

...

УДК 530.1

МОДИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ В РІВНОВАЖНІЙ ПЛАЗМІ

О.Й. Соколовський, А.А. Ступка

Дніпропетровський національний університет, Дніпропетровськ, вул. Наукова 13, 49050

Надійшла до редакції 8 червня 2004 р.

На основі методу скороченого опису Боголюбова та квазірелятивістської квантової електродинаміки знайдено статистичний оператор системи з електромагнітного поля та рівноважної плазми. Обчислення проведено в калібровці Гамільтона до другого порядку теорії збурень за взаємодією. Одержано рівняння Гамільтона-Максвелла та розглянуто їх хвильові розв'язки. Запропоновано метод побудови ефективного гамільтоніану електромагнітного поля в середовищі. На основі цього гамільтоніану запроваджено квазічастинки електромагнітного поля у рівноважній плазмі (одягнені фотони та плазмони).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод скороченого опису Боголюбова, калібровка Гамільтона, модель Пелетмінського-Яценка, рівноважна плазма, ефективний гамільтоніан, квазічастинки.

Сучасна квазірелятивістська теорія електромагнітних (ЕМ) процесів в середовищі звичайно базується на впровадженні ефективної безпосередньої кулонівської взаємодії між зарядженими частинками (див., наприклад, [1 п.6.3.1]). Це досягається накладанням на потенціали поля кулонівської калібровки $\text{div} \vec{A} = 0$, тобто кулонівська взаємодія запроваджується за рахунок позовжньої складової векторного потенціалу $\vec{A}$. При цьому гамільтонове формулювання електродинаміки ускладнюється відсутністю у функції Гамільтона поля часової похідної від скалярного потенціалу φ . Ця проблема не виникає у калібровці Гамільтона, в якій $\varphi = 0$ і заряди взаємодіють тільки через посередність ЕМ поля. В такому підході електричне поле та поперечна складова векторного потенціалу описують ЕМ хвилі в середовищі, а позовжня складова - плазмонні збудження в ньому. Наша задача полягає в тому, щоб побудувати кінетику ЕМ поля в рівноважному середовищі в калібровці Гамільтона, описуючи поле середніми значеннями електричного поля та векторного потенціалу. В певній мірі у такому підході ми рухаємося у зворотному напрямку порівняно з роботою [2] (див. також [3]). У ній розглядалася система зарядів, які взаємодіють за законом Кулона. Далі за рахунок далекодіючої частини кулонівської взаємодії запроваджується ЕМ поле, яке описується позовжнім векторним потенціалом. Саме цей ступінь свободи у підсумку зв'язується з плазмонами в кулоновій плазмі. У своєму розгляді наша робота спирається на метод скороченого опису нерівноважних станів Боголюбова (див., наприклад, [1 п. 4.2]) та квазірелятивістську квантову електродинаміку. Середовище (плазму, рідину, термостат) вважаємо системою декількох сортів заряджених частинок.

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ МЕТОДУ СКОРОЧЕНОГО ОПИСУ БОГОЛЮБОВА

Статистичний оператор (СО) системи $\rho(t)$ задовольняє рівняння Ліувілля

$$\frac{\partial \rho(t)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho(t)] \equiv L\rho(t) \quad (1)$$

($\hat{H}$ - оператор Гамільтона, L - оператор Ліувілля) і дає повний опис стану системи. Згідно з ідеєю Боголюбова при наявності в системі декількох характерних часів її еволюція проходить через відповідні етапи. На цих етапах для опису системи можна застосовувати відносно вузький набір параметрів $\eta_a(t)$

$$\eta_a(t) \equiv Sp \rho(t) \hat{\eta}_a. \quad (2)$$

Припустимо, що цей скорочений опис має місце при $t \geq 0$. Тоді згідно з функціональною гіпотезою Боголюбова СО системи (розв'язок рівняння (1)) має структуру

$$\rho(t) = \rho(\eta(t)) \quad (t \geq 0). \quad (3)$$

Параметри скороченого опису (ПСО) $\eta_a(t)$ очевидно задовольняють рівняння виду

$$\dot{\eta}_a(t) = L_a(\eta(t)) \quad (t \geq 0), \quad L_a(\eta) \equiv -Sp \rho(\eta) L \hat{\eta}_a. \quad (4)$$

