УДК 533.951: 538.5.

О ВОЗБУЖДЕНИИ ПОЛЯ КОГЕРЕНТНЫМИ МИКРОПУЧКАМИ ИЗ ОБЛАСТИ НЕПРОЗРАЧНОСТИ В ПЛАЗМЕ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.А. Водяницкий
ИТФ ННЦ «Харьковский физико-технический институт», Харьков-108, Академическая 1
E-mail: vodyanitskii@ kipt.kharkov.ua
Поступила в редакцию 10 октября 2003 г.

В работе выполнены исследования нелокального переноса в область прозрачности электромагнитного поля (ЭМ) от источника, расположенного в области непрозрачности. Микропучки заряженных частиц, модулируемые источником возбуждения поля, при условии фазовой когерентности генерируют нелокальный ток, который формирует несобственное ЭМ поле в области прозрачности. Проведены детальные асимптотические вычисления и дано обоснование получения главной асимптотики поля, с частотой исходной волны и структурой, повторяющей структуру нелокального тока.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: несобственные поля, модулированные микропучки, фазовая когерентность, нелокальный перенос.

Вопросы возбуждения, распространения и поглощения электромагнитных (ЭМ) волн в плазме представляют собой значительный научный и практический интерес для разработки проблемы связи через пространственные области, занятые плазмой, СВЧ нагрева и диагностики плазмы в термоядерных установках. Лабораторная и космическая плазма характеризуется наличием областей, непрозрачных для ЭМ волн. Пространственные области плазмы, в которой показатели преломления волн отрицательны, изолированы от областей прозрачности в пренебрежении экспоненциально малым подбарьерным просачиванием. В рамках макроскопической электродинамики разрабатываются методы локальной трансформации волн одного типа в волны другого типа, которые могут проходить области непрозрачности (волновые барьеры). В кинетической же теории распространения волн имеется континуальный набор модулированных микропучков (ММП), которые могут переносить волновое движение внутри волновых барьеров.

В предыдущих работах [1,2] предложены и в последующих публикациях [3,4] получили дальнейшее развитие эффекты кинетического распространения ЭМ волн через волновые барьеры посредством микропучков (МП), на континуум которых разбивается невозмущенное распределение заряженных частиц по скоростям в их тепловом движении. Модулированные, при резонансном взаимодействии с ЭМ волной перед волновым барьером, МП переносят волновое движение через него. В результате фазовой когерентности, ММП за волновым барьером генерируют нелокальный ток, который при резонансе с собственными полями за барьером излучает за ним ЭМ волну. Кроме того, ранее [5] было показано, что если области фазовой когерентности МП, модулированных в области прозрачности, расположены внутри волнового барьера, где распространение волн невозможно, то нелокальный ток возбуждает всплески поля. В то же время источник модуляции МП может быть расположен в области непрозрачности плазмы, и возможность возбуждения ЭМ полей в кинетической теории не была изучена.

Целью настоящей работы является исследование ЭМ поля за волновым барьером, возбуждаемого источником модуляции когерентных микропучков (например, сторонним током антенны), расположенным внутри волнового барьера. Задача решается для функции распределения электронов, удовлетворяющей кинетическому уравнению, и самосогласованного ЭМ поля с поляризацией необыкновенной волны, распространяющейся вдоль неоднородного внешнего магнитного поля и удовлетворяющей уравнениям Максвелла.

СВЕДЕНИЯ ИЗ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ К РЕШАЕМОЙ ЗАДАЧЕ

Как известно из электродинамики сплошных сред, сигнал от антенны, расположенной достаточно далеко от границы с областью прозрачности не может излучаться. Однако в плазме в пренебрежении столкновениями, как отмечено в работе [6], любая особенность электрического поля, которая создаётся, например, антенной с малыми размерами, является источником возбуждения незатухающих мод Ван-Кампена (ВК), или ММП заряженных частиц. Суперпозиция когерентных мод ВК проявится в виде макроскопического сигнала. В однородной плазме, для частот непрозрачности, возбуждение мод ВК приводит к более слабому, чем линейная степень в экспоненте, спаду поля. В неоднородной плазме с большой длиной неоднородности, значительно превышающей длину пространственной вариации поля от антенны, найдем это поле при помощи локального преобразования Фурье.

Кратко изложим сведения об электрических полях и аналитических выражениях для диэлектрических функций в кинетической теории, необходимые для дальнейшего исследования нелокального переноса ЭМ поля в неоднородной плазме. Сторонний ток и его Фурье-компонента задаются в виде

$$j_{\text{ext}}(z)=\left(j_0/\sqrt{\pi}a\right)\exp\left(-(z-z_0)^2/a^2\right)\exp(-i\omega t);\quad j_{\text{ext}}(k)=\left(j_0/2\pi\right)\exp\left(-ikz_0-k^2a^2/2\right),\tag{1}$$

где конечный размер a области, занятой током, учтён для сходимости интеграла по k в нелокальном токе (33). Выражение для поля

$$E(z)=\int_{-\infty}^{\infty}dk\exp(ikz)A_k,\qquad A_k=-i(4\pi/\omega)\,j_{\text{ext}}(k)/\Lambda(\omega,k)\tag{2}$$

проинтегрировано в работе [7] с переходом в комплексную плоскость порознь от положительных и отрицательных k. Комплексные дисперсионные функции $\Lambda_{\pm}(\omega,k)=k^2c^2/\omega^2-\varepsilon_{\pm}(\omega,k)$ определяются диэлектрическими проницаемостями, которые являются аналитическими продолжениями от их значений при вещественных k и выражаются через контурные интегралы

$$\varepsilon_{\pm}(\omega,k)=1+\left(\omega_p^2/\omega k\mathrm{v}_T\right)\int_{C\pm}dt\left(\exp\left(-t^2\right)/(t-\eta)\right),\ \eta=\Omega/k\mathrm{v}_T,\ \Omega=\omega-\omega_H,\ \omega_H=eH/mc;\ \operatorname{Im}\omega>0.\tag{3}$$

Здесь контур C_+, пролегая вдоль вещественной оси, обходит особенность снизу, а контур C_- — сверху. Такое определение приводит к явному виду выражений, аналитических во всей комплексной плоскости k:

$$\varepsilon_{\pm}(\omega,k)=1+\left(\omega_p^2/\omega k\mathrm{v}_T\right)\exp\left(-\eta^2\right)\left(\mp i\sqrt{\pi}+2\int_0^{\eta}\partial\mathrm{v}\exp\mathrm{v}^2\right).\tag{4}$$

Отметим нули дисперсионных функций $\Lambda_{\pm}(\omega,k)$. Свойства нулей понадобятся при учете граничных условий в решениях амплитудного уравнения для задачи переноса поля из области непрозрачности. В области прозрачности, $\varepsilon(\omega)=1-\omega_p^2/\omega\Omega>0$, нули $\Lambda_+(\omega,k)$ расположены в верхней полуплоскости, а $\Lambda_-(\omega,k)$ — в нижней полуплоскости k, приближаясь к вещественной оси при $|\eta|>>1$. Приведем их при $|\eta|>>1$

$$k(\omega)=q-i\kappa,\ \text{ где }\ q=\pm(\omega/c)\sqrt{\varepsilon(\omega)},\ \ \kappa=\left(\sqrt{\pi}/2\right)\left(\omega_p^2\omega/q^2c^2\mathrm{v}_T\right)\exp(-\eta^2)\tag{5}$$

