

УДК 530.1.19

О МЕТОДАХ РАСЧЕТА СПЕКТРАЛЬНЫХ И СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИИ ВО ВНЕШНИХ НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

В.П. Лапко, Н.Ф. Шульга

*Институт теоретической физики им. А.И.Ахиезера
Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт"
ул. Академическая 1, Харьков, 61108, Украина
E-mail: shulga@kipt.kharkov.ua*

Поступила в редакцию 23 марта 2004 г.

Исследуются квазиклассические формулы для спектральной и спектрально-угловой плотностей излучения релятивистских электронов во внешнем неоднородном поле с учетом эффекта отдачи при излучении и недипольности излучения. Изложен метод численных расчетов по этим формулам. Рассмотрен ряд их предельных случаев, соответствующих излучению в дипольном приближении, излучению с траектории вида угла и приближению постоянного поля. Проведено сопоставление результатов точных и приближенных расчетов по этим формулам на примере излучения электронов большой энергии в поле отдельной цепочки атомов кристалла.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: квазиклассическое приближение, приближение постоянного поля, метод численных расчетов, приближение траектории вида угла, когерентное излучение в кристалле.

Процесс излучения электронов большой энергии в веществе и во внешнем поле развивается в большой пространственной области вдоль направления движения частицы [1,2]. Если в пределах этой области частица сталкивается с многими атомами среды, то взаимодействие с ними будет происходить иначе, чем с изолированными разнесенными далеко друг от друга центрами. При этом возможны как усиление, так и ослабление эффективности взаимодействия частицы со средой.

Существенной особенностью процесса излучения электрона большой энергии в веществе является то, что с ростом энергии электрона и с уменьшением частоты излученного фотона быстро увеличивается эффективная константа взаимодействия частицы с атомами среды, находящимися в пределах длины когерентности процесса излучения [2]. При этом быстро нарушаются условия применимости борновского приближения, которое широко используется для описания излучения электронов в поле атомов, и требуется выход за рамки борновской теории возмущений.

Существует ряд методов, позволяющих при описании электромагнитных процессов при высоких энергиях в веществе и во внешних полях, выйти за рамки борновской теории возмущений. Это можно сделать, в частности, на основе эйконального и квазиклассического приближений квантовой электродинамики, а также на основе методов классической теории излучения [2]. Применение этих методов к полям сложной конфигурации, таким, например, как поле кристаллической решетки, представляет собой довольно сложную задачу. Поэтому важным является построение упрощенных моделей описания взаимодействия частиц с такими полями, а также развитие численных методов описания взаимодействия частиц со средой. Значительные упрощения возникают, например, при выполнении условия дипольности излучения релятивистского электрона в веществе, применении к данной задаче формул теории синхротронного излучения (приближение постоянного поля) и формул, описывающих излучение с траектории вида угла. Существенным при этом является анализ возможностей применения этих упрощенных формул для описания излучения частиц в веществе. Исследованию этого вопроса посвящена настоящая работа.

Данная проблема особенно остро стоит при исследовании излучения электронов большой энергии в ориентированных кристаллах, когда наряду с эффектом недипольности излучения, требуется учет эффектов, связанных с отдачей при излучении. Кроме того, характер движения частиц в кристалле является довольно сложным. Поэтому при выводе формул и при их анализе значительное внимание мы обращаем на возможности применения этих формул для описания излучения электронов в ориентированном кристалле.

Проводимое в настоящей работе исследование основывается на одном из вариантов квазиклассического представления спектрально-угловой плотности излучения электронов большой энергии в неоднородном внешнем поле, в котором спектрально-угловая плотность излучения с учетом эффекта отдачи при излучении связывается с набором классических траекторий электрона в этом поле [2,3]. Такое представление квантовоэлектродинамической формулы для плотности излучения через классические траектории в ряде случаев является весьма удобным, так как позволяет свести квантовоэлектродинамическую задачу об излучении к задаче решения классических уравнений движения электрона во внешнем поле и последующего вычисления некоторых интегралов от классических траекторий. При этом открывается возможность

применения к данной задаче простых численных методов решения уравнений движения, что весьма важно при исследовании излучения в полях сложной конфигурации.

В первом разделе работы мы приводим основную формулу квазиклассической теории излучения электронов большой энергии во внешнем поле, в которой спектрально-угловая плотность излучения определяется набором классических траекторий, и исследуем приближенный вариант этой формулы, соответствующий малым углам рассеяния и излучения частицы в веществе. Затем исследуются приближенные представления этой формулы, соответствующие дипольному приближению, приближению постоянного поля и излучения с траектории вида угла.

В пятом разделе описывается метод численного вычисления спектрально-угловой плотности излучения, в котором учтены эффект отдачи при излучении, эффект недипольности излучения и произвольный характер движения частицы во внешнем поле. Единственное приближение, на котором основывается этот метод вычислений, это приближение малых углов рассеяния и излучения электронов в веществе. В этом плане данный метод расчета можно рассматривать как точный.

Полученные формулы в последнем разделе работы применяются для исследования излучения электронов большой энергии в поле отдельной цепочки атомов кристалла, при падении пучка под малым углом к ее оси. Этот процесс представляет собой значительный интерес, так как цепочка атомов кристалла в рассматриваемой задаче представляет собой элементарный объект, при взаимодействии с которым требуется учет всех интерференционных эффектов при излучении. На примере данной задачи сравниваются результаты расчетов спектральных плотностей излучения, полученных в приближении траектории вида угла, приближении постоянного поля и путем точного численного расчета. Основное внимание при этом мы обращаем на сравнение результатов таких расчетов при энергиях частиц и углах их падения на цепочку атомов кристалла, использованных в эксперименте ЦЕРН [4]. Непосредственное сравнение предсказаний данной теории с этим экспериментом, однако, выходит за рамки настоящей работы. Связано это с тем, что настоящая работа посвящена, в основном, сравнительному анализу различных методов описания процесса излучения электронов во внешних полях, тогда как при сравнении результатов теории и эксперимента требуется учет еще ряда экспериментальных факторов и реальной динамики частицы в кристалле.

СЕЧЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

В квазиклассическом приближении квантовой электродинамики дифференциальное сечение излучения релятивистского электрона в неоднородном внешнем поле может быть записано в виде [2,3]

$$\frac{d\sigma}{d\omega do} = \int d^2\rho \frac{1}{\omega} \frac{dE}{d\omega do}, \quad (1)$$

где ω - энергия излученного фотона, do - элемент телесного угла в направлении излучения, $dE/d\omega do$ - спектрально-угловая плотность излучения электрона, движущегося по траектории $\vec{r}(t, \vec{\rho})$ во внешнем поле, и $\vec{\rho}$ - прицельный параметр, под которым электрон влетает в это поле. (Мы пользуемся системой единиц, в которой постоянная Планка и скорость света приняты равными единице.) Величина $dE/d\omega do$ определяется соотношением

$$\frac{dE}{d\omega do} = \frac{e^2}{8\pi^2} \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2} \omega^2 \left[|\vec{n} \times \vec{I}|^2 + \frac{m^2}{\varepsilon^2} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} |I_0|^2 \right], \quad (2)$$

где e - заряд электрона, $\varepsilon' = \varepsilon - \omega$ - энергия конечного электрона, \vec{n} - единичный вектор в направлении излучения,

$$\vec{I} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \vec{v}(t) e^{i\omega'(t - \vec{n}\vec{r}(t))}, \quad I_0 = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega'(t - \vec{n}\vec{r}(t))}, \quad (3)$$

$\omega' = \varepsilon\omega/\varepsilon'$, $\vec{v}(t) = d\vec{r}/dt$ - вектор скорости электрона.