СО системи треба шукати зі співвідношень

$$\sum_a \frac{\partial \rho(\eta)}{\partial \eta_a} L_a(\eta) = L\rho(\eta), \quad Sp \rho(\eta) \hat{\eta}_a = \eta_a, \quad (5)$$

перше з яких є рівнянням Ліувілля, а друге - означенням ПСО. Як показав ще Боголюбов, рівняння (5) не визначають однозначно $\rho(t)$. Їх треба доповнити граничною умовою, в якій йдеться про еволюцію системи у майбутнє. Розглянемо з цією метою еволюцію системи з основним внеском в оператор Гамільтона $\hat{H}_0$ (відповідно оператор Ліувілля L_0), вважаючи, що

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \quad \hat{H}_0 \sim \lambda^0, \quad \hat{H}_1 \sim \lambda^1, \quad \lambda \ll 1. \quad (6)$$

Для довільного початкового стану функціональна гіпотеза дає

$$e^{iL_0} \rho_0 \xrightarrow{t \gg \tau_0} e^{iL_0} \tilde{\rho}_q(\eta^{(0)}(0)) = \tilde{\rho}_q(\eta^{(0)}(t)) \quad (\tilde{\rho}_q(\eta) \equiv \rho^{(0)}(\eta)). \quad (7)$$

Тут $\rho^{(0)}(\eta)$ дає нульове по λ наближення до $\rho(\eta)$, а $\eta_a^{(0)}(t)$ задовольняє рівняння

$$\dot{\eta}_a^{(0)}(t) = L_a^{(0)}(\eta^{(0)}(t)) \quad (t \geq 0), \quad L_a^{(0)}(\eta) \equiv -Sp \tilde{\rho}_q(\eta) L_0 \hat{\eta}_a, \quad (8)$$

яке випливає з (4). Зрозуміло, що $\eta_a^{(0)}(t)$ в (7) залежить від ρ_0 . Розглянемо далі модель Пелетмінського-Яценка [1 п.4.2.1], в якій

$$L_0 \hat{\eta}_a = -i \sum_b c_{ab} \hat{\eta}_b, \quad (9)$$

де c_{ab} - чисельні коефіцієнти. Тоді, очевидно, (8) дає

$$\dot{\eta}_a^{(0)}(t) = \sum_b e^{iic} \eta_b^{(0)}(0). \quad (10)$$

Початкову умову $\eta_a^{(0)}(0)$ можна знайти з (7), помножуючи його на $\hat{\eta}_a$ і беручи слід Sp від обох боків цієї формули

$$\eta_a^{(0)}(0) = Sp \rho_0 \hat{\eta}_a. \quad (11)$$

Таким чином, співвідношення (7) можна записати у вигляді

$$e^{iL_0} \rho_0 \xrightarrow{t \gg \tau_0} e^{iL_0} \tilde{\rho}_q(Sp \rho_0 \hat{\eta}) = \tilde{\rho}_q(e^{iic} Sp \rho_0 \hat{\eta}), \quad (12)$$

де для $\tilde{\rho}_q(\eta)$ справедлива формула

$$Sp \tilde{\rho}_q(\eta) \hat{\eta}_a = \eta_a. \quad (13)$$

Співвідношення (12) є функціональною гіпотезою, взятою в нульовому наближенні теорії збурень для довільного початкового стану ρ_0 . Наслідуючи [1 п.2.4.3], будемо називати це співвідношення ергодичним. З (12) можна отримати граничну умову для рівняння (5) для $\rho(\eta)$, замінивши в ній ρ_0 на $\rho(\eta)$ та η на $e^{-iic}\eta$

$$\lim_{\tau \rightarrow +\infty} e^{iL_0} \rho(e^{-iic}\eta) = \tilde{\rho}_q(\eta). \quad (14)$$

Записуючи тепер це співвідношення в інтегральній формі та враховуючи рівняння Ліувілля (5), звичайним шляхом [1 п.4.2.1, 4] отримаємо наступне інтегральне рівняння для СО $\rho(\eta)$

$$\rho(\eta) = \tilde{\rho}_q(\eta) + \int_0^\infty d\tau e^{iL_0} \left\{ L_{\text{int}} \rho(\eta) - \sum_f \frac{\partial \rho(\eta)}{\partial \eta_a} \tilde{L}_a(\eta) \right\} \Big|_{\eta \rightarrow e^{-iic}\eta}, \quad (15)$$

де позначено

$$\tilde{L}_a(\eta) = -Sp \rho(\eta) L_{\text{int}} \hat{\eta}_a. \quad (16)$$

(оператор Ліувілля L_{int} відповідає $\hat{H}_{\text{int}}$). Це рівняння розв'язується в теорії збурень по λ і було вперше отримано Пелетмінським та Яценком (див. [2 п.4.2.1]).

