (11)$$

$$\frac{1}{2}m^2\eta_2 = p_0k = E_0\omega(1 - v_0\cos\theta). \qquad (12)$$

Используя соотношение $p_0k = pk_0 = p_0k_0 - kk_0$, величина η_2 может быть записана в виде

$$\frac{1}{2}m^2\eta_2 = E_0\omega_0\left(1 + v_0 - \frac{\omega}{E_0}(1+\cos\theta)\right). \qquad (13)$$

В области малых углов излучения $\theta << 1$ с точностью до членов порядка γ^{-2} и θ^2 приходим к следующему выражению для η_2:

$$\frac{1}{2}m^2\eta_2 \approx 2E_0\omega_0\left(1 - \frac{\omega}{E_0}\right). \qquad (14)$$

В области частот $\omega >> \omega_0$ при $\omega_0 << E_0$ это соотношение может быть записано также в виде

$$\frac{1}{2}m^2\eta_2 \approx 2E'\omega_0, \qquad (15)$$

где $E' = E_0 - \omega$. Согласно закону сохранения энергии $E_0 + \omega_0 = E' + \omega$, величина E' с точностью до членов порядка ω_0/ω совпадает с энергией конечного электрона.

Подставляя (11) и (15) в (4), получим следующее выражение для U_0:

$$U_0 = \frac{E_0}{E'} + \frac{E'}{E_0} - 4\frac{\omega}{\omega_m}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_m}\right), \qquad (16)$$

где $\omega_m = \frac{4EE'\omega_0}{m^2}$.

Учитывая соотношение (8), связывающее полярный угол θ и частоту ω рассеянного фотона, перейдем в (3) от дифференциала по полярному углу к дифференциалу по $d\omega$. При этом для $\omega_0 << E$ имеем

$$d\cos\theta = \frac{2\omega_0}{\omega^2}d\omega.$$

Замечая, что U_0 не зависит от азимутального угла рассеянного фотона, в (3) можно выполнить интегрирование по этому углу в общем виде. В результате приходим к следующему выражению для сечения рассеяния в области частот $\omega \le \omega_m$:

$$d\sigma = 2\pi r_0^2\frac{d\omega}{\omega}\frac{\omega}{\omega_m}\frac{E'}{E}\left[\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - 4\frac{\omega}{\omega_m}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_m}\right)\right]. \qquad (17)$$

В области частот $\omega > \omega_m$ законы сохранения энергии и импульса в рассматриваемом процессе не выполняются и, следовательно, в этой области частот сечение рассеяния равно нулю.

Формула (17) описывает рассеяние фотона с энергией ω_0 на релятивистском электроне.

Рассмотрим теперь взаимодействие электрона с электромагнитной волной амплитуды a. Плотность потока энергии этой волны через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны, определяется вектором Пойнтинга

$$|\vec{S}| = \frac{a^2}{4\pi}. \qquad (18)$$

При этом число фотонов, участвующих в процессе взаимодействия в течение времени T будет равно

$$N_\gamma = \frac{a^2}{4\pi\hbar\omega_0} ST \,, \tag{19}$$

где S — площадка, через которую прошли фотоны, участвующие во взаимодействии. Вероятность взаимодействия фотона с электроном будет определяться соотношением

$$dw = \frac{d\sigma}{S} \,.$$

Домножив это соотношение на $\hbar\omega$ и на число фотонов (19), получим спектральное распределение рассеянных фотонов при взаимодействии электромагнитной волны амплитуды a с релятивистским электроном

$$\frac{d\Im}{d\omega} = N_\gamma \frac{\hbar\omega}{S} \frac{d\sigma}{d\omega} =$$

$$= T \frac{a^2 r_0^2}{2\omega_0} \frac{E'}{E} \frac{\omega}{\omega_{max}} \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - 4\frac{\omega}{\omega_m}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_m}\right)\right), \qquad \omega \le \omega_m \,. \tag{20}$$

Эту формулу для спектрального распределения рассеянных фотонов мы в дальнейшем будем сравнивать с соответствующим результатом классической теории (см. формулу (38)).

ДИПОЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА

Спектрально-угловая плотность излучения электрона, движущегося во внешнем поле по траектории $\vec{r}(t)$, определяется в классической электродинамике формулой [6]

$$\frac{d\Im}{d\omega do} = \frac{e^2}{4\pi^2}\left|\vec{k}\times\vec{I}\right|^2, \qquad \vec{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dt\vec{v}(t)e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}(t)\right)}, \tag{21}$$

где $\vec{v}(t)$ — вектор скорости электрона, ω и $\vec{k}$ — частота и волновой вектор излученной волны, $\omega = \left|\vec{k}\right|$, do — элемент телесного угла в направлении излучения.

Процесс излучения релятивистского электрона развивается в большой пространственной области вдоль направления движения частицы. Продольный размер этой области носит название длины когерентности процесса излучения и определяется в классической электродинамике соотношением [6,9]

$$l_c = \frac{2\gamma^2}{\omega}, \tag{22}$$

где γ — Лоренц – фактор электрона. Если в пределах этой длины электрон отклоняется на угол ϑ_e, величина которого мала по сравнению с характерным углом излучения релятивистского электрона $\vartheta_\gamma \approx 1/\gamma$, то в (21) может быть выполнено разложение по параметру $\gamma\vartheta_e$.

В первом приближении такого разложения, которое соответствует дипольному приближению классической теории излучения релятивистского электрона, формула (21) приобретает вид

$$\frac{d\Im}{d\omega do} = \frac{e^2}{4\pi^2}\frac{\omega^2}{q^2}\left[1 - 4\frac{\delta}{q}\left(1 - \frac{\delta}{q}\right)\cos^2\varphi\right]\left|\vec{W}(q)\right|^2, \tag{23}$$

где $\vec{W}(q)$ — Фурье-компонента поперечной составляющей ускорения частицы,

$$\vec{W}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dte^{iqt}\dot{\vec{v}}_\perp(t), \tag{24}$$

$\delta = \dfrac{\omega}{2\gamma^2}$, $q = \omega - \vec{k}\vec{v}_0$, причем $q \geq \delta$, $\vec{v}_0$ — начальная скорость электрона и φ — азимутальный угол между ортогональной $\vec{v}_0$ составляющей волнового вектора $\vec{k}$ и вектором $\vec{W}(q)$.

Выполнив в (23) интегрирование по телесным углам излучения, получим спектральное распределение излучения в дипольном приближении классической электродинамики

$$\frac{d\Im}{d\omega} = \frac{e^2}{2\pi}\omega\int_{\delta}^{\infty}\frac{dq}{q^2}\left[1 - 2\frac{\delta}{q}\left(1 - \frac{\delta}{q}\right)\right]\left|\vec{W}(q)\right|^2. \qquad (25)$$

При этом для полных потерь энергии электроном на излучение находим следующее выражение

$$\mathbf{\Delta}\Im = \frac{2}{3}e^2\gamma^4\int_{-\infty}^{\infty}dt\dot{\vec{v}}_{\perp}^{\,2}(t). \qquad (26)$$

Таким образом, в дипольном приближении классической электродинамики спектрально-угловая и спектральная плотности излучения, а также полные потери энергии на излучение релятивистским электроном определяются поперечной составляющей ускорения электрона во внешнем поле.

Отметим некоторые важные особенности приведенных формул (23) — (26). Прежде всего, обратим внимание на то, что при выводе этих формул не был использован конкретный закон движения частицы во внешнем поле. Поэтому этими формулами можно воспользоваться при рассмотрении излучения электрона в различных внешних полях, таких, например, как поле атома, поле совокупности атомов, образующих аморфную среду или кристалл, поле ондулятора и т.д. Этими формулами можно воспользоваться и при рассмотрении излучения релятивистского электрона в поле лазерной волны. Благодаря этому открываются возможности выявления общих закономерностей и отличительных особенностей между процессами излучения в различных полях.

Отметим также, что в дипольном приближении формулы для спектральной и спектрально-угловой плотностей излучения определяются только Фурье-компонентой поперечной составляющей ускорения электрона и имеют существенно более простой вид, чем исходная формула (21) для интенсивности излучения. Это открывает возможности рассмотрения простыми методами процесса излучения релятивистских электронов в полях сложной конфигурации, проведения моделирования процесса излучения в таких полях и учета ряда факторов, оказывающих влияние на процесс излучения, таких как влияние многократного рассеяния и поляризации среды на излучение.