В формуле (2) учтены эффекты, связанные с отдачей при излучении, и пренебрежены эффекты, связанные с квантовым характером движения электрона во внешнем поле. Существенной особенностью формулы (2) является то, что в квазиклассическом приближении спектрально-угловая плотность излучения определяется классической траекторией электрона во внешнем поле. В неоднородном внешнем поле траектории частиц с различными начальными условиями различны, поэтому формула (1) содержит интегрирование по этим начальным условиям.

Характерные значения углов рассеяния и излучения электронов большой энергии во внешнем поле малы по сравнению с единицей. По этим углам в общем виде без использования конкретного закона движения частицы может быть выполнено разложение в (2). С этой целью воспользуемся соотношением

$$\vec{v}(t) \approx \vec{v}_0 \left(1 - \frac{v_{\perp}^2(t)}{2v_0^2} \right) + \vec{v}_{\perp}(t), \quad (4)$$

определяющим отклонение траектории частицы во внешнем поле относительно направления ее первоначального движения \vec{v}_0 . Входящая в (2) величина $\vec{v}_{\perp}(t)$ представляет собой поперечное \vec{v}_0 отклонение траектории, причем $v_{\perp} \ll v_0$ и $\vec{v}_{\perp} \cdot \vec{v}_0 = 0$. При этом предполагается, что при $t \rightarrow -\infty$ $\vec{v}_{\perp} = 0$. Формула (4) учитывает изменение как поперечной, так и продольной скоростей. При ее выводе отброшены слагаемые порядка v_{\perp}^4/v_0^4 .

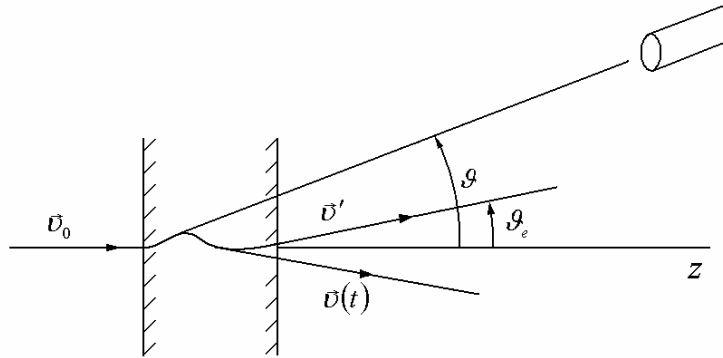


Рис. 1. Система углов, используемых в рассматриваемой задаче.

Мы в дальнейшем будем предполагать, что не только компоненты вектора $\vec{v}_{\perp}(t)$ отсчитываются относительно направления начального движения электрона \vec{v}_0 , но и компоненты вектора $\vec{\vartheta}$, определяющего угол, под которым произошло излучение, также отсчитываются относительно этого направления. Иными словами все дальнейшие вычисления мы проведем в системе координат, в которой ось z направлена вдоль \vec{v}_0 (см. рис. 1). При этом векторы $\vec{v}_{\perp}(t)$ и $\vec{\vartheta}$ имеют компоненты только вдоль поперечных координат: $\vec{v}_{\perp}(t) = (v_{\perp x}, v_{\perp y}, 0)$, $\vec{\vartheta} = (\vartheta_x, \vartheta_y, 0)$, причем $v_{\perp} \ll 1$, $\vartheta \ll 1$. В этой системе координат, как легко проверить, входящие в (2) комбинации $\vec{n} \times \vec{v} \cdot \vec{n} \times \vec{v}'$ и $t - \vec{n}\vec{r}(t)$ могут быть записаны в виде

$$\vec{n} \times \vec{v} \cdot \vec{n} \times \vec{v}' \approx (\vec{v}_{\perp} - \vec{\vartheta})(\vec{v}'_{\perp} - \vec{\vartheta})(1 + O(v_{\perp}^2, \vartheta^2)),$$

$$t - \vec{n}\vec{r}(t) \approx 1/2 \left[t\gamma^{-2} + \int_0^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] (1 + O(\gamma^{-2}, v_{\perp}^2, \vartheta^2)),$$

где $\vec{v}_{\perp} = \vec{v}_{\perp}(t)$ и $\vec{v}'_{\perp} = \vec{v}_{\perp}(t')$.

Используя эти соотношения, запишем спектрально-угловую плотность излучения (2) в виде

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} \approx \frac{e^2}{8\pi^2} \frac{\epsilon^2 + \epsilon'^2}{\epsilon'^2} \omega^2 K, \quad (5)$$

где

$$K = |\vec{J}|^2 + \gamma^{-2} \frac{\omega^2}{\epsilon^2 + \epsilon'^2} |J|^2. \quad (6)$$

Входящие в K величины \vec{J} и J с точностью до членов порядка γ^{-2} , v_{\perp}^2 и ϑ^2 имеют следующий вид

$$\vec{J} = \int_{-\infty}^{\infty} dt (\vec{v}_{\perp} - \vec{\vartheta}) \cdot \exp \left\{ \frac{i\omega'}{2} \left[\gamma^{-2}t + \int_{-\infty}^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] \right\},$$

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} dt \cdot \exp \left\{ \frac{i\omega'}{2} \left[\gamma^{-2}t + \int_{-\infty}^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] \right\}. \quad (7)$$

Отметим, что представление формулы для спектрально-угловой плотности излучения в виде (5) обладает тем преимуществом по сравнению с формулой (2), что в (5) в явном виде выделен порядок малости входящих в нее слагаемых.

Выполнив во входящих в (7) величинах \vec{J} и J интегрирование по частям, получим

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \frac{2}{i\omega'} \int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\frac{d}{dt} \frac{(\vec{v}_{\perp}(t) - \vec{\vartheta})}{\gamma^{-2} + (\vec{v}_{\perp}(t) - \vec{\vartheta})^2} \right] \cdot \exp \left\{ \frac{i\omega'}{2} \left[\gamma^{-2} t + \int_{-\infty}^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] \right\}, \\ J &= \frac{2}{i\omega'} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{d}{dt} \frac{1}{\gamma^{-2} + (\vec{v}_{\perp}(t) - \vec{\vartheta})^2} \cdot \exp \left\{ \frac{i\omega'}{2} \left[\gamma^{-2} t + \int_{-\infty}^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

При таком представлении величин \vec{J} и J , входящие в них подынтегральные выражения в явном виде содержат ускорение. При этом сходимость интегралов по времени в ряде случаев будет определяться интервалом времени, в котором ускорение отлично от нуля. Такое представление величин \vec{J} и J оказывается весьма удобным при анализе процесса излучения в неоднородных полях.

ИЗЛУЧЕНИЕ В ДИПОЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Рассмотрим вначале простейший случай, когда в выражениях (8) для \vec{J} и J может быть выполнено разложение по малым углам отклонения электрона относительно \vec{v}_0 . В первом приближении такого разложения имеем

$$\vec{J} = \frac{1}{iq} \cdot \left[\vec{w}(q) - \vec{\vartheta} \frac{\vec{\vartheta} \cdot \vec{w}(q)}{q} \right] \omega', \quad J \approx -\frac{\vec{\vartheta} \cdot \vec{w}(q)}{iq^2} \omega', \quad (9)$$

где $q = \omega'(\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}^2)/2$ и $\vec{w}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \dot{\vec{v}}_{\perp}(t) e^{iqt}$.