для $\Lambda_+(\omega,k(\omega))=0$, и те же самые значения q и $\kappa=-\left(\sqrt{\eta}/2\right)\left(\omega_p^2\omega/q^2c^2\mathrm{v}_T\right)\exp\left(-\eta^2\right)$ — для $\Lambda_-(\omega,k(\omega))=0$. Каждый коэффициент затухания не зависит от направления распространения волны (знака q). В области частот непрозрачности $\varepsilon(\omega)<0$ и при $|\eta|>>1$ функции $\Lambda_{\pm}(\omega,k)$ имеют по одному нулю в нижней и верхней полуплоскостях, соответственно (у $\Lambda_-(\omega,k)$ — $\operatorname{Im}k(\omega)>0$).

Интегрирование (2) выполняется стандартным методом перевала [7] с седловой точкой

$$k_S=\exp(i\pi/6)\left(2\Omega^2/\left(\mathrm{v}_T^2(z-z_0)\right)\right)^{1/3},\quad\text{где}\quad d\phi(k_S)/dk_S=0,\qquad \phi(k)=ik(z-z_0)-\Omega^2/k^2\mathrm{v}_T^2.\tag{6}$$

В результате получают асимптотическое выражение для электрического поля от вклада седловой точки

$$E(z)=i2j_0\,\omega_p^2/\left(\omega^2k_S\mathrm{v}_T\right)\sqrt{\pi/(-\phi''(k_S))}\left(\exp\phi(k_S)\right)/\left(\Lambda_+(\omega,k_S)\Lambda_-(\omega,k_S)\right),\tag{7}$$

где $\phi(k_S)=3/2\exp(i2\pi/3)\left(2\Omega^2(z-z_0)^2/\mathrm{v}_T^2\right)^{1/3}$, $\phi''(k_S)=3\exp(i\pi/3)\left(\mathrm{v}_T^2(z-z_0)^4/2\Omega^2\right)^{1/3}$. (В области непрозрачности пренебрежено вкладом от мнимого полюса в нуле $\Lambda_-(\omega,k)$). Главное здесь — закон спада интенсивности электрического поля, который определяется неаналитической зависимостью от расстояния $z-z_0$ показателя экспоненты $\operatorname{Re}\phi(k_S)=-(3/4)\left(2\Omega^2(z-z_0)^2/\mathrm{v}_T^2\right)^{1/3}$.

НЕЛОКАЛЬНЫЙ ТОК КОГЕРЕНТНЫХ ММП

Функция распределения пролетных частиц получена в работе [3] в результате решения кинетического уравнения и определяется равенством

$$f^{(1;2)}(z,W,J)=(e/2)\left(df_0/dW\right)\int_{-\infty\operatorname{sgn}\mathrm{v}_z}^{z}dz'\left(\mathrm{v}'_\perp/\mathrm{v}'_z\right)E(z')\exp\left(i\psi(z,z')\right),\ \psi(z,z')=\int_{z'}^{z}dy\left(\Omega(y)/\mathrm{v}_z(y,W,J)\right),\tag{8}$$

где $\Omega(y)=\omega-\omega_H(y)$, $\mathrm{v}'_\perp=\sqrt{2J\left(\omega_H(z')/m_e\right)}$ и $\mathrm{v}'_z=\sqrt{(2/m_e)\left(W-\omega_H(z')J\right)}$, $f_0(W)$ — невозмущенная функция распределения. Нелокальный ток в области прозрачности определяется как суперпозиция по энергии W и поперечному адиабатическому инварианту J МП, модулируемых полями стороннего тока, расположенного в области непрозрачности, и находится из тока пролетных частиц, в который подставлены выражения (2) и (8):

$$j(z)=\left(\omega_P^2/4\right)\int_0^{\infty}dJ\int_{J\omega_H}^{\infty}dW\left(\mathrm{v}_\perp\omega_H(z)/\mathrm{v}_zm_e\right)\left(df_0/dW\right)\int_{-\infty}^{\infty}dkA_k\int_{-\infty}^{z}dz'\left(\mathrm{v}'_\perp/\mathrm{v}'_z\right)\exp\left(ikz'+i\psi(z,z')\right).\tag{9}$$

Вычисление нелокального тока сводится к последовательному взятию асимптотическими методами интегралов по z', W и J, оставляя суперпозицию Фурье-гармоник на последнюю операцию. В интегралах по z' и W находим вклады точек стационарной фазы, в интеграле по J — концевой точки интегрирования $J=0$, область влияния которой может пересекаться с областью влияния седловой точки. Интегрирование по k выполняется использованием метода перевала. Вычисление вклада точек стационарной фазы аналогично проведенному в работе [3], где использовано квазиклассическое выражение для поля, а не разложенное в интеграл Фурье. Здесь же приведем результаты вычислений, подчеркивая специфические детали, характерные для электрического поля, разложенного в интеграл Фурье. Точка стационарной фазы $\vartheta = \vartheta(z, z', W, J) = kz' + \psi(z, z', W, J)$ по z' определяется равенством

$$\partial\vartheta/\partial z' \equiv K(z') = k - \Omega(z')/\mathrm{v}_z(z', W, J) \;\Rightarrow\; z' = z_r = z_r(k, W, J)\,, \qquad (10)$$

из которого следует зависимость точки z_r циклотронного резонанса частиц с k-той Фурье-гармоникой от k, W и J. В дальнейшем все величины будем выписывать при $J = 0$ (из-за их разложения в концевой точке интегрирования по J). В разложении фазы ϑ необходимо учесть квадратичный член $\beta_r (z' - z_r)^2/2$, где $\beta_r = \partial K(z_r)/\partial z_r$. Вычисления дают $\beta_r\big|_{J\to 0} = \omega'_H(z_r)/\mathrm{v}_z$, $\mathrm{v}_z = \sqrt{2W/m_e}$, $\int_{-\infty}^{z} dz' \exp\left(i\beta_r (z' - z_r)^2/2\right) = \sqrt{\pi i/\beta_r}$ при $|z - z_r| >> \sqrt{2/\beta_r}$.

Далее надо найти точку стационарной фазы по энергии W

$$\partial\vartheta/\partial W = (1/m_e)\int_{z_r(k,W,J)}^{z} dy\left(\Omega(y)/\mathrm{v}_z^3(y, W, J)\right) = 0;\quad \partial\vartheta/\partial W\big|_{J\to 0} = -\left(1/m_e \mathrm{v}_t^3\right)\int_{z_r(k\mathrm{v}_я)}^{z} \Omega(y) = 0\,. \qquad (11)$$

Эти равенства, составляют условие **фазовой когерентности по энергии** и возможны в силу немонотонной зависимости от точки наблюдения фазы $\psi(z, z_r(k, W, J), W, J)$ (при переменной гирочастоте $\omega_H(z)$ в неоднородном магнитном поле $H(z)$). Из первого условия следует зависимость $W = W_f(z, k, J) \equiv U(z, k, J)$.