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим излучение, возникающее при взаимодействии релятивистского электрона с полем плоской электромагнитной волны. Рассмотрение проведем в лабораторной системе координат, в которой электрон в свободном пространстве движется со скоростью $\vec{v}_0$ в направлении оси z. При этом будем предполагать, что электромагнитная волна движется навстречу электронному пучку. Этот случай, как отмечено выше, представляет особый интерес, так как при такой постановке задачи достигаются максимальные частоты излученных волн. Описание процесса излучения релятивистского электрона в поле плоской электромагнитной волны проведем на основе приведенных выше формул классической теории излучения.

В используемом нами методе поле плоской электромагнитной волны рассматривается как внешнее поле, приводящее к ускоренному движению электрона, благодаря которому и происходит излучение. Этот метод фактически является обобщением метода, который использовался в классической электродинамике для описания рассеяния электромагнитных волн на покоящемся электроне [14,15], на случай, когда рассеяние волны происходит на ультрарелятивистском электроне. Такой подход к описанию процесса излучения широко используется при исследовании излучения релятивистских электронов в кристаллах и в ондуляторах [6,16]. Поэтому развитие данного метода применительно к задаче об излучении релятивистского электрона в поле плоской электромагнитной волны позволяет с единой позиции рассмотреть процессы излучения электрона в поле электромагнитной волны, в кристалле, в ондуляторе и в других полях, что весьма важно при проведении сравнительного анализа характеристик излучения релятивистских электронов в различных полях.

В дипольном приближении классической электродинамики спектрально-угловая плотность излучения, согласно (25), определяется Фурье-компонентой поперечной составляющей ускорения частицы во внешнем поле $\dot{\vec{v}}_\perp(t)$. Для нахождения $\dot{\vec{v}}_\perp(t)$ воспользуемся уравнениями движения релятивистского электрона во внешнем поле [14]

$$\dot{\vec{v}} = \frac{e}{E}\left[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{H} - \vec{v}\left(\vec{v}\vec{E}\right)\right], \qquad (27)$$

где E – энергия электрона, $\vec{E}$ и $\vec{H}$ — векторы внешнего электрического и магнитного полей. При этом с точностью до членов порядка ${v_\perp}^2$ уравнение для $\vec{v}_\perp(t)$ может быть записано в виде

$$\dot{\vec{v}}_\perp(t) = \frac{e}{E}\left(\vec{E}_\perp + \left(\vec{v}\times\vec{H}\right)_\perp\right), \qquad (28)$$

где $\vec{E}_\perp$ и $\left(\vec{v}\times\vec{H}\right)_\perp$ — поперечные вектору начального движения электрона $\vec{v}_0$ составляющие $\vec{E}$ и $\vec{v}\times\vec{H}$.

Для плоской электромагнитной волны входящие в (27) векторы электрического и магнитного полей могут быть записаны в виде

$$\vec{E} = \mathrm{Re}\, a\vec{e}e^{i\left(\mathbf{\Omega}t - \vec{\mathbf{\Omega}}\vec{r}\right)}, \qquad \vec{H} = \vec{n}\times\vec{E}, \qquad (29)$$

где $\mathbf{\Omega}$ и $\vec{\mathbf{\Omega}}$ — частота и волновой вектор электромагнитной волны, $\vec{n}$ — вектор вдоль направления распространения волны, $\vec{n} = \dfrac{\vec{\mathbf{\Omega}}}{\mathbf{\Omega}}$, a — амплитуда поля, $\vec{e}$ — единичный вектор поляризации волны. Вектор $\vec{e}$ ортогонален вектору $\vec{n}$.

Отклонение релятивистского электрона от направления первоначального движения $\vec{v}_0$ в поле электромагнитной волны (29) мало. В первом приближении по этому отклонению вектор скорости электрона $\vec{v}(t)$ может быть представлен в виде

$$\vec{v}(t) \approx \vec{v}_0 + \vec{v}_\perp(t), \qquad (30)$$

где $\vec{v}_0\vec{v}_t(t) = 0$ и $v_\perp << v_0$, $v_0 \approx 1$.