КІНЕТИКА ЕМ ПОЛЯ В РІВНОВАЖНІЙ ПЛАЗМІ

Будемо нехтувати впливом ЕМ поля на термостат, вважаючи процеси в системі низькоенергетичними. Останнє дозволяє обрати оператор Гамільтона системи у вигляді

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \quad \hat{H}_0 = \hat{H}_s + \hat{H}_b, \quad \hat{H}_{\text{int}} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (17)$$

де

$$H_s = \int d^3x \frac{1}{8\pi} (\hat{E}^2(x) + \hat{B}^2(x)), \quad \hat{H}_1 = -\frac{1}{c} \int dx \hat{A}_n(x) \hat{j}_n(x), \quad \hat{H}_2 = \frac{1}{2c^2} \int dx \hat{A}^2(x) \hat{\chi}(x). \quad (18)$$

Оператор Гамільтона термостату $\hat{H}_b$ є оператором кінетичної енергій частинок, тому середні від операторів плазми можна обчислювати за допомогою теореми Віка-Блоха-де Домінісиса. У (18) входять оператори ЕМ поля у гамільтоновій калібровці $\hat{\vec{B}} = \text{rot} \hat{\vec{A}}$, $\hat{\vec{E}} = -\frac{1}{c} \hat{\dot{\vec{A}}}$, оператор струму зарядів $\hat{j}_n(x)$ та допоміжний оператор

$$\hat{\chi}(x) = \sum_a \frac{e_a^2}{m_a} \hat{\rho}_a(x) \quad (19)$$

($\hat{\rho}_a(x)$, m_a , e_a - оператор густини маси, маса і заряд частинок a -ої компоненти термостату ($e_a = z_a e$, $e > 0$); $\omega_k = ck$).

Скорочений опис ЕМ поля будемо провадити напруженістю електричного поля $\vec{E}(x, t)$ та векторним потенціалом $\vec{A}(x, t)$, визначеними формулами вигляду

$$E_n(x, t) = Sp \rho(\eta(t)) \hat{E}_n(x), \quad A_n(x, t) = Sp \rho(\eta(t)) \hat{A}_n(x). \quad (20)$$

Легко перевірити, що оператори $\hat{\eta}_a$ ПСО $\hat{E}_n(x)$, $\hat{A}_n(x)$ задовольняють умову (9), бо це з точністю до множника спряжені координата $\hat{A}_n(x)$ та імпульс $\hat{P}_n(x)$, які комутують за правилом

$$\hat{P}_n(x) = -\frac{1}{4\pi c} \hat{E}_n(x), \quad [\hat{A}_n(x), \hat{P}_l(x')] = i\hbar \delta(x - x') \delta_{nl}.$$

Таким чином, зазначений скорочений опис можна розглядати в рамках моделі Пелетмінського-Яценка (як і раніше сукупність ПСО позначаємо $\eta_a(t)$). СО нульового наближення $\rho^{(0)}(\eta)$ з урахуванням (13) можна записати у вигляді

$$\tilde{\rho}_q(\eta) = \rho_q(\eta) w, \quad Sp \rho_q(\eta) \hat{\eta}_a = \eta_a, \quad (21)$$

де w - рівноважний СО термостату, а $\rho_q(\eta)$ - деякий СО електромагнітного поля. Вираз для $\tilde{\rho}_q(\eta)$ знаходиться у відповідності з принципом просторового ослаблення кореляцій. Дійсно, формула (12) має вигляд граничної умови повного ослаблення кореляцій Боголюбова і враховує, що підсистема заряджених частинок перебуває у рівновазі, утворюючи термостат [4]. Це пояснюється тим, що вільна еволюція з оператором Гамільтона $\hat{H}_0$ рве кореляції між підсистемою фотонів і термостатом. Зауважимо також, що при розрахунку правих частин $L_a(\eta)$ рівнянь (4) для ПСО до другого порядку теорії збурень по λ конкретний вираз для СО $\rho_q(\eta)$ не потрібен (достатньо використовувати другу формулу з (21)).