Условие циклотронного резонанса, $k - \Omega(z')/\mathrm{v}_z = 0$, и второе из условий фазовой когерентности (11), рассматриваемые как система уравнений, определяют зависимости $z_\mathrm{r} = \zeta(z) \neq 0$ и $\mathrm{v}_z = \Omega(\zeta(z))/k = u(z)$. Последняя из них представляет собой резонансную скорость когерентных ММП заряженных частиц, но не в точке наблюдения z, а в иной точке $\zeta(z)$ — точке модуляции МП частиц гармоникой Фурье поля (в области непрозрачности). При этом $W_f(z, k, J)\big|_{J=0} = U(z) = (m_e/2)\mathrm{v}_\mathrm{res}^2(\zeta) = \left(m_e u^2(z)/2\right)$. Точка резонанса $z_\mathrm{r} = \zeta(z)$ одна и та же для всех Фурье-гармоник (не зависит от k). Вторая производная от фазы равна

$$\vartheta'' = \frac{\partial^2\vartheta}{\partial W^2} = \frac{\Omega(z_\mathrm{r})}{m_e \mathrm{v}_\mathrm{z}^3\left(z_\mathrm{r}, W_f, J\right)}\frac{\partial z_\mathrm{r}}{\partial W} + \left(3/m_e^2\right)\int_{z_\mathrm{r}}^{z} dy\left(\Omega(y)/\mathrm{v}_\mathrm{z}^5(y, W, J)\right)\Big|_{J\to 0} \to \frac{\Omega(\zeta(z))}{m_e \mathrm{v}_\mathrm{r}^3}\frac{\partial z_\mathrm{r}}{\partial W}\bigg|_{J=0} = \alpha_f\,, \qquad (12)$$

где $\partial z_\mathrm{r}/\partial W = -k/\left(\omega'_H(z_\mathrm{r})\left(m_e \mathrm{v}_\mathrm{z}(z, W, J) + kJ\right)\right)$ находим из (10) и $\alpha_f = -k^2/\left(\omega'_H(z_\mathrm{r}) m_e^2\, \mathrm{v}_\mathrm{res}^3(\zeta)\right)$.

В результате интегрирований в (9) по z' и энергии W нелокальный ток приобретает вид

$$j^\mathrm{nloc}(z) = \left(\omega_p^2/4\right)\omega_H^{3/2}(z)\int_0^\infty dk A_k \int_0^\infty J dJ\left(\omega_H^{1/2}(z_\mathrm{r})/m_e \mathrm{v}_z \mathrm{v}_{z\mathrm{r}}\right)\left(\pi i/\sqrt{\vartheta''\beta_r}\right)\exp\left(ikz_\mathrm{r} + i\psi(z, z_\mathrm{r}, W_f, J)\right)\left(df_0/dW\right). \qquad (13)$$

Здесь $\mathrm{v}_z = \mathrm{v}_z(z, W_f, J)$, $\mathrm{v}_{zr} = \mathrm{v}_z(z_\mathrm{r}, W_f, J)$, $z_\mathrm{r} = z_r(k, W, J)$ и $W = W_f = W_f(z, k, J)$. (14)

Асимптотические интегрирования в выражении для нелокального тока (13) выполнены в Приложении 1. Выпишем главный член асимптотики для $\zeta_1 = \zeta(z) - z_0 > 0$:

$$j^\mathrm{nloc}(z) = \left(j_0/\sqrt{6}\right)\left(\omega_p^2/\omega \mathrm{v}_T X\right)\left(\omega_H(z)/\omega_H(\zeta)\right)^{3/2}\Phi(z)\left(\exp\varphi(k_S)/\Lambda_+(\omega, k_S)\right). \qquad (15)$$

Точно такое же выражение получается для $\zeta_1 < 0$, если заменить во всех величинах k_S на комплексно сопряженное. В формуле (15) содержатся показатель экспоненты $\varphi(k_S) = (3/2)\exp(i2\pi/3)X^2$, $X^2 = \left(2\Omega^2(\zeta)\zeta_1^2/\mathrm{v}_T^2\right)^{1/3}$, $\zeta_1 = \zeta(z) - z_0$, и приведенная в тексте после формулы (2) дисперсионная функция $\Lambda_+(\omega, k_S)$. Использованы тождество $X^3/|\zeta_1| \equiv \sqrt{2}\Omega(\zeta)/\mathrm{v}_T$ и значение $k_S = \exp(i\pi/6)\left(2\Omega^2(\zeta)/\mathrm{v}_T^2\zeta_1\right)^{1/3}$, которое после подстановки в содержащиеся в факторе $\Phi(z, k_S)$, (32), величины приводит их к виду

$$F(z) \equiv F(z, k_S) = 1 - 3L_2(z)/L(\zeta) - \left(2\Omega(\zeta)/\zeta_1\omega_H(\zeta)\right)L_2(z)\,;\quad G\left(z, k_S^*\right) = G^*(z, k_S)\,, \qquad (16)$$

$$G(z) \equiv G(z, k_S) = -6\exp(i\pi/3)\left(1/\omega_H(\zeta)\right)\left(\mathrm{v}_T\Omega^2(\zeta)/\sqrt{2}\,\zeta_1\right)^{1/3}\left\{L[U''_{JJ}] + \left(2\Omega^2(\zeta)/\zeta_1\omega_H(\zeta)\right)L[\vartheta''_{JJ}]\right\}. \qquad (17)$$

Эти величины используются в редуцированной форме фактора $\Phi(z)$, учитывающего влияние поперечного движения, $\Phi(z) = \left(1/2G(z)\right)\left(1 - \sqrt{\pi}\mu\exp\left(\mu^2\right)\mathrm{erfc}\,\mu\right)$, $\mu = F(z)/2\sqrt{G(z)}$. Фигурирующие выше длины представлены формулами (28), (25) Приложения 1 и $L(\zeta) = \omega_H(\zeta)/\omega'_H(\zeta)$, $L_2(z) = \Omega^{-2}(\zeta)\int_\zeta^z dy\,\Omega^2(y)$, где $\zeta = \zeta(z)$.

НЕЛОКАЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС ЭМ ПОЛЯ В ОБЛАСТЬ ПРОЗРАЧНОСТИ

Смысл нелокального переноса состоит в том, что зависимость показателя экспоненты в нелокальном токе от координаты точки наблюдения определяется не разностью между координатами точек наблюдения и местоположения антенны, $z - z_0$, а разностью $\zeta(z) - z_0 \equiv \zeta_1(z)$. Здесь $\zeta(z) < 0$ — точка циклотронного резонанса когерентных частиц, расположенная в области непрозрачности; в точке $z_0 < 0$ расположена антенна. Этот ток является сторонним в области прозрачности по отношению к локальным электродинамическим свойствам. Поэтому можно считать, что в области прозрачности в окрестности точки $z = z_1$, в которой $\zeta_1(z_1) = 0$, расположена «виртуальная антенна», возбуждающая электрическое поле, к исследованию которого приступаем.