Используя соотношения (29), (30) и преобразование $\vec{v}\times\vec{H} = \vec{v}\times\left(\vec{n}\times\vec{E}\right) = -\vec{E}\left(\vec{n}\vec{v}_0\right) \approx \vec{E}$, приходим к следующему уравнению для $\vec{v}_\perp(t)$:

$$\dot{\vec{v}}_\perp(t) = \frac{2e}{E}\mathrm{Re}\, a\vec{e}e^{it\left(\mathbf{\Omega} - \vec{\mathbf{\Omega}}\vec{v}_0\right)}. \qquad (31)$$

Подставляя (31) в (24), получим следующее выражение для Фурье-компоненты поперечной составляющей ускорения:

$$\vec{W}(q) = \pi\frac{2e}{E}a\vec{e}\delta(q - \xi), \qquad (32)$$

где $\xi = \mathbf{\Omega} - \vec{\mathbf{\Omega}}\vec{v}_0 \approx 2\mathbf{\Omega}$. При этом входящий в (23) квадрат модуля величины $\vec{W}(q)$ может быть записан в виде

$$\left|\vec{W}(q)\right|^2 = 2\pi\frac{e^2}{E^2}Ta^2\delta(q - \xi), \qquad (33)$$

Мы воспользовались здесь тем, что $\vec{n}\vec{v}_0 = -v_0 \approx -1$, а T – время, в течение которого электрон движется в поле электромагнитной волны.

Входящая в формулу (33) дельта-функция $\delta(q - \xi)$ определяет связь между характеристиками электромагнитной волны, в которой движется электрон, и частотой ω и углом θ излученной волны. Учитывая соотношение $q = \omega - \vec{k}\vec{v}_0 = \omega(1 - v\cos\theta)$, где угол θ представляет собой угол между волновым вектором излученной волны $\vec{k}$ и вектором первоначального направления движения электрона $\vec{v}_0$, находим, что при распространении волны навстречу движущемуся электрону условие $q = \xi$ приобретает вид

$$\omega = \frac{\mathbf{\Omega}(1+v)}{1 - v\cos\theta}. \tag{34}$$

Это соотношение определяет связь между частотой излученной волны ω и углом θ, под которым происходит излучение этой волны. Иными словами, релятивистский электрон при взаимодействии с полем плоской электромагнитной волны может излучать электромагнитную волну с частотой ω только под определенным углом θ к направлению своего первоначального движения. Для ультрарелятивистского электрона в области малых углов излучения формула (34) может быть записана в виде

$$\omega \approx \frac{4\mathbf{\Omega}\gamma^2}{1+\gamma^2\theta^2}. \tag{35}$$

Соотношение (35) показывает, что при $\theta = 0$ достигается максимальный коэффициент преобразования частоты внешней электромагнитной волны $\mathbf{\Omega}$ в частоту излученной волны

$$\omega_{max} \approx 4\mathbf{\Omega}\gamma^2. \tag{36}$$

Подставляя (33) в (23), получим после усреднения по поляризациям падающей на электрон электромагнитной волны следующее выражение для спектрально-угловой плотности излучения:

$$\frac{d\Im}{d\omega do} = Ta^2 \frac{r_0^2}{2\pi\gamma^2}\frac{\omega^2}{q^2}\left(1 - 2\frac{\delta}{q}\left(1-\frac{\delta}{q}\right)\right)\delta(q - 2\mathbf{\Omega}). \tag{37}$$

В результате интегрирования по телесным углам излучения получим спектральную плотность излучения релятивистского электрона в поле неполяризованной электромагнитной волны

$$\frac{d\Im}{d\omega} = T\frac{a^2 r_0^2}{\mathbf{\Omega}}\frac{\omega}{\omega_{max}}\left[1 - 2\frac{\omega}{\omega_{max}}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_{max}}\right)\right], \omega \le \omega_{max}. \tag{38}$$

При $\omega > \omega_{max}$ плотность излучения $\frac{d\Im}{d\omega}$ равна нулю.