Для конкретизації часових рівнянь (4) для ПСО простіше всього використати шредінгєрівські рівняння руху для операторів ЕМ поля, які мають вигляд [1 п.6.3.1]

$$\hat{\dot{\vec{E}}} = c \text{rot} \text{rot} \hat{\vec{A}} - 4\pi \hat{\vec{J}}, \quad \hat{\dot{\vec{A}}} = -c \hat{\vec{E}}, \quad (22)$$

де подовжений оператор струму $\hat{J}_n(x)$ визначений формулою

$$\hat{J}_n(x) \equiv \hat{j}_n(x) - \frac{1}{c} \hat{A}_n(x) \hat{\chi}(x). \quad (23)$$

Використовуючи означення (20) приходимо до наступних часових рівнянь для ПСО

$$\dot{\vec{E}} = c \text{rot} \text{rot} \vec{A} - 4\pi \vec{J}, \quad \dot{\vec{A}} = -c \vec{E}, \quad (24)$$

де позначено

$$\vec{J}(x, t) = Sp \rho(\eta(t)) \hat{\vec{J}}(x). \quad (25)$$

Рівняння (24) фактично є рівняннями Гамільтона для узагальненої координати $A_n(x, t)$ та відповідного узагальненого імпульсу $P_n(x, t)$ з додатковою дисипативною силою, яка описується струмом $J_n(x, t)$. Зрозуміло, що для обчислення середнього струму в (25) потрібний розв'язок інтегрального рівняння (15). Прості обчислення з урахуванням (15), (16), (19), (23) дають

$$\rho(\eta) = \rho_q(\eta) w + \frac{i}{c\hbar} \int_{-\infty}^0 d\tau \int dx [\hat{A}_n(x, \tau) \hat{j}_n(x, \tau), \rho_q(\eta) w] + O(\lambda^2), \quad (26)$$

де запроваджені наступні оператори в картині взаємодії

$$\hat{j}_n(x, \tau) \equiv e^{-\tau L_0} \hat{j}_n(x), \quad \hat{A}_n(x, \tau) = e^{-\tau L_0} \hat{A}_n(x).$$

Поздовжня та поперечна частини $\hat{A}_{nk}^l(t)$, $\hat{A}_{nk}^t(t)$ Фур'є - компоненти оператора $\hat{A}_n(x, t)$ визначаються формулами

$$\begin{aligned} \hat{A}_{nk}^l(\tau) &= \hat{A}_{nk}^l - c\tau \hat{E}_{nk}^l, & \hat{A}_{nk}^t(\tau) &= \hat{A}_{nk}^t \cos \omega_k \tau - \hat{E}_{nk}^t \frac{\sin \omega_k \tau}{k}, \\ \hat{A}_{nk}^l &\equiv \hat{A}_{mk} \tilde{k}_m \tilde{k}_n, & \hat{A}_{nk}^t &\equiv \hat{A}_{mk} \delta_{mn}' ; & \tilde{k}_n &\equiv \frac{k_n}{k}, & \delta_{mn}' &\equiv \delta_{mn} - \tilde{k}_m \tilde{k}_n. \end{aligned} \quad (27)$$

У (26) прийнято до уваги, що струм у рівновазі відсутній $Sp_b w \hat{j}_n(x) = 0$ (Sp_b - шпур у просторі станів термостату).

Результати наших подальших розрахунків будуть виражені через функцію Гріна струмів $G_{nl}(x, t)$, яка визначається формулою

$$G_{nl}(x, t) = -\frac{i}{\hbar} \theta(t) Sp_b w [\hat{j}_n(x, t), \hat{j}_l(0)] = \int \frac{d^3 k d\omega}{(2\pi)^4} G_{nl}(\vec{k}, \omega) e^{i\vec{k}x - i\omega t}. \quad (28)$$

В цій роботі розглядається випадок однорідного ізотропного середовища, для якого $G_{nl}(\vec{k}, \omega)$ має структуру

$$G_{nl}(\vec{k}, \omega) = G^t(k, \omega) \delta_{nl}' + G^l(k, \omega) \tilde{k}_n \tilde{k}_l, \quad (29)$$

де скалярні функції $G^t(k, \omega)$, $G^l(k, \omega)$ є відповідно поперечною та поздовжньою частиною функції Гріна.