Отрицательная реальная часть показателя экспоненты $\varphi(k_S) = (3/2)X^2 \exp(i2\pi/3)$, где $X^2(z) = \left(2\Omega^2(\zeta)\zeta_1^2/\mathrm{v}_T^2\right)^{1/3}$, максимальна и равна нулю как в точке гирорезонанса $z = \zeta = 0$, $\Omega(0) = 0$, так и в точке локализации виртуальной антенны $z = z_1$, $\zeta_1(z_1) = 0$. По-иному говоря, точка циклотронного резонанса находится в местоположении антенны, $\zeta(z_1) = z_0 < 0$, в области непрозрачности (из равенств $\zeta(z_1) = z_0$ и (11) следует, что $\zeta(z_1) = -z_1$ и $z_1 = -z_0$ для нечетной функции $\Omega(z)$). Функция $\varphi(k_S)$ содержит параметр X^2. Его большая величина служила основой для асимптотического вычисления интеграла по k. То, что этот параметр обращается в нуль в отмеченных выше точках, не является препятствием для нахождения асимптотики. Можно выделить из $X^2(z)$ большой масштабный параметр $X_0^2 = \left(2\omega^2 L^2/V_T^2\right)^{1/3}$, где L — характерная длина изменения магнитного поля, например, $\Omega(z) = \omega f(z/L)$. Само выражение для тока справедливо всюду, кроме небольшой окрестности точек $z = 0$ и $z = z_1$. Однако достаточно отступить от этих точек, как показывают оценки, на расстояние нескольких ларморовских радиусов $\rho_H = \mathrm{v_T}/\omega_\mathrm{H}$ электронов, z, $\zeta_1(z) \propto 3-5\ \rho_H$, и большая величина $X^2(z)$ восстанавливается. Более того, выражение для нелокального тока (15) имеет интегрируемую особенность при $z \to 0$ и, как отмечено в Приложении 2, точка $z = 0$, как концевая точка интегрирования, даёт нулевой асимптотический вклад в электрическое поле, что позволяет использовать (15) для нахождения поля.

Уравнение для амплитуд $A_\pm(z)$ двух монохроматических волн, в области прозрачности бегущих в противоположных направлениях и определяющих локальные электродинамические свойства неоднородной плазмы (т. е. полный набор волн с заданной частотой), получено в работе [4]

$$\sum\nolimits_\pm \Pi_\pm^{-1}(z)\partial\left(\mathrm{A}_\pm(z)\Pi_\pm^{-1}(z)\right)\big/\partial z \exp\left(\pm i\int_{z_0}^{z} dy\left(q(y) + i\kappa(y)\right)\right) = (4\pi/\omega)j^{\mathrm{nloc}}(z), \quad \Pi_\pm^{-2}(z) = \partial\Lambda_\pm/\partial k\,. \tag{18}$$

Нелокальный ток в правой части уравнения служит сторонним источником возбуждения ЭМ поля в области прозрачности; $q(z)$ и $\kappa(z)$ — локальные волновое число и коэффициент бесстолкновительного затухания, приведенные в формулах (4); $\Lambda_\pm = \Lambda_\pm(\omega, k, z)$ — две дисперсионные функции, в которых $\omega_H = \omega_H(z)$, и выражения для них выписаны в тексте после формулы (2). Знаком + помечены волны, распространяющиеся и затухающие в положительном направлении. Знаком − (минус) — в отрицательном. Область прозрачности расположена при $z > 0$. Для волны "+" естественно поставить нулевое граничное условие при $z = 0$, $A_+(0) = 0$, так как поле от нелокального тока формируется только в тех областях, в которых выполнено условие фазовой когерентности (при $z_0 < 0$ для частиц с $\mathrm{v}_z > 0$ это область $z > 0$). Для амплитуды $A_-(z)$ нулевое граничное условие принимаем на $+\infty$, и путь интегрирования должен прежде пройти некоторую область, занимаемую нелокальным током, чтобы в результате взаимодействия с ним возбудилось электрическое поле.

Применяя для квазиклассического приближения модифицированный метод гармонического баланса, с точностью до малых значений параметра квазиклассичности, $d/dz\left(1/q(z)\right) << 1$, получаем выражения для полей

$$E_\pm(z) = A_\pm(z)\exp\left(\pm i\int^z dyk\right) = \Pi_\pm(z)\int_{0;\infty}^{z} dz'\Pi_\pm(z')(4\pi/\omega)j^{\mathrm{nloc}}(z')\exp\left(\pm i\int_{z'}^{z} dy\left(q(y) + i\kappa(y)\right)\right), \tag{19}$$

где нижние пределы интегрирования относятся к полям $E_\pm$ согласно граничным условиям для них, соответственно. Используя выражение для нелокального тока (15), интегрируем по частям, чтобы учесть вклад концевых точек. В результате для главных членов асимптотики находим выражения

$$E_\pm(z) = \Pi_\pm^2(z)(4\pi/\omega)j^{\mathrm{nloc}}(z)\left[(3/2)\exp(i\,2\pi/3)\,\partial X^2/\partial z \mp i\left(q(z) + i\kappa(z)\right)\right]^{-1}. \tag{20}$$

В факторе $\Phi(z)$ нелокального тока надо использовать выражение (17) для $G(z)$ при $\zeta_1(z) > 0$ и комплексно сопряженное — при $\zeta_1(z) < 0$. Согласно принятым асимптотическим методам вычисления вклада концевых точек интегрированием по частям, выше приведенная асимптотика поля $E_+(z)$ справедлива для тех $z > 0$, которые расположены левее точки стационарной фазы подынтегрального выражения в формуле (19), а для поля $E_-(z)$ — правее точки стационарной фазы. В первом случае $\zeta_1(z) = \zeta(z) - z_0 > 0$, во втором —

$\zeta_1(z) < 0$. Однако, как показано в Приложении 2, эти асимптотики являются главными и справедливы, в случае общего положения, в качестве парциальных вкладов концевых точек интегрирования (т. е. при произвольном расположении точек наблюдения поля z и точек стационарной фазы).

Электрические поля (20), отыскиваемые в виде набора собственных волн (см. левое из равенств (19)), тем не менее, не представляют собой ЭМ волны, а являются несобственными полями, определяемыми нелокальными токами (15) и повторяющими их зависимости от точки наблюдения z с поправкой на значения предэкспоненциального фактора, образовавшейся в результате интегрирования по частям. Объяснение состоит в том, что поля и токи в области непрозрачности не являются волновыми, и когерентные ММП переносят их таковыми в область прозрачности, а резонансные условия нелокального тока с локальными ЭМ волнами не выполняются.