Формула (38) для спектральной плотности излучения получена на основе классической теории излучения релятивистского электрона, движущегося в поле плоской неполяризованной электромагнитной волны. Сравнивая эту формулу с соответствующим результатом квантовой теории (см. формулу (20)) видим, что в пренебрежении эффектом отдачи при рассеянии, т.е. при выполнении условия $\hbar\omega << E$, формулы (20) и (38) полностью совпадают. Таким образом, рассмотрение процесса рассеяния электрона в поле электромагнитной волны на основе борновского приближения квантовой электродинамики и на основе дипольного приближения классической электродинамики приводит к одинаковому результату для спектральной плотности рассеянных волн в области малых частот ω. При этом процесс рассеяния электромагнитной волны на релятивистском электроне может трактоваться как процесс тормозного излучения электрона при его ускоренном движении в поле налетающей на электрон волны.

Заметим, что аналогичная ситуация с совпадением формул, полученных на основе первого борновского приближения квантовой электродинамики и дипольного приближения классической электродинамики, имеет место и в процессе когерентного излучения релятивистских электронов в ориентированных кристаллах в области малых частот [6, 12] . С увеличением параметра $\gamma\vartheta_e$, определяющего дипольность излучения релятивистского электрона во внешнем поле, где ϑ_e — угол рассеяния электрона на длине когерентности процесса излучения, такое совпадение формул квантовой и классической теорий излучения электрона в кристалле разрушается [6]. Аналогичная ситуация должна иметь место и в процессе излучения релятивистского электрона в поле электромагнитной волны. Этот вопрос, однако, выходит за рамки настоящей статьи и требует специального рассмотрения.

Отметим, что в спектре излучения (38), согласно (35), каждой излученной волне с частотой ω соответствует свое значение угла, под которым произошло излучение этой волны. При этом с увеличением частоты ω (или уменьшением угла излучения θ) спектральная плотность излучения быстро растет, достигая максимального значения при $\omega = \omega_{max}$. При $\omega = \omega_{max}$ спектр излучения (38) содержит резкий максимум.

Формула (38) для спектра излучения релятивистского электрона в поле плоской электромагнитной волны имеет ту же структуру, что и соответствующие формулы для спектра излучения релятивистского электрона в ориентированном кристалле и в ондуляторе. Связано это с тем, что во всех этих полях характер движения частицы идентичен. А именно, как в кристалле, так и в ондуляторе, и в поле электромагнитной волны релятивистский электрон, двигаясь поступательно с большой скоростью, совершает малые колебания в поперечной плоскости. Именно идентичность траекторий во всех этих полях и приводит к идентичности спектральных распределений излучения.

Таким образом, процесс рассеяния “назад” электромагнитной волны на пучке релятивистских электронов может быть рассмотрен как процесс излучения релятивистских электронов, движущихся ускоренно в поле налетающей на них электромагнитной волны. При этом возможность описания этого эффекта на основе довольно простой формулы (23) открывает возможность использования этой формулы для исследования простыми методами более сложных эффектов при излучении пучка электронов в поле электромагнитной волны.

КОГЕРЕНТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим теперь излучение электронных сгустков в поле электромагнитной волны. Будем считать, что частицы в сгустке расположены случайно. Плотность частиц в сгустке может быть записана в виде

$$\rho(\vec{r}) = e\sum_{n=1}^{N}\delta(\vec{r}-\vec{r}_n(t)), \qquad (39)$$

где $\vec{r}_n(t)$-траектория n-й частицы сгустка во внешнем поле, а N –число частиц в сгустке. При этом спектрально-угловая плотность излучения будет определяться соотношением (21) с

$$\vec{I} = \vec{I}_N = \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\left(\omega t - \vec{k}\vec{r}_n(t)\right)} \vec{v}_n(t). \qquad (40)$$

Полагая, что траектории всех частиц сгустка одинаковы, запишем $\vec{r}_n(t)$ в виде

$$\vec{r}_n(t) = \vec{r}(t) + \vec{r}_n^{\,0}, \qquad (41)$$

где $\vec{r}(t)$ - траектория одной из частиц сгустка и $\vec{r}_n^{\,0}$ - положение n-й частицы в сгустке (предполагается, что взаимодействие частиц в сгустке между собой мало).