Подставляя эти соотношения в (6), приходим к следующему выражению для спектрально-угловой плотности излучения

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} \approx \frac{e^2}{8\pi^2} \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2} \frac{\omega^2}{q^2} \left\{ |\vec{w}|^2 + \frac{\omega'}{q} \left(-2 + \frac{\omega'^2 \vartheta^2}{q} + \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \cdot \frac{\omega'^2}{\gamma^2 q} \right) (\vec{\vartheta} \cdot \vec{w})^2 \right\}. \quad (10)$$

Выполнив в этом выражении интегрирование по азимутальному углу излучения, получим

$$\frac{dE}{d\omega d\vartheta} \approx \frac{e^2}{4\pi} \cdot \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2} \cdot \frac{\omega^2}{q^2} \cdot |\vec{w}(q)|^2 \left[1 - 2 \frac{\delta'}{q} \left(1 - \frac{\delta'}{q} \right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \right], \quad (11)$$

где $\delta' = \omega m^2 / 2\varepsilon\varepsilon'$ и $q \geq \delta'$.

При этом спектральная плотность излучения будет определяться соотношением

$$\frac{dE}{d\omega} \approx \frac{e^2}{2\pi} \cdot (\varepsilon^2 + \varepsilon'^2) \cdot |\vec{w}(q)|^2 \delta' \int_{\delta'}^{\infty} \frac{dq}{q^2} \cdot \left[1 - 2 \frac{\delta'}{q} \left(1 - \frac{\delta'}{q} \right) \left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \right]. \quad (12)$$

Основной вклад в интеграл по q в (12) вносят значения $q_{\text{eff}} \sim \delta'$. Если же ускорение отлично от нуля в интервале времени $\Delta t \ll \delta'^{-1}$, то зависимостью $\vec{w}(q)$ от q можно пренебречь. При этом $\vec{w}(q) \approx \vec{\vartheta}_e$, где $\vec{\vartheta}_e$ - угол рассеяния частицы внешним полем. В этом случае в общем виде в (12) может быть выполнено интегрирование по q . В результате приходим к следующему выражению для спектра излучения

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{e^2}{3\pi m^2} \cdot (\varepsilon^2 + \varepsilon'^2) \cdot \vartheta_e^2(\rho) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right). \quad (13)$$

Соответствующие выражения для сечений излучения можно получить, согласно (1), из формул (10) - (13), если проинтегрировать последние по прицельным параметрам и результат разделить на ω . Если в формулах (10)-(13) пренебречь эффектом отдачи при излучении, т.е. отбросить слагаемые пропорциональные ω/ε , то в первом приближении по этому параметру формулы (10)-(13) переходят в соответствующий результат классической теории излучения [2].

Отметим, что при выводе приведенных выше формул не использован конкретный закон движения частицы во внешнем поле. Требовалось только, чтобы в (7) можно было выполнить разложение по малым углам отклонения электрона во внешнем поле. Так как $q_{eff} \sim \delta'$ и $\vartheta_{eff} \sim \gamma^{-1}$, то указанное разложение справедливо, если выполняется условие $\gamma\vartheta_e \ll 1$, где ϑ_e - характерное значение угла отклонения электрона относительно \vec{v}_0 . Это неравенство представляет собой условие дипольности излучения релятивистского электрона во внешнем поле.

ИЗЛУЧЕНИЕ С ТРАЕКТОРИИ ВИДА УГЛА

Формула (13) показывает, что при выполнении условия $\Delta t \ll \delta'^{-1}$ достигается значительное упрощение выражения для спектральной плотности излучения. Рассмотрим этот случай более подробно не предполагая при этом выполненным условие дипольности излучения. Заметим в этой связи, что если в области Δt , в которой ускорение отлично от нуля, показатель экспоненты в выражениях (8) для \vec{J} и J мал по сравнению с единицей, то эти экспоненты можно заменить единицами. При этом интегрирование по t в (8) может быть выполнено в явном виде и выражения для \vec{J} и J приобретают вид

$$\begin{aligned} \vec{J} &\approx \frac{2}{i\omega'} \cdot \left[\frac{\vec{\vartheta}_e - \vec{\vartheta}}{\gamma^{-2} + (\vec{\vartheta}_e - \vec{\vartheta})^2} + \frac{\vec{\vartheta}}{\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}^2} \right], \\ J &\approx \frac{2}{i\omega'} \cdot \left[\frac{1}{\gamma^{-2} + (\vec{\vartheta}_e - \vec{\vartheta})^2} - \frac{1}{\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}^2} \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где $\vec{\vartheta}_e$ - двумерный угол рассеяния электрона внешним полем ($\vartheta_e \ll 1$).

Соотношения (14) справедливы при выполнении условия

$$\Delta t \ll \delta'^{-1} \frac{1}{1 + \gamma^2 \vartheta_e^2 + \gamma^2 \vartheta^2}. \quad (15)$$

Подставляя (14) в (5), получим спектрально-угловое распределение излучения в области частот излученных фотонов и углов излучения, удовлетворяющих условию (15).

В рассматриваемом случае в (5) в общем виде может быть выполнено интегрирование по телесному углу излучения. В результате такого интегрирования приходим к следующему выражению для спектра излучения

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \left\{ \frac{2\xi^2(1 + \omega^2/2\varepsilon\varepsilon') + 1}{\xi\sqrt{\xi^2 + 1}} \cdot \ln(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}) - 1 \right\}, \quad (16)$$

где $\xi = \gamma\vartheta_e/2$ и $\vartheta_e = \vartheta_e(\rho)$.

Соответствующие выражения для сечений излучения в рассматриваемом случае можно получить, используя соотношение (1) и формулы (16) и (5) для спектральной и спектрально-угловой плотности излучения. Получаемая при этом формула для сечения излучения совпадает с соответствующим результатом квантовоэлектродинамической теории излучения, полученным в эйкональном приближении (см. формулу (14.7) работы [2]). При $\omega \ll \varepsilon$ формула (16) переходит в соответствующий результат классической теории излучения (см. формулу (7.4) работы [2]).

Отметим, что при выполнении условия (15) излучение не зависит от деталей траектории электрона в пределах действия на частицу внешнего поля и определяется только полным углом рассеяния электрона внешним полем и углом наблюдения излучения.

ПРИБЛИЖЕНИЕ ПОСТОЯННОГО ПОЛЯ

Полученные результаты относились к случаю, когда внешнее поле существенно изменяется в пределах длины когерентности процесса излучения. Сходимость входящих в (6) интегралов \vec{J} и J определялась в этом случае интервалом времени Δt , на котором ускорение было отлично от нуля. Рассмотрим теперь противоположный случай, когда внешнее поле слабо изменяется в пределах длины когерентности процесса излучения. Кроме того, будем предполагать, что ускорение электрона направлено перпендикулярно основному направлению движения электрона. Такое движение имеет место, например, при движении релятивистского электрона в постоянном магнитном поле по кругу. Поэтому излучение в этом случае будет иметь черты магнито-тормозного излучения в синхротроне (см., например, работы [2,3,5]).

Для нахождения спектрально-угловой плотности излучения в рассматриваемом случае запишем входящее в (5) выражение для K в виде

$$K = \int dt' dt \left[(\vec{v}'_{\perp} - \vec{\vartheta}) (\vec{v}_{\perp} - \vec{\vartheta}) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right] \times \exp \left\{ i \frac{\omega}{2} \left[\gamma^{-2} (t' - t) + \int_i^{t'} d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 \right] \right\}. \quad (17)$$

Выполнив в этом выражении замены переменных $t' \rightarrow t + \tau/2$ и $t \rightarrow t - \tau/2$, легко видеть, что основной вклад в интеграл по τ будут вносить значения $\Delta\tau$, для которых изменения фазы экспоненты будут порядка единицы. Учитывая, что на таких интервалах времени в рассматриваемом случае внешнее поле постоянно, поперечная составляющая скорости частицы может быть записана в виде

$$\vec{v}_{\perp}(t \pm \tau/2) \approx \vec{v}_{\perp}(t) \pm \dot{\vec{v}} \frac{\tau}{2} + \dots$$

При этом, как легко проверить,

$$\begin{aligned} (\vec{v}_{\perp}(t + \tau/2) - \vec{\vartheta}) (\vec{v}_{\perp}(t + \tau/2) - \vec{\vartheta})^2 &\approx (\vec{v}_{\perp} - \vec{\vartheta})^2 - \dot{v}^2 \frac{\tau^2}{4}, \\ \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{\vartheta})^2 &\approx \tau (\vec{v}_{\perp} - \vec{\vartheta})^2 + \dot{v}_{\perp}^2 \frac{\tau^3}{12}. \end{aligned}$$

Подставляя эти разложения в (17), получим

$$K \approx \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left(\vec{\vartheta}'^2 - \frac{\dot{v}^2 \tau^2}{4} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \cdot \exp \left\{ i \frac{\omega'}{2} \left[(\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}'^2) \tau + \frac{\dot{v}^2}{12} \tau^3 \right] \right\}, \quad (18)$$

где $\vec{\vartheta}' = \vec{v}_{\perp}(t) - \vec{\vartheta}$.