Вычисление вклада точки стационарной фазы и анализ предельных переходов при пересечении областей влияния концевой и седловой точек выполнены в Приложении 2 для частного случая линейного профиля внешнего магнитного поля. При $z'=0$ и $z'=z$, расположенных вне области влияния седловой точки, электрическое поле от вклада седловой точки определяется выражением, полученным и исследованным в Приложении 2:

$$E_+^S(z) = j_0 D(z_S/L)\Phi(z_S)\sqrt{2\pi L^2/\left(-g''_{SS}\right)}\exp g\left(z/L, z_S/L\right). \tag{21}$$

Здесь вычисления Приложения 2, выполненные в безразмерных переменных, приведены к размерному виду и в соответствии с этим $z = xL$, $z_S = x_S L$. $\Phi(z_S)$ выписано в тексте после формулы (17), $D(z_S/L)$ определяется формулой (36) и $g\left(x, x_S\right)$ приведено в формуле (38), g''_{SS} — (39). Из выражения для фазы (38) можно видеть, что от точки стационарной фазы отщепляется ЭМ волна, но амплитуда ее мала, так как показатель экспоненты (38) содержит большое отрицательное слагаемое.

Выражения (20) и (21) являются главными членами асимптотики, когда путь интегрирования проходит через точку стационарной фазы. Вклады концевых точек интегрирования $z'=0$ и $z'=z_1$, "асимптотически представляются рядом, все члены которого нули" [8, с. 215]. Поэтому не только интегралы (19) при значениях пределов, в упомянутых ранее окрестностях точек $z'=0$ и $z'=z_1$ или включающих точку z_1 внутри пределов интегрирования, подлежат вычислению численными методами, но и интегрирование по k в нелокальном токе в тех же самых малых окрестностях точек $z=0$ и $z=z_1$ необходимо вычислить иными методами, чем асимптотические с большим параметром X^2 .

Что касается выражений для поля (20), (21) и (41) , то ввиду аддитивности вкладов концевой и седловой точек эти решения содержательны и не могут быть компенсированы вкладами точек $z'=0$ и $z'=z_1$ в интегралах (19) (что можно видеть хотя бы из различий в значении экспонент каждого парциального вклада).

Аналогичным полученному вкладу седловой точки для поля $E_+^S(z)$ будет выражение для поля $E_-^S(z)$. Только для значений z из интервала $(0, z_1)$ к нему необходимо добавить интеграл (19) для E_- в пределах интегрирования (∞, z_1), который следует оценить численными методами. При $z > z_1$ поле $E_+(z)$ определяется вкладом концевой точки (20) и седловой точки (21) со сделанными выше замечаниями о нулевом асимптотическом ряде от вклада точек $z'=0$ и $z'=z_1$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенные исследования показывают, что источник возбуждения когерентных ММП, а именно поле стороннего тока, помещенного в области непрозрачности плазмы, находящейся в неоднородном вдоль своего направления внешнем магнитном поле на некотором расстоянии от точки гирорезонанса, генерирует нелокальный ток в области прозрачности. Этот ток расположен на таком же расстоянии от точки гирорезонанса в иную сторону от нее, в частном случае нечетной зависимости внешнего магнитного поля от координаты вдоль магнитной силовой линии, и представляет собой «виртуальную антенну» в области прозрачности, которая формирует несобственное ЭМ поле, модулированное с частотой стороннего тока. При приближении с обеих сторон к местоположению виртуальной антенны как нелокальный ток в ней, так и несобственное ЭМ поле увеличивают свою амплитуду до максимального значения, как можно проследить из полученных в работе асимптотик для вклада концевых точек интегрирования вплоть до границы применимости полученных выражений.

В Приложениях приведены асимптотические вычисления и найден, для частного случая линейного профиля внешнего магнитного поля, вклад седловой точки, расположенной между точкой гирорезонанса и точкой местоположения виртуальной антенны. От седловой точки отщепляется ЭМ волна. Амплитуда этой волны ослаблена на барьерный множитель, но ее интенсивность значительно больше, чем интенсивность волны подбарьерного просачивания, так как определяется расстоянием от точки гирорезонанса до седловой точки, а не от точки расположения истинного источника в непрозрачной области. Вычисления и анализ предельных переходов для пересекающихся областей влияния седловой точки и концевой точки интегрирования (точки наблюдения поля) объясняют полученную, в качестве общего положения, главную асимптотику для поля независимо от присутствия седловой точки на трассе формирования сигнала.

Учет влияния поперечного движения с анализом пересечения областей влияния концевой и седловой точек по поперечному адиабатическому инварианту позволяет искать компенсацию «декогерирующего» воздействия этого движения в эффектах просветления волновых барьеров, не ограничиваясь его малостью [4].

В работе [4] указаны перспективы исследований в неоднородной плазме. Здесь же уместно отметить, что исследованный эффект переноса когерентными ММП несобственных переменных полей из области непрозрачности, где волновые поля отсутствуют, указывает на баллистическую природу эффекта, как его иногда называют, подчеркивая свободное тепловое движение во внешних полях заряженных частиц, формирующих ММП. В эксперименте, чтобы доказать баллистическую природу эффекта, прерывают траектории частиц тем или иным способом [10], [11]. В то же время исключить роль ЭМ полей можно, расположив антенну в области непрозрачности. Тогда ЭМ поле может переноситься только ММП, других возбуждений нет. Это является независимым свидетельством баллистической природы эффекта.

Автор выражает сердечную признательность С.В. Пелетминскому и Н.Ф. Шульге за поддержку работы.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Об интегрированиях в нелокальном токе и их обосновании

Отнеся интегрирование по k в последнюю очередь, при интегрировании по J нас интересует разложение показателя экспоненты в концевой точке интегрирования $J=0$ в формуле (13) с максвелловской функцией распределения $f_0(W) = \left(m_e/2\pi T\right)^{3/2}\exp\left(-W/T\right)$ с температурой T:

$$\theta(k,z,J) = -\left(1/T\right)U(k,z,J) + i\vartheta(z,z_{\text{r}},U,J) = \theta(k,z) - \left(1/T\right)U'_J J + iJ\vartheta'_J - \left(1/T\right)\left(J^2/2\right)U''_{JJ} + i\left(J^2/2\right)\vartheta''_{JJ}, \qquad (22)$$

где $z_{\text{r}} = z_{\text{r}}(k,U,J)$, $U = U(z,k,J)$ и первые и вторые производные взяты в точке $J=0$, $U'_J = \partial U/\partial J\big|_{J=0}$, $\vartheta'_J = \partial\vartheta/\partial J\big|_{J=0}$, $U''_{JJ} = \left(\partial^2 U/\partial J^2\right)\Big|_{J=0}$, $\vartheta''_{JJ} = \left(\partial^2\vartheta/\partial J^2\right)\Big|_{J=0}$. При нахождении производной фазы $\partial\vartheta/\partial J = \partial\vartheta(z,z_{\text{r}},U,J)/\partial J$ зависимости z_{r} и U от J не дифференцируем, так как экстремальность фазы по этим переменным учтена в (11), поэтому

$$\partial\vartheta/\partial J = -\left(1/m_e\right)\int_{z_{\text{r}}}^{z} dy\left(\Omega^2(y)/\mathrm{v}_z^3(y,U,J)\right)\Big|_{z_{\text{r}}=z_{\text{r}}(k,U,J);\,U=U(k,z,J)} \xrightarrow[J\to 0]{} -\left(1/\left(m_e\mathrm{v}_{\text{r}}^3(\zeta)\right)\right)\int_{\zeta(z)}^{z} dy\,\Omega^2(y) \equiv \vartheta'_J. \qquad (23)$$