Подставляя (40) в (21), получим, учитывая (41), следующее выражение для спектрально-угловой плотности излучения сгустка частиц в поле электромагнитной волны

$$\frac{d\Im_N}{d\omega do} = \left|\sum_n e^{-i\vec{k}\vec{r}_n^{\,0}}\right|^2 \frac{d\Im_1}{d\omega do}, \qquad (42)$$

где $d\Im_1 / d\omega do$ - спектрально-угловая плотность излучения одной из частиц сгустка. При этом в дипольном приближении спектрально-угловая плотность излучения будет определяться формулой (23) со следующим выражением для квадрата модуля фурье-компоненты поперечной составляющей ускорения частиц сгустка

$$\left|\vec{W}_N(q)\right|^2 = \left|\sum_{n=1}^{N} e^{-i\vec{k}\vec{r}_n}\right|^2 \left|\vec{W}_1(q)\right|^2. \qquad (43)$$

Выражение (43) должно быть еще усреднено по положениям частиц в сгустке. Если частицы расположены на достаточно большом расстоянии друг от друга, так что при $n \neq m$ выполняется условие

$$\left|\vec{k}(\vec{r}_n - \vec{r}_m)\right| >> 1,$$

то в результате усреднения (43) приходим к следующему выражению для спектрально-угловой плотности излучения

$$\left\langle \frac{d\Im_N}{d\omega do} \right\rangle = N \frac{d\Im_1}{d\omega do} . \qquad (44)$$

Интерференцией волн, излученных различными частицами, в этом случае можно пренебречь, и спектрально-угловая плотность излучения оказывается пропорциональной числу частиц в сгустке.

При выполнении же условий

$$\left| \vec{k}\left(\vec{r}_n - \vec{r}_m\right) \right| << 1 \qquad (45)$$

для $n \neq m$, сдвигом фазы в (43) для различных частиц сгустка можно пренебречь, и спектрально-угловая плотность излучения приобретает вид

$$\left\langle \frac{d\Im_N}{d\omega do} \right\rangle = N^2 \frac{d\Im_1}{d\omega do} . \qquad (46)$$

В этом случае имеет место когерентный эффект в излучении, при котором фазы волн, излученных различными частицами сгустка, совпадают.

Рассмотрим более подробно условия, при которых имеет место когерентный эффект при излучении сгустка частиц в поле электромагнитной волны. С этой целью запишем неравенства (45) отдельно для продольной и поперечной компонент сгустка:

$$\left| \vec{k}_\perp\left(\vec{\rho}_n - \vec{\rho}_m\right) \right| << 1 , \quad \left| k_z\left(z_n - z_m\right) \right| << 1 , \qquad (47)$$

где $\vec{k}_\perp$ — компоненты волнового вектора излученной волны, ортогональные $\vec{v}$. Учитывая, что характерные значения углов излучения релятивистского электрона $\theta \approx 1/\gamma$ малы, запишем эти неравенства в виде

$$\frac{\omega}{\gamma} L_\perp << 1 , \quad \omega L_p << 1 , \qquad (48)$$

где $L_\perp$ и L_p — характерные поперечные и продольные размеры сгустка. Таким образом, для возникновения когерентного эффекта при излучении требуется, чтобы продольные размеры сгустка были малы по сравнению с длиной излученной волны $\lambda \approx 1/\omega$, а поперечные размеры сгустка были малы по сравнению с величиной $\lambda\gamma$.

Отметим, что в неравенства (48) входят характеристики только излученной волны. Но их можно переписать и через величины, определяющие падающую на электрон волну:

$$4\boldsymbol{\Omega}\gamma L_\perp << 1, \quad 4\boldsymbol{\Omega}\gamma^2 L_p << 1,$$