Входящее в (8) слагаемое $\vec{\vartheta}'^2$ перед экспоненциальным фактором посредством интегрирования по τ по частям может быть заменено выражением $-\left(\gamma^{-2} + \frac{\dot{v}^2}{4} \tau^2 \right)$. В результате вся зависимость подынтегрального выражения от ϑ'^2 будет содержаться только в экспоненциальном факторе:

$$K \approx - \int dt \int d\tau \left(\gamma^{-2} + \frac{\dot{v}^2 \tau^2}{4} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \cdot \exp \left\{ i \frac{\omega'}{2} \left[(\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}'^2) \tau + \frac{\dot{v}^2}{12} \tau^3 \right] \right\}. \quad (19)$$

Выполнив далее замену переменной $\tau = 2\xi \dot{v}^{-2/3} \omega'^{-1/3}$ и вводя обозначения

$$a = u(1 + \gamma^2 \vartheta'^2), \quad u = \gamma^{-2} (\omega'/|\dot{v}|)^{2/3}, \quad (20)$$

приходим к следующему выражению для отнесенной к единице времени величины K

$$\frac{dK}{dt} = - \frac{4u}{\omega'} \int_0^{\infty} d\xi \left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} + \frac{2\xi^2}{u} \right) \cos \left(a\xi + \frac{\xi^3}{3} \right). \quad (21)$$

Вводя функцию Эйри [6 с.455-469]

$$\Phi(a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} d\xi \cos \left(a\xi + \frac{\xi^3}{3} \right),$$

запишем это выражение в виде

$$\frac{dK}{dt} = - \frac{4u}{\omega'} \sqrt{\pi} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \Phi(a) - \frac{2}{u} \frac{\partial^2}{\partial a^2} \Phi(a) \right]. \quad (22)$$

Формула (5) с таким значением функции dK/dt определяет отнесенную к единице длины спектрально-угловую плотность излучения электрона в слабо неоднородном внешнем поле. Выполнив в (5) с учетом (21) интегрирование по углам излучения, получим следующее выражение для отнесенной к единице времени спектральной плотности излучения

$$\frac{dE}{dt d\omega} = - \frac{e^2}{2\sqrt{\pi}} \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}{\varepsilon \varepsilon'} \frac{\omega}{\gamma^2} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} \right) \int_u^{\infty} du \Phi(u) + \frac{2}{u} \frac{\partial}{\partial u} \Phi(u) \right]. \quad (23)$$

При движении пучка электронов в однородном магнитном поле по кругу формула (23) для спектральной плотности излучения совпадает с соответствующим результатом работ [7,8,9 с.423-433], полученным несколькими другими методами. Все частицы пучка в таком поле движутся по одинаковым траекториям, поэтому нет необходимости делать переход от этой формулы к сечению излучения. При этом спектральная плотность излучения всего пучка пропорциональна числу частиц в пучке и времени его нахождения в постоянном поле.

При излучении пучка в слабо неоднородном внешнем поле требуется переход от формулы (23) к сечению излучения (1), так как движение различных частиц пучка в таком поле различно.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Мы рассмотрели ряд предельных случаев, в которых формула (5) для спектрально-угловой плотности излучения значительно упрощается, позволяя проводить вычисления в аналитическом виде. На основе общей формулы (5), однако, могут быть развиты и численные методы определения спектрально-угловой плотности излучения, что весьма важно при взаимодействии частицы с полями сложной конфигурации, такими как поле кристаллической решетки. Для этого требуется развитие методов численного решения уравнения движения для нахождения зависимости от времени траектории и скорости частицы во внешнем поле и численного вычисления входящих в (6) интегралов по времени \vec{J} и J .

Для проведения численного интегрирования в \vec{J} и J обычно производится процедура замены этих интегралов на соответствующие суммы с помощью соотношения (см., например, [10-12])

$$J = \int_0^T dt \cdot f(t) = \Delta \sum_{n=1}^N f(t_n), \quad (24)$$

где T - интервал времени, в течении которого частица взаимодействует с внешним полем, $T = N\Delta$ и $f(t_n)$ - значение подынтегральной функции на n -том участке пути. (Разбиение интервала времени T на N малых интервалов в принципе может быть и неравномерным.) Сложность этого метода вычислений в рассматриваемой задаче заключается в проведении численного интегрирования от быстро осциллирующих функций. Точность вычислений в принципе может быть повышена путем увеличения числа интервалов разбиения N . При этом, однако, быстро увеличивается база необходимых данных для подынтегральных функций, что делает проблематичным проведение вычислений с хорошей точностью даже на современных компьютерах.

В [13] был предложен метод численных вычислений интегралов \vec{J} и J направленный на ускорение процедуры вычислений путем применения на некоторых этапах расчетов аналитических методов. Этот метод состоит в следующем.

От переменной интегрирования t в \vec{J} и J мы переходим к переменной ξ , связанной с t соотношением

$$\xi = 2 \left[t\gamma^{-2} + \int_{-\infty}^t d\tilde{t} (\vec{v}_{\perp}(\tilde{t}) - \vec{v})^2 \right]. \quad (25)$$

Такая замена позволяет перейти от нелинейной функции по времени в фазе экспоненты подынтегральных функций \vec{J} и J к линейной функции от переменной интегрирования ξ . Подставляя (25) в (7), запишем интегралы \vec{J} и J в виде

$$\vec{J} = \int d(\vec{r}_{\perp}(t) - \vec{v}t) e^{\frac{i}{2}\omega\xi}, \quad J = \int dt e^{\frac{i}{2}\omega\xi}, \quad (26)$$

где $\vec{r}_{\perp} = \int_{-\infty}^t d\tilde{t} \vec{v}_{\perp}(\tilde{t})$ и $t = t(\xi)$.

После интегрирования по частям находим, что

$$\vec{J} = -\frac{i\omega'}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi (\vec{r}_{\perp}(t) - \vec{v}t) e^{\frac{i}{2}\omega\xi}, \quad J = -\frac{i\omega'}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi t(\xi) e^{\frac{i}{2}\omega\xi}. \quad (27)$$

Мы опишем далее процедуру вычисления только величин \vec{J} , так как метод вычисления J аналогичен. Разобьем интеграл по ξ на три интеграла по интервалам $\xi < 0$, $0 < \xi < \xi_T$ и $\xi > \xi_T$, где ξ_T - значение переменной ξ , соответствующее времени T . Тогда для $\xi < 0$ и $\xi > \xi_T$ зависимость ξ от t является линейной и интегрирование по ξ в \vec{J} по этим интервалам ξ может быть выполнено аналитически.