В преобразовании подынтегрального выражения использовано условие (11). Видно, что производная знакоопределённа и не обращается в нуль. Введем краткое обозначение $\vartheta'_J = \left(-k^3/m_e\Omega(\zeta)\right)L_2(z)$, где длина $L_2(z) = \Omega^{-2}(\zeta)\int_{\zeta}^{z} dy\,\Omega^2(y)\Big|_{\zeta=\zeta(z)} > 0$ положительна при $z > \zeta(z)$ в изучаемом случае переноса ММП с положительными скоростями $\mathrm{v}_{\text{r}} = \mathrm{v}_{\text{r}}(\zeta) > 0$. Вторая производная от фазы

$$\partial^2\vartheta/\partial J^2 = \left(1/m_e\right)\left(\Omega^2(z_{\text{r}})/\mathrm{v}_z^3(z_{\text{r}},U,J)\right)\left(dz_{\text{r}}/dJ\right) + \left(3/m_e^2\right)\int_{z_{\text{r}}}^{z} dy\left(\Omega^2(y)/\left(\mathrm{v}_z^5(y,U,J)\right)\right)\left((\partial U/\partial J) - \omega_H(y)\right), \qquad (24)$$

где $z_{\text{r}} = z_{\text{r}}(k,U,J)$ и $U = U(k,z,J)$, в концевой точке интегрирования $J=0$ равна:

$$\vartheta''_{JJ} = \left(3k^5/m_e\Omega^2(\zeta)\right)L\left[\vartheta''_{JJ}\right], \quad L\left[\vartheta''_{JJ}\right] = -2L_2(z) - 3\left(\omega'_H(\zeta)/\Omega(\zeta)\right)L_2^2(z) + L_3(z). \qquad (25)$$

Здесь $L_3(z) = \Omega^{-3}(\zeta)\int_{\zeta}^{z} dy\,\Omega^3(y)$, $\zeta = \zeta(z)$. Входящие в (24) производные $dz_{\text{r}}/dJ = \left(\partial z_{\text{r}}/\partial U\right)\left(\partial U/\partial J\right) + {}$ $+\partial z_{\text{r}}/\partial J$ и $\partial U/\partial J$ вычислены из неявных зависимостей (10) и (11):

$$dz_{\text{r}}/dJ\big|_{J=0} = \left(-3k^2/m_e\Omega(\zeta)\right)L_2(z), \quad U'_J = \left(\partial U/\partial J\right)\big|_{J=0} = \left[\omega_H(\zeta) - 3\omega'_H(\zeta)L_2(z)\right]_{\zeta=\zeta(z)}, \qquad (26)$$

$\omega'_H(\zeta) = d\omega_H(z)/d\zeta$. Производная $\partial U/\partial J$ при $J \neq 0$ равна

$$\partial U\Big/\partial J(J\neq 0) = \left[\omega_H(z_{\text{r}}) + f(z_{\text{r}},J)\int_{z_{\text{r}}}^{z} dy\left(\Omega(y)\omega_H(y)/\mathrm{v}_z^5(y,U,J)\right)\right]\left[1 + f(z_{\text{r}},J)\int_{z_{\text{r}}}^{z} dy\left(\Omega(y)/\mathrm{v}_z^5(y,U,J)\right)\right]^{-1}, \qquad (27)$$

где $z_{\text{r}} = z_{\text{r}}(k,U,J)$, $U = U(k,z,J)$. Здесь введено обозначение для вспомогательной функции $f = f\left(z_{\text{r}},J\right) = 3\omega'_H(z_{\text{r}})\left(\Omega^3(z_{\text{r}})/k^5 + J\Omega(z_{\text{r}})/m_e k^3\right)$. Выражение для второй производной $\partial^2 U/\partial J^2$, $J \neq 0$, весьма громоздко и ниже приведено её значение при $J=0$, входящее в дальнейшие выражения:

$$U''_{JJ} = \left(-3k^2\omega'_H(\zeta)/m_e\Omega(\zeta)\right)L\left[U''_{JJ}\right];\; L\left[U''_{JJ}\right] = 12L_2(z) + \left[\left(10\omega'_H(\zeta)/\Omega(\zeta)\right) - \left(3\omega''_H(\zeta)/\omega'_H(\zeta)\right)\right]L_2^2(z) - 5L_3(z). \qquad (28)$$

При получении формулы (28) использовано значение полной производной $df/dJ\big|_{J=0}$, условия (11) и (10), а также значения производных (26), $z_{\text{r}}(k,U,J)\big|_{J=0} = \zeta(z)$, $\mathrm{v}_z(U) = \mathrm{v}_r(\zeta) = \Omega(\zeta)/k$ и $U_r(\zeta) = U(z,k,J=0) = \left(m_e/2\right)\left(\Omega^2(\zeta)/\mathrm{v}_T^2 k^2\right)$. В результате разложение показателя экспоненты можно записать в виде:

$$\theta(k,z,J) = \theta(k,z) - \left(J\omega_H(\zeta)F(z,k)/T\right) - \left(J^2\omega_H^2(\zeta)G(z,k)/T^2\right), \text{ где } \theta(z,k) = -\left(U_r(\zeta)/T\right) + ik\zeta(z); \qquad (29)$$

$$F(z,k) = 1 - L_2(z)\left[3\omega'_H(\zeta)\big/\omega_H(\zeta) - \left(i\mathrm{v}_T^2 k^2\big/\omega_H(\zeta)\Omega(\zeta)\right)\right]\Big|_{\zeta=\zeta(z)}, \qquad (30)$$

$$G(z,k) = (3/2)\left(k^2\mathrm{v}_T^2\big/\omega_H(\zeta)\Omega(\zeta)\right)\left\{-L\left[U''_{JJ}\right]\big/L(\zeta) + i\left(k^3\mathrm{v}_T^2\big/\omega_H(\zeta)\Omega(\zeta)\right)L\left[\vartheta''_{JJ}\right]\right\}\Big|_{\zeta=\zeta(z)}. \qquad (31)$$