если учесть связь частот излучаемой и падающей на сгусток волн в области максимума (36).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен классический подход к задаче о комптоновском рассеянии “назад” плоской электромагнитной волны на релятивистском электроне. Показано, что в пренебрежении эффектом отдачи, т.е. в области малых частот рассеянных волн, квантовая и классическая формулы для спектральной плотности рассеянных волн полностью совпадают. При этом процесс рассеяния электромагнитной волны на релятивистском электроне может трактоваться как процесс тормозного излучения электрона при его ускоренном движении в поле налетающей на электрон волны. Актуальность этого подхода заключается в его простоте, а также в том, что он позволяет аналогичным образом рассматривать излучение и в других полях более сложной конфигурации. Рассмотрена так же возможность когерентного эффекта при рассеянии электромагнитной волны на узком сгустке релятивистских электронов и получены условия, при которых такой эффект возможен. Современные технологии позволяют создавать сгустки электронных пучков с продольным размером порядка $L_p \approx 10^{-2}$ см. Для таких сгустков частиц, согласно (48), когерентный эффект при излучении возможен для излучаемых электромагнитных волн с длиной $\lambda >> 10^{-2}$ см. Излучение же таких волн может произойти при взаимодействии сгустка электронов с полем электромагнитной волны, длина которой составляет $\lambda_e >> 4\gamma^2 10^{-2}$ см. Таким образом, когерентный эффект при излучении сгустка электронов в поле электромагнитной волны возможен при взаимодействии пучка с полем радиоволны. С совершенствованием технологий получения более узких сгустков частиц когерентный эффект при излучении можно будет наблюдать в области более жестких фотонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б., Квантовая электродинамика. М.: Наука. – 1969. – С.366 –378.
2. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Физматлит. – 2001. – С.400 – 404.
3. Rullhusen P., Artru X., Dhez P. Novel radiation sources using relativistic electrons. Singapore. World Scientific. – 1998. – P.89 – 98.
4. Milburn R. H. Electron scattering by an intense polarized photon field // Phys. Rev. Lett. – 1963. – V.10. – P.75 – 77.
5. Arutyunyan F. R., Tumanian V. A. The compton effect of relativistic electrons and the possibility of obtaining high energy beams // Phys. Lett. – 1963. – V.4. – P.176 – 178.
6. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука. – 1993. – С.11 – 230.
7. Тер-Микаелян М. Л. Интерференционное излучение сверхбыстрых электронов // ЖЭТФ. – 1953. – Т.25. – С.296 – 306.
8. Überall H. High-energy interference effect of bremsstrahlung and pair production in crystalls // Phys.Rev. – 1956. – V.103. – P. 1055 – 1067.
9. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР. – 1969. – С.45 – 124.
10. Diambrini G. High-energy bremmstrahlung and pair production in thin crystalls // Rev. of Mod. Phys. – 1968. – V.40. – P.611 – 631.
11. Timm U. Coherent bremmstrahlung of electrons in crystalls // Fortschr. Phys. – 1971. – Bd.17. – S.765 – 808.
12. Ахиезер А. И., Болдышев В. Ф., Шульга Н. Ф. Теория упругого рассеяния и тормозного излучения быстрых заряженных частиц в кристаллах // ЭЧАЯ. – 1979. – Т.10. – С.51 – 89.
13. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. Излучение релятивистских частиц в монокристаллах // УФН. – 1982. – Т.137. – С.561 – 604.
14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: – 1973. – С.277 – 287.
15. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Изд-во Мир. – 1965. – С.536 – 541.
16. Никитин М. М., Эпп В. Я. Ондуляторное излучение. М.: Энергоатомиздат. – 1988. – С.7 – 40.

ON THE "BACKWARD" COMPTON SCATTERING OF THE ELECTROMAGNETIC WAVE ON THE RELATIVISTIC ELECTRON BEAM

N. F. Shul'ga*, D. N. Tyutyunnik**

**Institute of the Theoretical Physics, National Science Centre KIPT*
Kharkov 61108, Akademicheskaya, 1, Ukraine
***Physico-technical department, Kharkov National University*
Kharkov 61077, Kurchatova St., 31, Ukraine
E-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

The classical theory of "backward" Compton scattering of electromagnetic wave on relativistic electron beams is considered. The comparison of the results for the classical theory of this effect with the corresponding results of the quantum theory has been made. The conditions of the coincidence of the quantum and the classical formulae for the scattered waves spectrum are investigated. The possibility of the coherent effect for the "backward" scattering of electromagnetic wave on the narrow bunch of relativistic electrons is shown. The conditions of such a possibility are obtained.

KEYWORDS: Compton scattering, classical theory of relativistic electron radiation, coherent radiation.