(Предполагается, что взаимодействие частицы с внешним полем происходит только на интервале времени $0 \leq t \leq T$.) При этом величина \vec{J} приобретает вид

$$\vec{J} = \vec{J}_0 + \vec{J}_T + \vec{J}', \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{J}_0 &= \frac{i}{\omega'} \frac{\vec{\vartheta}}{\gamma^{-2} + \vec{\vartheta}^2}, \\ \vec{J}' &= \frac{i}{\omega'} \frac{\vec{v}'_{\perp} - \vec{\vartheta}}{\gamma^{-2} + (\vec{v}'_{\perp} - \vec{\vartheta})^2} e^{\frac{i\omega' \xi_T}{2}}, \\ \vec{J}_T &= \int_0^{\xi_T} d\xi (\vec{r}_{\perp}(t) - \vec{\vartheta}t) e^{\frac{i\omega' \xi}{2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Дальнейшие вычисления сводятся к вычислению интеграла \vec{J}_T . С этой целью разобьем интервал времени $(0, T)$ на N интервалов $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_N = T$. Этим интервалам разбиения соответствуют, согласно (25), интервалы разбиения по ξ : $0 < \xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_i < \dots < \xi_T$. (Заметим, что для нахождения значений ξ_i требуется знать решение уравнений движения. При этом набор значений ξ_i для каждого $\vec{\vartheta}$ будет различен.) Тогда интеграл \vec{J}_T может быть записан в виде

$$\vec{J}_T = \sum_{n=0}^{N-1} \int_{\xi_n}^{\xi_{n+1}} d\xi (\vec{r}_{\perp}(t(\xi)) - \vec{\vartheta}t(\xi)) e^{\frac{i\omega' \xi}{2}}. \quad (30)$$

Траектория электрона во внешнем поле является плавной функцией времени (предполагается, что внешнее поле является плавной функцией координат). При этом на малых интервалах ξ , соответствующих малым интервалам времени, траектория может быть аппроксимирована полиномом по $(\xi - \xi_i)$. Если в качестве такой аппроксимации на n -том интервале ξ использовать полином третьей степени

$$\vec{r}_{\perp}(\xi) = \vec{r}_n^{(0)} + \vec{r}_n^{(1)}(\xi - \xi_n) + \vec{r}_n^{(2)}(\xi - \xi_n)^2 + \vec{r}_n^{(3)}(\xi - \xi_n)^3, \quad (31)$$

то коэффициенты $\vec{r}_n^{(m)}$ такого разложения могут быть найдены по значениям координаты и скорости частицы $\vec{r}_{\perp}(\xi_n)$, $\vec{v}_{\perp}(\xi_n)$ и $\vec{r}_{\perp}(\xi_{n+1})$, $\vec{v}_{\perp}(\xi_{n+1})$ в начале и в конце интервала $\xi_n \leq \xi \leq \xi_{n+1}$. (Значения $\vec{r}_{\perp}(\xi_n)$ и $\vec{v}_{\perp}(\xi_n)$ определяются путем решения уравнений движения.) Аппроксимация траектории таким полиномом имеет следующие преимущества. Во-первых: при такой аппроксимации траектория $\vec{r}_{\perp}(\xi_n)$ и скорость $\vec{v}_{\perp}(\xi_n)$ являются плавными функциями ξ на всем интервале значений $0 \leq \xi \leq \xi_T$. Иными словами, при переходе от одного интервала ξ к другому траектория и скорость не имеют скачков. Во-вторых: при такой аппроксимации траектории интегрирование в каждом слагаемом в (30) может быть выполнено аналитически. Аналогичная аппроксимация выполняется и для входящей в (30) величины $t(\xi)$. В результате такой аппроксимации вычисление величины \vec{J}_T сводится к решению алгебраических уравнений для нахождения входящих в (31) констант $\vec{r}_n^{(m)}$ и вычислению суммы (30). Все это позволяет значительно ускорить процедуру вычислений за счет уменьшения числа разбиений траектории N при сохранении точности вычислений.

ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ НЕПРЕРЫВНОГО ПОТЕНЦИАЛА ЦЕПОЧКИ АТОМОВ КРИСТАЛЛА

На основе изложенного выше метода удастся развить процедуру численных расчетов спектральной и спектрально-угловых плотностей излучения релятивистских электронов и позитронов в полях сложной конфигурации, таких как поле кристаллической решетки. Продемонстрируем основные этапы расчетов и полученные результаты на простейшем примере излучения при падении электрона на отдельную цепочку атомов кристалла под малым углом ψ к ее оси (оси z). Такая задача возникает при прохождении частиц через кристалл вблизи одной из кристаллических осей [2]. Электрон в этом случае последовательно сталкивается с различными цепочками атомов кристалла, расположенными параллельно кристаллической оси. Если можно

пренебречь интерференцией волн, излученных электроном при столкновении с разными цепочками, то излучение на различных цепочках атомов можно считать независимым, и мы приходим к задаче об излучении в поле одной цепочки атомов. Существенным при этом является то, что в ряде экспериментов для анализа процесса излучения электронов в кристалле требуется учет как эффекта отдачи при излучении, так и эффекта недипольности излучения. Такая ситуация имеет место, например, в эксперименте, выполненном недавно на ускорителе ЦЕРН, по исследованию излучения электронов с энергией $\mathcal{E} = 243$ ГэВ в кристалле вольфрама при падении частиц под малыми углами к оси $\langle 111 \rangle$ [4]. Имея в виду в дальнейшем этот эксперимент, мы представим результаты вычислений спектральной плотности излучения электронов в поле отдельной цепочки атомов кристалла вольфрама применительно к условиям данного эксперимента (энергии электронов, углы падения пучка по отношению к кристаллической оси и др.). Основное внимание мы обратим здесь на сравнение результатов точного расчета по формуле (5) с результатами расчетов, выполненных на основе формул (16) и (23), полученных в приближении траектории вида угла и в приближении постоянного поля. Такой анализ чрезвычайно важен при поиске упрощенных моделей описания излучения в условиях реальной динамики частиц в кристалле.

Движение электрона большой энергии в поле цепочки атомов кристалла вблизи ее оси управляется, в основном, непрерывным потенциалом цепочки – потенциалом цепочки, усредненным вдоль ее оси. В таком поле сохраняется составляющая импульса частицы, параллельная оси цепочки. При этом движение в поперечной плоскости определяется двумерным уравнением [2, 14]

$$\ddot{\vec{\rho}} = -\frac{e}{\mathcal{E}} \frac{\partial}{\partial \vec{\rho}} U(\vec{\rho}), \quad (32)$$

где $\vec{\rho} = (x, y)$ – координаты в плоскости, ортогональной оси цепочки, \mathcal{E} – энергия электрона и $U(\rho)$ – непрерывный потенциал цепочки. В вычислениях мы использовали аппроксимацию непрерывного потенциала функцией вида

$$U(\rho) = \begin{cases} U_0(1 - \rho^2/a^2)^2 / (1 + c\rho^2/R_e^2), & \rho < a \\ 0, & \rho > a. \end{cases} \quad (33)$$

При значениях параметров $U_0 = 935$ эВ, $c = 0,805$, $a = 11,5R_e$ и $R_e = 0,112A^\circ$ эта функция с хорошей точностью (до 10%) аппроксимирует реальный непрерывный потенциал цепочки атомов (см., например, §35 работы [2]), учитывающий тепловой разброс положений атомов в цепочке. На больших расстояниях от оси цепочки $\rho > a$ мы положили потенциал цепочки равным нулю с учетом того, что $2a$ представляет собой среднее расстояние между цепочками атомов в кристалле.