У цих термінах обчислення середнього струму з точністю до внесків $\sim \lambda^2$ включно згідно (25) – (27) дає

$$J_n(x, t) = \int dx' \sigma_{nl}(x - x') E_l(x', t) + \int dx' \lambda_{nl}(x - x') A_l(x', t) \equiv J_n(x, A(t), E(t)), \quad (30)$$

де Фур'є - компоненти функцій $\sigma_{nl}(x)$, $\lambda_{nl}(x)$ мають вигляд

$$\begin{aligned} \sigma_{nl,k} &= -\frac{\text{Im} G^t(k, kc)}{\omega_k} \delta_{nl}' - i \frac{\partial G^l(k, \omega=0)}{\partial \omega} \tilde{k}_n \tilde{k}_l, \\ \lambda_{nl,k} &= -\frac{1}{c} (\chi \delta_{nl} + \text{Re} G^t(k, \omega_k) \delta_{nl}' + G^l(k, \omega=0) \tilde{k}_n \tilde{k}_l) \end{aligned} \quad (31)$$

($\chi \equiv Sp_b w \hat{\chi}(0)$). Ці функції визначають ЕМ властивості середовища з урахуванням просторової дисперсії.

Рівняння (24) разом з матеріальним рівнянням (30) повністю описують поведінку середнього ЕМ поля в рівноважному середовищі. Але вони не мають вигляду звичних рівнянь Максвелла через наявність поздовжньої складової векторного потенціалу. Це зумовлено відсутністю часової дисперсійної залежності, що у свою чергу пов'язано з відсутністю зовнішнього поля. Часто (див., наприклад, [1 п.6.3.2]) просто підставляють співвідношення $\vec{A}(k, \omega) = -\frac{ic}{\omega} E(k, \omega)$ у матеріальне рівняння (30), що дає звичайний закон Ома.

ПЛОСКІ МОНОХРОМАТИЧНІ ХВИЛІ

Як відомо, в рівноважному середовищі у лінійному наближенні рівняння для електромагнітного поля розділяються на рівняння для поздовжнього та поперечного полів. У термінах Фур'є - компонент зазначені рівняння для поздовжнього поля мають вигляд

$$-i\omega A_{nk}^l = -cE_{nk}^l, \quad -i\omega E_{nk}^l = -4\pi(\sigma_k^l E_{nk}^l + \lambda_k^l A_{nk}^l), \quad (32)$$

і ведуть до дисперсійного рівняння

$$\omega^2 + \omega 4\pi i \sigma_k^l + 4\pi \lambda_k^l = 0 \quad (33)$$

(σ_k^l , λ_k^l - поздовжні частини функцій $\sigma_{nl,k}$, $\lambda_{nl,k}$ з (31)). Це рівняння має два корені

$$\begin{aligned} \omega &= \pm \omega^l(k) - i\gamma^l(k); \\ \gamma^l(k) &\equiv -2\pi i \frac{\partial G^l(k, \omega=0)}{\partial \omega}, \quad \omega^l(k) \equiv \sqrt{\Omega^2 + 4\pi G^l(k, \omega=0) + \left(2\pi \frac{\partial G^l(k, \omega=0)}{\partial \omega}\right)^2}, \end{aligned} \quad (34)$$

де функція $\omega^l(k)$ дає частоту поздовжніх ЕМ хвиль, а $\gamma^l(k)$ - коефіцієнт їх згасання, $\Omega \equiv \sqrt{4\pi\chi}$ - плазмова частота. Таким чином, формули (34) дають корекції до спектру цього типу ЕМ хвиль у середовищі. У відповідності з [2, 3] тут фактично йдеться про спектр плазмових коливань.

Рівняння для поперечного поля мають цілком аналогічну структуру

$$-i\omega A'_{nk} = -cE'_{nk}, \quad -i\omega E'_{nk} = ck^2 A'_{nk} - 4\pi(\sigma'_k E'_{nk} + \lambda'_k A'_{nk})$$

та розв'язок дисперсійного рівняння

$$\gamma'(k) \equiv -2\pi \frac{\text{Im } G'(k, \omega_k)}{\omega_k}, \quad \omega'(k) \equiv \sqrt{\omega_k^2 + \Omega^2 + 4\pi \text{Re } G'(k, \omega_k) - \left(2\pi \frac{\text{Im } G_{\perp}(k, \omega_k)}{\omega_k}\right)^2}. \quad (35)$$

Таким чином, формули (35) дають корекції до спектру поперечних ЕМ хвиль у середовищі [2, 5, 6 гл.4] і співпадають з нашим результатом, отриманим у калібровці Кулона [4].