Исследование, фрагмент которого приведен ниже, показывает, что асимптотика интеграла по J в том случае, когда области влияния концевой и точки перевала пересекаются, выражается через функцию ошибок, параметрами которой будут F и G. (Доказано в несколько иной ситуации в книге [9] на с.499-509, что при пересечении областей влияния "асимптотика интеграла... выражается через специальную функцию – интеграл Френеля...".) Введем обозначение для безразмерной поперечной энергии $\varepsilon = J\omega_H(\zeta)/T$. Главный член асиптотики в интеграле по J (13) представим интегралом, который после замены переменных $\varepsilon = (\mu'-\mu)\big/\sqrt{G}$ преобразуется к виду

$$\Phi(z,k) = \int_0^{\infty \mathrm{E}} d\varepsilon\, \varepsilon \exp\left(-F\varepsilon - G\varepsilon^2\right) = \frac{1}{2G}\left(1 - \sqrt{\pi}\mu \mathrm{e}^{\mu^2}\,\mathrm{erfc}\ \mu\right),\ \mu = -F\big/2\sqrt{G},\ \mathrm{erfc}\ \mu = \left(2\big/\sqrt{\pi}\right)\int_\mu^\infty d\mu'\,\mathrm{e}^{-\mu'^2}, \qquad (32)$$

где $\mathrm{E} = \exp\left(-i\left(\arg G\right)/2\right)$ и $\mathrm{erfc}\ \mu$ — функция ошибок. Предельные значения фактора $\Phi(z,k)$, учитывающего влияние поперечного движения частиц, таковы: $\Phi(z,k) = (1/2G) \neq 0$ при $F \to 0$, а при $|\mu| \to \infty$, воспользовавшись асимптотикой функции ошибок, получаем: $\Phi(z,k) = 1\big/F^2(z,k)$.

После подстановки выражения для электрического поля (2) в (13), используя результаты интегрирования по J, получаем выражение для нелокального тока

$$j^{\mathrm{nloc}}(z) = \left(\mathrm{j}_0\big/2\sqrt{\pi}\right)\left(\omega_p^2\big/\omega\mathrm{v}_T\right)\left(\omega_H(z)/\omega_H(\zeta(z))\right)^{3/2}\int_0^\infty (dk/k)\Phi(z,k)\left(\mathrm{e}^{\varphi(k)}\big/\Lambda_+(\omega,k)\right). \qquad (33)$$

Здесь $\varphi(k) = ik\zeta_1 - \left(\Omega^2(\zeta)\big/k^2\mathrm{v}_\mathrm{T}^2\right)$, $\zeta_1 = \zeta(z) - z_0$ и учтено, что гармоники с $k < 0$` не модулируют МП заряженных частиц с $\mathrm{v}_z > 0$ в области непрозрачности с $\Omega(\zeta) > 0$`. Интеграл (33) сходится на вещественной полуоси благодаря конечному размеру антенны a (1) (в ходе вычислений $a \to 0$ без особых оговорок в дальнейшем) и в комплексной плоскости — внутри сектора с лучами, составляющими углы $\pm\pi/4$ с вещественной полуосью. Деформируем путь интегрирования в интеграле (33) в верхнюю полуплоскость при $\zeta_1 > 0$ так, чтобы он проходил через седловую точку $k_S = \exp(i\pi/6)\left(X^2/\zeta_1\right) = \exp(i\pi/6)\left(2\Omega^2\big/\mathrm{v}_\mathrm{T}^2\zeta_1\right)^{1/3}$. Тогда

$$\varphi(k_S) = (3/2)X^2\exp(i\pi/3) \ \text{ и }\ \varphi''(k_S) = (d^2\varphi(k)\big/d^2k)\Big|_{k=k_S} = 3X^2\exp(2\pi i/3). \qquad (34)$$

При $\zeta_1 < 0$ путь деформируем в нижнюю полуплоскость k так, чтобы он проходил через седловую точку $k_S^* = X^2\exp(-i\pi/6)\big/|\zeta_1|$. Значения фазы $\varphi(k_S^*)$ и её второй производной $\varphi''(k_S^*)$ являются комплексно сопряженными значениям, приведенным в строке (34). Результаты интегрирования в формуле (33) отнесены в основной текст (15).

2. Вычисление и анализ вклада точки стационарной фазы в электрическое поле

Исследуем этот вклад в безразмерных переменных. Ограничимся также линейным профилем внешнего магнитного поля, выбрав, как и в случае общей зависимости, начало координат в точке, где частота поля равна гирочастоте $\Omega(z) = \omega - \omega_H(z) = -\omega z/L = -\omega x$. Нормировав на характерную длину неоднородности L пространственные переменные и гирочастоту — на частоту ω, вводим безразмерные величины:

$$x = z/L,\quad x' = z'/L,\quad x_0 = z_0/L < 0;\quad \eta = y/L;\quad n(\eta) = q(\eta L)c/\omega,\quad \nu(\eta) = \kappa(\eta L)c/\omega; \qquad (35)$$

Тогда для электрического поля получаем выражения

$$E_\pm(xL) = j_0\int_{0;\infty}^x dx'\,LD(x')\Phi(x'L)\exp g_\pm(x,x'), \qquad (36)$$

$$D(x') = \left(2\pi\sqrt{2/3}\right)\left(\omega_p^2\big/\omega^2\right)\left(1/X\mathrm{v}_T\right)\left(\Pi_\pm(xL)\Pi_\pm(z')/\Lambda_+\left(\omega,k_S(z')\right)\right)\left(\omega_H(z')/\omega_H(\zeta(z'))\right)^{3/2}\Big|_{z'=x'L},$$

где показатель экспоненты после введения безразмерных переменных приобретает вид

$$g_\pm(x,x') = -(3/2)\exp(i\pi/3)X_0^2\left\{\left[x'(x'+x_0)\right]^{2/3} \mp i\exp(-i\pi/3)\left(\sqrt{2}/3\right)X_0\left(\mathrm{v}_T/c\right)\int_{x'}^x d\eta\left(n(\eta) + i\nu(\eta)\right)\right\}. \qquad (37)$$

Здесь и в дальнейшем анализе предполагается, что отношение параметров $\lambda = \omega L/c >> 1$ и $X_0^2 = \left(2\omega^2L^2\big/\mathrm{v}_T^2\right)^{1/3}$ малая величина $\lambda\big/X_0^2 = \left(\mathrm{v}_T/c\right)\left(X_0\big/\sqrt{2}\right) << 1$. (Напомним, что для любой нечетной функции $\Omega(z)$ второе условие фазовой когерентности (11) снабжает зависимостью $\zeta(z) = -z$.) Тогда фаза имеет стационарную точку $x' = x_S = -x_0/2 + \Delta$, где $|\Delta| << -x_0$ найдено по теории возмущений и равно $\Delta = (i/4)\cdot \left(x_0^2\big/\sqrt[6]{2}\right)X_0\left(n(-x_0/2) + i\nu(-x_0/2)\right)$. Значение фазы и её второй производной в точке стационарной фазы есть

$$g_{\pm}(x,x_S) = -(3/2)\exp(i\pi/3)X_0^2\left(x_0/4\right)^{4/3} \pm i\left(X_0^3/\sqrt{2}\right)(\mathrm{v_T}/c)\int_{x_S}^{x} d\eta\,\left(n(\eta)+i\nu(\eta)\right), \tag{38}$$

$$g''_{SS} \equiv \partial^2 g/\partial x'^2\Big|_{x'=x_S} = 2\exp(i\pi/3)X_0^2\left\{4/x_0^2 - i\left(X_0/2\sqrt{2}\right)(\mathrm{v_T}/c)\exp(-i\pi/3)\left(n'(-x_0/2)+i\nu'(-x_0/2)\right)\right\}. \tag{39}$$