Уравнение (32) определяет зависимость от времени поперечной составляющей скорости и траектории частицы в поле цепочки атомов. В рассматриваемой нами задаче на цепочку атомов под малым углом ψ к ее оси падает параллельный пучок частиц. При этом траектории всех частиц будут определяться только прицельным параметром цепочки b . С учетом этого, согласно (1) спектральное распределение фотонов, излученных электроном в поле цепочки атомов может быть записано в виде

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = L\psi \int_{-\infty}^{\infty} db \frac{1}{\omega} \frac{dE}{d\omega}, \quad (34)$$

где L – длина цепочки и $dE/d\omega$ – спектральное распределение энергии излученных электроном фотонов, соответствующее траектории $\vec{r}(t, b)$.

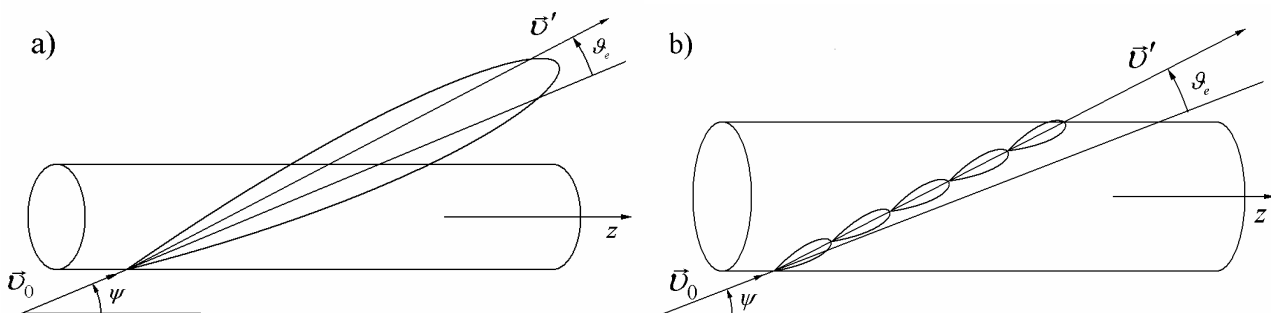


Рис. 2. Излучение релятивистских электронов в поле цепочки атомов кристалла при больших (а) и малых (б) длинах когерентности процесса излучения.

Если длина формирования излучения велика по сравнению с длиной порядка a/ψ , на которой электрон взаимодействует с цепочкой атомов (см. рис. 2а), то в качестве $dE/d\omega$ в (34) может быть использована формула (16) для спектра излучения. Согласно (15) условие применимости этой формулы в рассматриваемой задаче

$$l_c \gg a/\psi, \quad (35)$$

где $l_c = \delta'^{-1} (1 + \gamma^2 \vartheta_c^2 + \gamma^2 \vartheta^2)^{-1}$, всегда может быть выполнено при достаточно больших энергиях электронов и малых энергиях излученных фотонов. Спектральная плотность излучения в этом случае определяется углами рассеяния электронов в поле цепочки атомов. Для определения этих углов заметим, что рассеяние частицы в поле непрерывного потенциала цепочки атомов возможно только вдоль азимутального угла φ в поперечной плоскости. При этом азимутальный угол рассеяния $\varphi = \varphi(b)$ связан с прицельным параметром посредством соотношения [2]

$$\varphi(b) = \pi - 2b \int_{\rho_0}^{\infty} \frac{d\rho}{\rho^2} \left(1 - \frac{U(\rho)}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{b^2}{\rho^2} \right)^{-1/2}, \quad (36)$$

где $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon\psi^2/2$ и ρ_0 - минимальное значение расстояния от частицы до оси цепочки. Полный же угол рассеяния ϑ_e связан с φ соотношением

$$\vartheta_e = 2\psi \sin \frac{\varphi(b)}{2}. \quad (37)$$

При $\psi \sim \psi_c$, где $\psi_c = \sqrt{4Ze^2/\varepsilon a_r}$ - критический угол осевого каналирования [14], $Z|e|$ - заряд ядра атома цепочки и a_r - расстояние между атомами в цепочке, характерные значения углов рассеяния ϑ_e по порядку величины равны $\vartheta_e \sim \psi_c$. В этом случае для $\varepsilon = 243$ ГэВ параметр недипольности излучения $\gamma\vartheta_e \sim 30$ и, следовательно, рассмотрение излучения должно производиться с учетом эффекта недипольности излучения.

Если же длина когерентности процесса излучения мала по сравнению с длиной порядка a/ψ , на которой существенно изменяется поле цепочки вдоль траектории частицы (см. рис. 2б), и выполняется условие $\gamma\vartheta_e \gg 1$, то для нахождения сечения излучения (34) можно воспользоваться формулой (23) для $dE/d\omega$, описывающей излучение релятивистского электрона в приближении постоянного поля. Условия применимости этой формулы в рассматриваемой задаче

$$l_c \ll a/\psi, \quad \gamma\vartheta_e \gg 1 \quad (38)$$

могут быть выполнены при больших энергиях электронов в области достаточно больших частот излученных фотонов и малых значениях угла ψ падения частиц на цепочку атомов. Сечение излучения в этом случае может быть записано в виде

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{L\psi}{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} db \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{dE(u)}{dt d\omega}, \quad (39)$$

где $u = \gamma^{-2} (\omega'/|\dot{v}|)^{2/3}$, $|\dot{v}| = \left| \frac{e}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} U(\rho) \right|$ и зависимость $\rho = \rho(t)$ определяется из уравнения

$$\frac{d\rho}{dt} = \pm \psi \sqrt{1 - \frac{U(\rho)}{\varepsilon_{\perp}} - \frac{b^2}{\rho^2}}. \quad (40)$$

В (40) величина $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon\psi^2/2$ представляет собой поперечную энергию частицы, а знаки плюс и минус соответствуют отлету и прилету частицы по отношению к цепочке (предполагается, что $\rho = \rho_0$ при $t = 0$).

Используя уравнение (40), в (39) можно перейти от интегрирования по t к интегрированию по ρ . При этом в общем случае можно выполнить интегрирование по прицельным параметрам b . В результате приходим к следующему выражению для сечения излучения [2,3]

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{2\pi L}{\omega} \int_0^{\infty} \rho dp \frac{dE(u)}{dt d\omega}. \quad (41)$$

При $\omega \ll \varepsilon$ эта формула переходит в соответствующий результат классической теории излучения релятивистских электронов в поле цепочки атомов кристалла [15]. Отметим, что входящая в (41) величина $dE(u)/dt d\omega$ зависит только от переменной интегрирования ρ . При этом сечение излучения (41) не зависит от угла падения частицы на цепочку. От ψ , однако, зависит условие применимости формулы (41).

В общем случае для проведения численных вычислений сечения излучения электронов в поле цепочки атомов необходимо использовать формулу

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = L\psi\omega \frac{e^2}{8\pi^2} \frac{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}{\varepsilon'^2} \int d^2o \int_{-\infty}^{\infty} db \left[|\vec{J}|^2 + \gamma^{-2} \frac{\omega^2}{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2} |J|^2 \right]. \quad (42)$$

При этом зависимость от времени поперечной составляющей скорости электрона в поле цепочки атомов определялась путем численного решения уравнений движения (32). Для нахождения величин \vec{J}_T и J_T траектория электрона в поле цепочки атомов (т.е. в пределах $\rho \leq a$) разделялась на $N \sim 20$ участков пути. Начало каждого из этих участков соответствовало времени t_n . Для каждого t_n вычислялось значение ξ_n и создавался массив данных $\vec{r}_{\perp}(t_n)$ и $\vec{v}_{\perp}(t_n)$. Используя эту базу данных, вычислялись входящие в (31) коэффициенты $\vec{r}_n^{(m)}$ и вычислялась сумма (30). Эти вычисления проводились для различных значений прицельных параметров b и углов излучения ϑ_x и ϑ_y , по которым затем проводилось численное интегрирование.