ЕФЕКТИВНИЙ ГАМІЛЬТОНІАН ПОЛЯ В РІВНОВАЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Якщо коефіцієнти загасання ЕМ хвиль досить малі, то ми можемо запровадити відповідні квазічастинки за ідеєю корпускулярно-хвильового дуалізму. Порівняємо цю загальну ідею з результатом обчислення ефективного гамільтоніана ЕМ поля в середовищі на основі означення роботи [7]. СО підсистеми поля означимо формулою

$$\rho_s(t) = \tilde{S}p_b \rho(t), \quad (36)$$

де слід $\tilde{S}p_b$ обчислюється у просторі станів поля і середовища по станах середовища і дає оператор у просторі станів поля (див. докладніше в [7]). Статистичний оператор системи (26) показує, що

$$\rho_s(\eta) = \rho_q(\eta) + O(\lambda^2). \quad (37)$$

Часове рівняння для СО $\rho_s(\eta(t))$ відповідно до (1), (3) та (17) можна отримати з тотожності

$$\frac{\partial \rho_s(\eta(t))}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \tilde{S}p_b [\hat{H}, \rho(\eta(t))] = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_s, \rho_s(\eta(t))] - \frac{i}{\hbar} \tilde{S}p_b [\hat{H}_{\text{int}}, \rho(\eta(t))], \quad (38)$$

виразивши слід у ній через СО $\rho_s(\eta(t))$. Це можливо зробити на основі (37) принаймні з точністю до внесків другого порядку по взаємодії включно. Для цього врахуємо співвідношення

$$\begin{aligned} \tilde{S}p_b [\hat{H}_2, \rho(\eta)] &= \left[\frac{\chi}{2c^2} \int dx \hat{A}^2(x), \rho_s(\eta) \right] + O(\lambda^3), \\ \tilde{S}p_b [\hat{H}_1, \rho(\eta)] &= -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^0 d\tau \tilde{S}p_b [\hat{H}_1, [\hat{H}_1(\tau), \rho^{(0)}(\eta)]] + O(\lambda^3). \end{aligned} \quad (39)$$

Використовуючи тотожність Якобі та ідею роботи [7], легко виділити в останньому виразі комутатор зі СО поля $\rho_s(\eta)$

$$\begin{aligned} \tilde{S}p_b [\hat{H}_1, [\hat{H}_1(\tau), \rho^{(0)}(\eta)]] &= \frac{1}{2} \tilde{S}p_b [\hat{H}_1, [\hat{H}_1(\tau), \rho^{(0)}(\eta)]] \\ &+ \frac{1}{2} \tilde{S}p_b [\hat{H}_1(\tau), [\hat{H}_1, \rho^{(0)}(\eta)]] + \frac{1}{2} \tilde{S}p_b [\rho^{(0)}(\eta), [\hat{H}_1(\tau), \hat{H}_1]]. \end{aligned}$$

В останньому доданку зовнішній комутатор залишається тільки на параметрах поля, а внутрішній - на струмах, формуючи функцію Гріна. Остаточно приходимо до наступного рівняння для СО поля

$$\frac{\partial \rho_s(\eta(t))}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{\text{ef}}, \rho_s(\eta(t))] + \mathbf{L}_{\text{dis}} \rho_s(\eta(t)), \quad (40)$$

де ефективний оператор Гамільтона ЕМ поля і дисипативний оператор Ліувілля даються формулами

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{ef}} &= \hat{H}_s - \frac{1}{4c} \int dx \left(J_n(x, \hat{A}, \hat{E}) \hat{A}_n(x) + \hat{A}_n(x) J_n(x, \hat{A}, \hat{E}) \right), \\ \mathbf{L}_{\text{dis}} \rho_s(\eta) &= -\frac{i}{2\hbar} \int_0^\infty d\tau \left(\tilde{S}p_b [\hat{H}_1, [\hat{H}_1(\tau), \rho_s(\eta) w]] + \tilde{S}p_b [\hat{H}_1(\tau), [\hat{H}_1, \rho_s(\eta) w]] \right) \end{aligned} \quad (41)$$

(див. означення (30)).