Деформируя контур так, чтобы он проходил через седловую точку по направлению наискорейшего спуска, по крайней мере, локально, и выполнив замену переменных $x'-x_S = x''$, $\mathrm{Re}\sqrt{-g''_{SS}} > 0$, в том случае, когда концевые точки интегрирования могут приближаться к седловой точке, получим для поля $E_+(z)$ выражение

$$\mathrm{E}_+(z) = j_0 D(x_S)\,\Phi(x_S L,k_S)L\sqrt{-\pi/(2g''_{SS})}\,\exp\left(g(x,x_S)\right)\left(\mathrm{erf}\left((\mathrm{x}-\mathrm{x_S})\sqrt{-g''_{SS}/2}\right)+\mathrm{erf}\left(\mathrm{x_S}\sqrt{-g''_{SS}/2}\right)\right). \tag{40}$$

Если одна из концевых точек выходит из области влияния седловой точки, то соответствующая функция ошибок, $\mathrm{erf}\,x = \left(2/\sqrt{\pi}\right)\int_0^x dy\exp(-y^2)$, равна единице (её аргумент стремится к $+\infty$). Используем соотношение $\mathrm{erf}\,x = 1-\mathrm{erfc}\,x$. Асимптотика функции $\mathrm{erfc}\,x = \left(2/\sqrt{\pi}\right)\int_x^\infty dy\,\exp\left(-y^2\right) \sim \exp\left(-x^2\right)/\sqrt{\pi}x$ и значение показателя экспоненты в (40) формируют значение $g(x) \equiv g(x,x) \approx g(x,x_S) + g''_{SS}(x,x_S)\,(\mathrm{x}-\mathrm{x_S})^2/2$ показателя экспоненты (индекс S и штрих означают производную по переменной x_S и $\partial g(x,x_S)/\partial x_S \equiv g'_S(x,x_S) = 0$), а предэкспоненциальные сомножители группируются в значение производной от показателя в знаменателе $\sqrt{\pi/(-2g''_{SS})}\;\sqrt{2}/\left(\sqrt{\pi}(x-x_S)\sqrt{-g''_{SS}}\right) = -1/\left(g'_S(x,x_S)+(x-x_S)g''_{SS}\right) \cong -1/\left(\partial g(x,x')/\partial x'\right)\big|_{x'=x}$, как и должно быть при вычислении вклада концевой точки. (Для преобразования иных сомножителей $D(x_S,k_S)$ и $\Phi(x_S L,k_S)$ надо удержать следующие, низшие члены асимптотического разложения при вычислении (36)).

Таким образом, электрическое поле от вклада седловой x_S и концевой x точек равно

$$\mathrm{E}_+(xL) = j_0 L\left[D(x_S)\Phi(z_S)\mathrm{e}^{g(x,x_S)}\sqrt{-\pi/g''_{SS}}\left(1+\mathrm{erf}\left(x_S\sqrt{-g''_{SS}/2}\right)\right)+D(x)\Phi(xL)\,\mathrm{e}^{\mathrm{g(x)}}/\left(\partial g(x,x')/\partial x'\right)\right]_{x'=x}. \tag{41}$$

Здесь использованы обозначения $\Phi(z_S) = \Phi\left(x_S L,k_S\right)$ и $g(x) = g(x,x)$. Последнее слагаемое в (41) совпадает с выражением (20) для вклада концевой точки. В слагаемом с функцией ошибок содержится возможность сближения седловой точки и точки гирорезонанса при $x_S \to 0$. Тогда значение функции ошибок стремится к нулю и волна от нелокального тока антенны, расположенной в точке гирорезонанса не излучается.

Что касается вклада концевой точки при $x \to x_1$ (координата точки наблюдения приближается к координате местоположения "виртуальной антенны", $z \to -z_0$), то он равен нулю. Однако при $\zeta_1 = \zeta(z) - z_0 = -z - z_0 \to 0$ асимптотические вычисления $j^{\mathrm{nloc}}(z)$ теряют свою применимость.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Водяницкий А.А., Ерохин Н.С., Моисеев С.С. // Письма в ЖЭТФ. - 1970. - Т.12. - С.529-532.
2. Водяницкий А.А., Ерохин Н.С., Моисеев С.С. // ЖЭТФ. - 1971. - Т.61. – С.629-641.
3. Водяницкий А.А. // Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. – 2002. – № 574. – *Сер. Фіз.* Ядра, частинки, поля. – Вип. 4 /20/. – С.44–48.
4. Водяницкий А.А. // Там же. – 2003. – № 585. – Вип. 1 /21/. – С.56-62.
5. Vodyanitskii A.A., Erokhin N.S., Lisitchenko V.V., Moiseev S.S, Oraevskii V.N. // Nuclear Fusion. - 1974. - V.14, № 2. - P.267 – 275.
6. Романов Ю.А., Дряхлушин В.Ф. // Физика плазмы. - 1979. - Т.5. - С.343-353.
7. Шафранов В.Д. // ЖЭТФ. - 1958. - Т.34, вып.6. - С.1475.
8. Уиттекер Э.Т., Ватсон Дж.Н. Курс современного анализа. Часть первая. Гос. изд. ФМЛ. – М. 1963. – 342с.
9. Федорюк М.В. Асимптотика: Интегралы и ряды.–М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 544с.
10. Галушко Н.П., Дахов В.М., Ерохин Н.С., Моисеев С.С. Муратов В.И., Филипенко В.Е. // Письма в ЖТФ. - 1978. - Т.4. – С.252-255.
11. Романюк Л.И., Усталов В.В. // Физика плазмы. - 1975. - Т.1, № 3. - С.504-509.

ABOUT EXCITATION OF FIELD BY COHERENT MICROBEAMS FROM AREA OF OPACITY IN PLASMA IN A INHOMOGENEOUS MAGNETIC FIELD

A.A. Vodyanitskii

Institute for Theoretical Physics NSC "Kharkov Institute of Physics and Technology", Kharkov-108, Akademicheskaya, 1

In paper researches of nonlocal transfer to area of a transparency of electromagnetic field from a source located in the area of opacity are executed. The microbeams of the charged particles modulated by a source of excitation of a field, under condition of phase coherence generate a nonlocal current which forms a not own field in the area of a transparency. Detailed asymptotical calculations are carried out and the substantiation of reception of the main term of asymptotic field, with frequency of an initial wave and the structure repeating structure of a nonlocal current is given.

KEY WORDS: the not own fields, the modulated microbeams, phase coherence, nonlocal transfer.