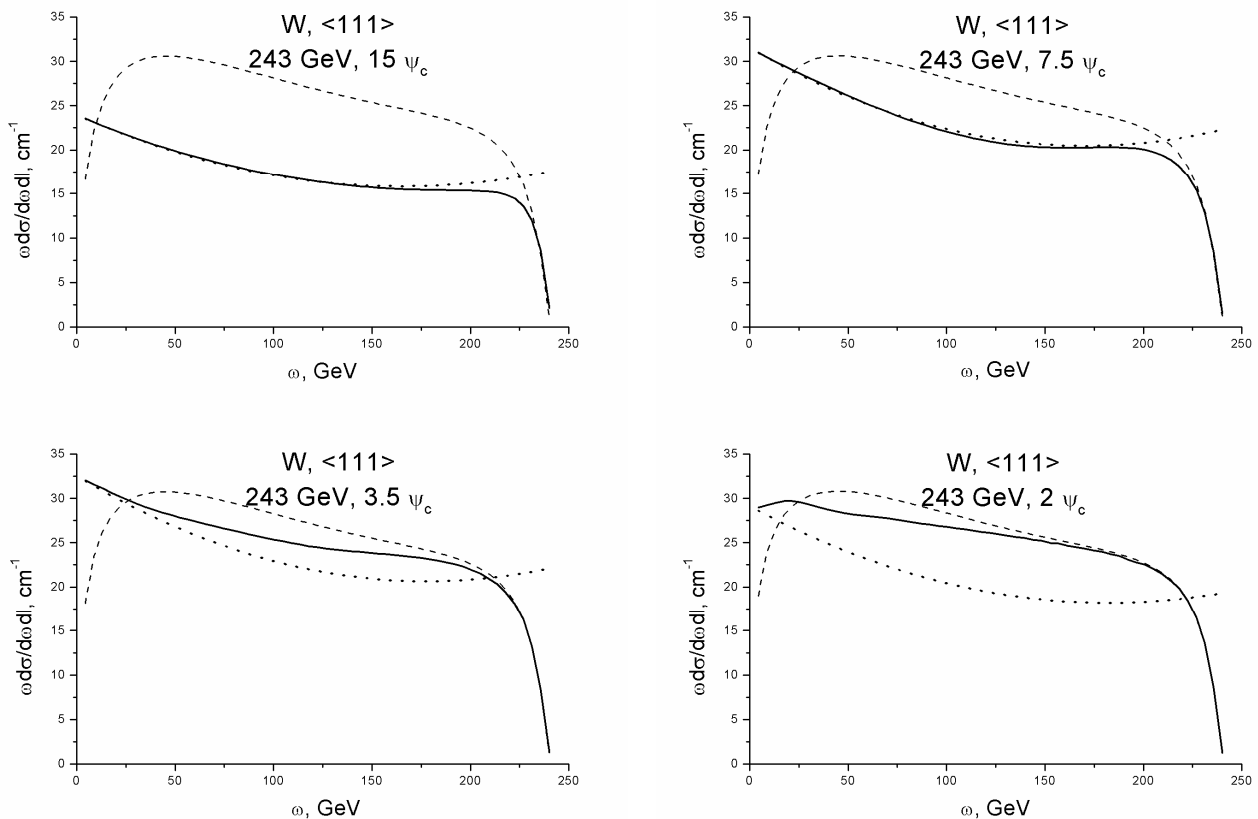


Рис. 3. Спектральная плотность излучения электронов с энергией $\varepsilon = 243$ ГэВ на цепочке атомов кристалла вольфрама при падении частиц под углами $\psi = 15; 7,5; 3,5$ и $2\psi_c$ к оси кристалла $\langle 111 \rangle$. Сплошные линии на рисунке – результаты численных вычислений, штриховые линии – вычисления в приближении постоянного поля, а пунктирные линии – вычисления в приближении траектории вида угла.

На рис. 3 представлены результаты вычислений спектральной плотности излучения электронов с энергией $\mathcal{E} = 243$ ГэВ на цепочке атомов кристалла вольфрама при падении частиц под углами $\psi = 15; 7,5; 3,5$ и

$2\psi_c$ к оси кристалла $\langle 111 \rangle$. По оси ординат отложена величина $\omega \frac{d\sigma}{d\omega dl}$ в см^{-1} , а по оси абсцисс ω в ГэВ.

Сплошные линии на этих рисунках соответствуют результатам численных вычислений по формуле (42), штриховые линии соответствуют вычислениям по формуле (41), а пунктирные линии по формуле (34). Аналогичные результаты вычислений для $\mathcal{E} = 25$ ГэВ представлены на рис. 4.

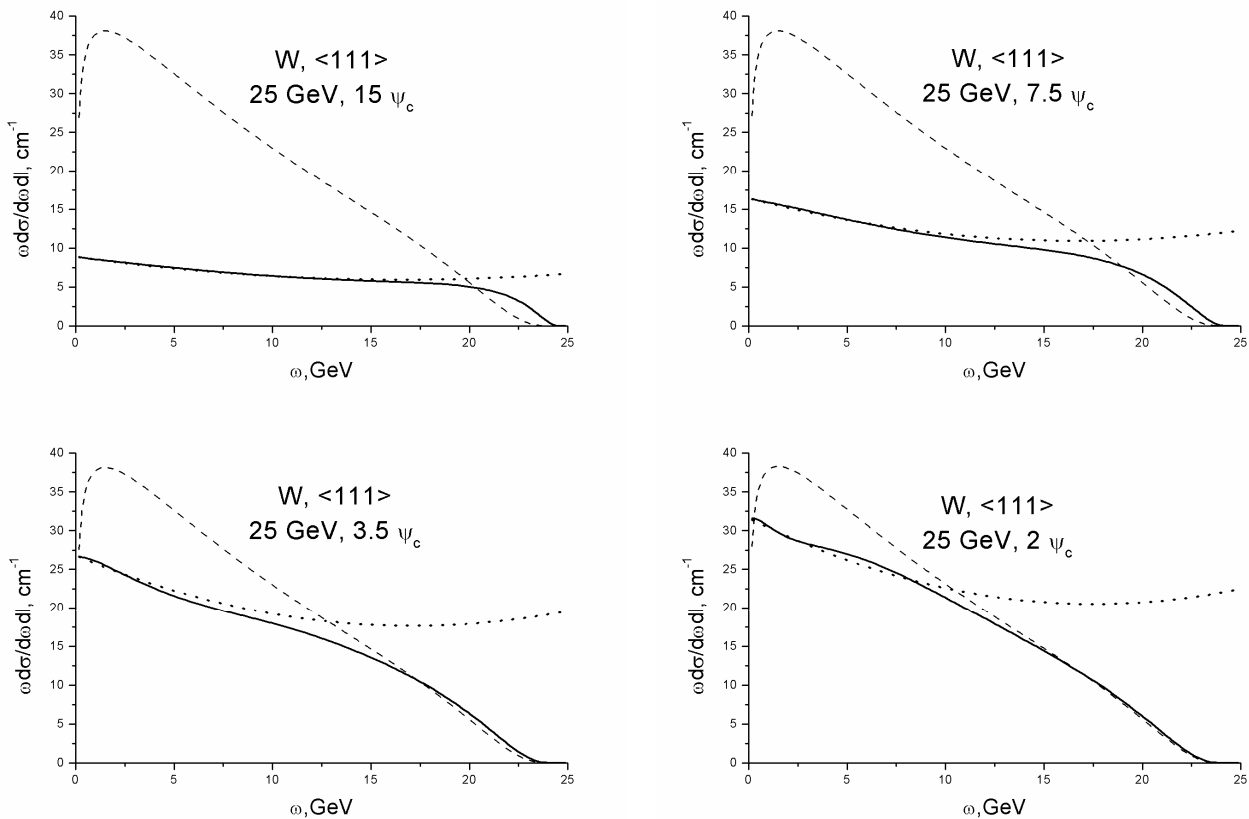


Рис. 4. Спектральная плотность излучения электронов с энергией $\mathcal{E} = 25$ ГэВ на цепочке атомов кристалла вольфрама при падении частиц под углами $\psi = 15; 7,5; 3,5$ и $2\psi_c$ к оси кристалла $\langle 111 \rangle$. Сплошные линии на рисунке – результаты численных вычислений, штриховые линии – вычисления в приближении постоянного поля, а пунктирные линии – вычисления в приближении траектории вида угла.