Ефективний оператор Гамільтона ЕМ поля в середовищі $\hat{H}_{\text{ef}}$ є квадратичною формою по операторах узагальнених координат $\hat{A}_n(x)$ та імпульсів $\hat{P}_n(x)$ поля. За допомогою, наприклад, методу рівнянь руху [8 с.271-273] він може бути приведений до діагонального вигляду

$$\hat{H}_{\text{ef}} = \sum_{k, \alpha} \hbar \omega_\alpha(k) \left(c_{k\alpha}^+ c_{k\alpha} + \frac{1}{2} \right); \quad \omega_1(k) \equiv \omega_2(k) \equiv \omega^l(k), \quad \omega_3(k) \equiv \omega^l(k), \quad (42)$$

де $\omega'(k)$, $\omega(k)$ - частоти поперечних та поздовжніх ЕМ хвиль в середовищі, визначені формулами (34), (35), $c_{k\alpha}^+, c_{k\alpha}$ - бозевські оператори народження та знищення частинок. Таким чином, ЕМ поле в середовищі представляється як сукупність двох типів квазічастинок: плазмонів з енергією $\varepsilon_{pl}(k) \equiv \hbar\omega'(k)$ та "одягнених" фотонів з енергією $\varepsilon_{ph}(k) = \hbar\omega(k)$.

ВИСНОВКИ

Використання калібровки Гамільтона в кінетиці ЕМ поля дає перевагу, пов'язану з розумінням векторного потенціалу поля як його узагальнених координат. Показано, що метод скороченого опису Боголюбова можна використовувати не тільки для виведення рівнянь для параметрів, які описують нерівноважну систему, а і з метою обчислення ефективного гамільтоніана її підсистеми. Встановлено, що ефективний оператор Гамільтона ЕМ поля описує кванти хвиль, які були досліджені в роботі на основі одержаних рівнянь ЕМ поля в середовищі. Як завжди, розглядати ЕМ в середовищі в термінах квазічастинок має сенс тільки за умов малого згасання відповідних хвиль.

Ця робота частково підтримувалася фондом INTAS за проектом № 00-00577.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ахиезер А. И., Пелетминский С. В. Методы статистической физики. - М.: Наука, 1977, 368 с.
2. Bohm D., Pines D. A collective description of electron interactions: III. Coulomb interactions in degenerate electron gas // Phys. Rev. - 1953. - V.92. - P.609-625.
3. Бом Д. Общая теория коллективных переменных. - М.: Мир, 1964, 152 с.
4. Соколовський О.Й., Ступка А.А. Кінетична теорія електромагнітних процесів у рівноважному середовищі // Вісник Дніпропетровського ун-ту. Фізика, Радіоелектроніка. - 2003, №10. - С.57-63.
5. Ситенко А.Г. Электромагнитные флуктуации в плазме. - Харьков: Изд. ХГУ, 1965, 184 с.
6. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. - М.: Высшая школа, 1988, 424 с.
7. Sokolovsky A.I., Stupka A.A. To kinetics of electromagnetic field in medium taking into account fluctuations // Problems of Atomic Science and Technology. - 2001, N6, - P.268-271.
8. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н. (мл.) Введение в квантовую статистическую механику. - М.: Наука, 1984, 384 с.

MODES OF ELECTROMAGNETIC FIELD IN EQUILIBRIUM PLASMA

A.I. Sokolovsky, A.A. Stupka

Dnipropetrovsk National University, 13, Naukova str. Dnipropetrovsk, Ukraine

On the basis of the Bogolyubov reduced description method and quasirelativistic quantum electrodynamics statistical operator of the system of electromagnetic field and equilibrium plasma has been found. Calculations were conducted in the Hamilton gauge up to the second order of a perturbation theory in interaction. Hamilton-Maxwell equations were obtained and their wave solutions were investigated. A method of construction of an effective Hamiltonian of electromagnetic field in the medium was proposed. On the basis of this Hamiltonian quasiparticles of electromagnetic field in equilibrium plasma (dressed photons and plasmons) were introduced.

KEY WORDS: the Bogolyubov reduced description method, the Hamilton gauge, the Peletminsky -Yatsenko model, equilibrium plasma, effective Hamiltonian, quasiparticles.