Приведенные графики показывают, что при больших углах падения электронов на цепочку результаты точного вычисления сечения излучения хорошо согласуются с результатами вычислений по формулам траектории вида угла почти во всей области частот излученных фотонов. Связано это с тем, что при больших углах падения частиц на цепочку практически во всей области частот излученных фотонов выполняется условие применимости формулы (16).

При малых же углах падения частиц на цепочку картина излучения электронов в поле цепочки атомов существенно отличается от картины излучения при больших значениях угла ψ . А именно, в области малых частот результаты точного расчета приближаются к результатам вычислений по формулам траектории вида угла и значительно расходятся с результатами вычислений, полученных в приближении постоянного поля. Связано это с тем, что этой области частот поле цепочки атомов вдоль траектории электрона существенно меняется и, следовательно, условия применимости формул теории синхротронного излучения не выполняются. Иная ситуация имеет место в области больших частот излученных фотонов. Поле цепочки атомов на длине когерентности процесса излучения в этом случае изменяется слабо. Результаты точного расчета в этом случае приближаются к результатам вычислений, полученных в приближении постоянного поля. Отметим, что в приближении постоянного поля сечение излучения электрона в поле цепочки атомов кристалла не зависит от значения угла ψ . Результаты же точного расчета, как показывают приведенные на рис. 3 графики, содержат

слабую зависимость сечения излучения от ψ при $\psi \sim \psi_c$. Связано это с тем, что от ψ зависит область применимости формул, полученных в приближении постоянного поля.

С ростом энергии частицы при фиксированном значении угла ψ область применимости формул, описывающих излучение с траектории вида угла, увеличивается. Заметим, что при этом быстро увеличивается и длина когерентности процесса излучения. При этом, если в пределах длины когерентности процесса излучения электрон будет сталкиваться в кристалле с несколькими цепочками атомов, то наряду с отмеченными выше эффектами (отдача при излучении, недипольность излучения и др.) требуется учет еще и влияния многократного рассеяния частицы на цепочках атомов на излучение. Исследование последнего эффекта, однако, выходит за рамки настоящей работы. Заметим только, что в принципе он может быть учтен на основе изложенного выше метода численных расчетов, если последний распространить на случай движения частицы в периодическом поле цепочек атомов кристалла. При этом, однако, объемы вычислений значительно увеличиваются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В квазиклассическом приближении квантовой электродинамики рассмотрен процесс излучения релятивистского электрона в неоднородном внешнем поле с учетом эффектов отдачи при излучении и недипольности излучения. Исследование проведено на основе квазиклассического представления спектрально-угловой плотности излучения, в котором интенсивность излучения связывается с набором траекторий электрона во внешнем поле. Предложен и подробно описан метод численных расчетов спектрально-угловых и спектральных распределений излучения электронов большой энергии в полях сложной конфигурации. Рассмотрен ряд предельных случаев используемых формул, соответствующих излучению в дипольном приближении, излучению с траектории вида угла и излучению в приближении постоянного поля. Приведены условия применимости этих формул с учетом эффекта отдачи при излучении.

На основе полученных формул проведено исследование спектральных распределений излучения электронов большой энергии в поле отдельной цепочки атомов кристалла при падении частиц под малым углом к оси цепочки. Проведено сравнение результатов для спектральных плотностей излучения в этом случае, полученных на основе различных методов расчета, при различных значениях углов падения частиц на цепочку и различных энергиях частиц. Показано, что в данной задаче могут выполняться как условия применимости формул теории излучения с траектории вида угла, так и формул теории синхротронного излучения. Предложенный метод численных расчетов позволяет охватить не только эти предельные случаи, но и рассмотреть излучение в переходной области параметров. Полученные формулы и результаты могут быть обобщены на случай излучения частиц в полях более сложной конфигурации, а также на исследование других процессов взаимодействия частиц большой энергии с внешними полями, такими как процесс образования электронно-позитронных пар при высоких энергиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН Арм. ССР. - 1969. - 457 с.
2. Ахизер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. М.: Наука. - 1993. - 344 с.
3. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск.: Наука, Сибирское отделение. - 1989. - 400 с.
4. Kirsebom K., Mikkelsen U., Uggerhoj E. et al. First measurements of the unique influence of spin on the energy loss of ultrarelativistic electrons in strong electromagnetic fields. // Phys. Rev. Lett. - 2001. - V.87 - P. 054801.
5. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир. - 1965. - 702 с.
6. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Советское радио. - 1970. - 517 с.
7. Никишов А.И., Ритус В.И. Об образовании пары фотоном и излучении фотона электроном в поле интенсивной электромагнитной волны и в постоянном поле. // ЖЭТФ. - 1967. - Т.52. - С.1707-1719.
8. Ритус В.И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным внешним полем. // Труды ФИАН. - 1979. - Т.111. - С.5-151.
9. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Физматлит. - 2001. - 719 с.
10. Зимин Н.И. Моделирование процессов прохождения и излучения релятивистских электронов и позитронов при осевом каналировании в кристаллах. //Препринт ОИЯИ 1-83-729, 1983. - С.1-8.
11. Artru X. A simulation code for channeling radiation by ultrarelativistic electrons or positrons. // Nucl. Instr. and Meth. In Phys. Research. - 1990. - V.B48. - P.278-282.
12. Grynenko A.A., Truten' V.I., Shul'ga N.F. Simulating spectrum and polarization of coherent radiation by relativistic electrons in crystals. // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research. - 1998. - V.B145. - P.128-132.
13. Барц Б.И., Лапко В.П., Насонов Н.Н., Шляхов Н.А. Особенности магнитотормозного предела в теории излучения ультрарелятивистского заряда в ориентированном кристалле. // Доклады Академии Наук Украины. - 1991. - №12. - С.34-37.
14. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц. // УФН. - 1969. - Т.99. - С.249-296.

15. Шульга Н.Ф. Когерентный и магнито-тормозной эффекты в излучении релятивистских частиц, движущихся в кристалле вблизи кристаллографической оси. // Письма в ЖЭТФ. - 1980. - Т.32. - С.179-182.

CALCULATION METHODS OF SPECTRAL AND SPECTRAL-ANGULAR DISTRIBUTIONS OF RADIATION OF HIGH ENERGY ELECTRONS IN EXTERNAL NONUNIFORM FIELDS

V.P. Lapko, N.F. Shul'ga

Akhiezer Institute for Theoretical Physics

National Scientific Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"

1, Akademicheskaya St., Kharkov 61108, Ukraine

The quasi-classical formulae for spectral and spectral-angular radiation densities by relativistic electrons in an external nonuniform field taking into account a recoil and nondipolarity of radiation were investigated. The method of numerical calculations under these formulae is expounded. Their limiting cases such as dipole approximation, radiation from a corner trajectory and a constant field approximation is considered. The comparison of exact and approximate calculations under these formulae on an example of radiation of high energy electrons in a field of a single atomic string of crystal is carried out.

KEY WORD: quasi-classical approximation, constant field approximation, numerical calculation, approximation of corner trajectory, coherent radiation in crystal.