

PACS 52.40.Mj

СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛАЗМОНАПОЛНЕННОМ ГИРОТРОНЕ

С.Ю. Пузырьков

ННЦ «Харьковский физико-технический институт», Харьков 61108 ул. Академическая 1.

Поступила в редакцию 25 ноября 2004 г.

Взаимодействие пучка электронов с собственными модами гиротрона и других подобных устройств описывается самосогласованной системой уравнений в частных производных. Обычно эта система решается пошаговым интегрированием, начиная с начального момента времени. Однако в большинстве случаев интерес представляет лишь окончательное стационарное состояние системы в режиме насыщения. Разработанная методика численного решения позволяет найти это стационарное решение непосредственно, с наименьшими затратами вычислительных мощностей. Методика разработана для случая плазмонаполненного гиротрона, но может быть применена для вакуумного гиротрона и для других подобных гироустройств.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гиротрон, плазменное наполнение, ТЕ-мода, численные методы, итерации.

При решении различных теоретических задач о возбуждении электромагнитных волн в гиротронах возникает необходимость численно решать хорошо известную систему уравнений, описывающую взаимодействие пучка частиц с собственными модами такой системы. Такое решение производится пошаговым интегрированием по времени с учетом решения на каждом шагу уравнений движения частиц. Достоинством такой схемы является то, что она позволяет получить описание развития переходных процессов и выхода гиротрона на режим генерации, но с другой стороны, основной интерес при изучении характеристик гиротрона представляет результирующее состояние системы в стационарном режиме. Цель этой работы – разработать методику отыскания стационарного решения непосредственно, не решая эволюционную задачу, с наименьшими затратами вычислительных мощностей.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В случае, если плазменное наполнение гиротрона имеет малую плотность, такую что плазменная частота существенно меньше частоты отсечки гиротрона ($\omega_{pl} \ll \omega_{cr}$), в приближении малых продольных волновых чисел ($k_{\parallel} / k_{\perp} \ll 1$) уравнения, описывающие возбуждение ТЕ и ТМ мод, могут быть разделены и можно получить систему уравнений, описывающую возбуждение электромагнитных волн в гиротроне, аналогичную таким уравнениям в случае гиротрона без плазменного заполнения.

Вывод уравнений возбуждения электромагнитной волны в гиротроне при наличии плазменного наполнения малой плотности был выполнен Загинайловым Г.И., Куклином В.М., Пузырьковым С.Ю., Шунеманом К., при поддержке грантов NATO PST.EV 979933, PST.EV 978763 и DAAD A/03/12904 и в настоящий момент готовится к публикации в Украинском Физическом Журнале. В стационарном случае, без членов пропорциональных производной по времени, уравнения возбуждения для ТЕ моды имеют следующий вид.

Уравнения движения для микрочастиц, описывающих пучок электронов:

$$\frac{dA}{d\zeta} + i(\Delta + |A|^2 - 1)A = -i(1 + g)f, \quad (1)$$

где $\Delta = \frac{2}{\beta_{\perp}^2} \frac{\omega - \omega_B}{\omega_B}$ - частотная расстройка, $\zeta = \frac{\beta_{\perp}^2 \omega}{2\beta_{\parallel} c} z$ - безразмерная продольная координата, $g = \frac{\omega^2 \varepsilon_2}{c^2 k_{\perp}^2}$ - малый параметр; $\varepsilon_1 = 1 - \omega_{pl}^2 / (\omega^2 - \omega_B^2)$ и $\varepsilon_2 = \omega_{pl}^2 \omega_B / (\omega(\omega^2 - \omega_B^2))$ компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы; $\beta_{\perp} = v_{\perp} / c$, $\beta_{\parallel} = v_{\parallel} / c$ - отношение соответственно поперечной и продольной скорости электронов пучка к скорости света; ω_B - циклотронная частота электронов пучка (с учетом релятивистских эффектов); f - нормированная амплитуда поля волны; A - комплексный параметр, модуль которого – нормированный радиус циклотронной орбиты, а аргумент - фаза циклотронного вращения электрона пучка.

Уравнение возбуждения электромагнитного поля волны:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \zeta^2} + \Omega f = -I_p (1 + g) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A d\vartheta, \quad (2)$$

с граничными условиями:

$$f(0) = 0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta_{out}} = -i\sqrt{\Omega} f(\zeta_{out}), \quad (4)$$

где $I_p = 16 \frac{eI_0}{m_e c^3} \frac{\beta_{\parallel}}{\beta_{\perp}^6 \gamma_{rel}} \frac{J_{m-1}^2 \left(v_p \frac{r_c}{R_0} \right)}{J_m^2(v_p) \left[v_p^2 - m^2 (1 - \epsilon_2^2 / \epsilon_1^2) \right]}$ - безразмерный ток потока электронов, I_0 - ток пучка,

$\gamma_{rel} = \sqrt{1 + (v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2) / c^2}$ - релятивистский фактор, v_p - корень номер p уравнения $J'_m(v_p) = 0$, r_c - радиус на котором находятся центры циклотронного вращения электронов пучка, R_0 - радиус волновода;

$\Omega = \left(\frac{\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2}{\epsilon_1} - \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right) \frac{4\beta_{\parallel}^2}{\beta_{\perp}^4}$ - нормированное продольное волновое число, $\zeta_{out} = \frac{\beta_{\perp}^2 \omega}{2\beta_{\parallel} c} z_{out}$ - безразмерная длина области взаимодействия.

При учете наличия плазменного наполнения малой плотности, уравнения (1), (2) отличаются от уравнений вакуумного гиротрона множителем $(1+g)$ в правой части, который близок к единице.

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Уравнение (2) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка, главная особенность которого, с точки зрения алгоритма вычислений, состоит в том, что граничные условия заданы на двух краях области определения.

Решить это уравнение методом конечных разностей, к сожалению не удастся, из-за того, что его решение должно быть самосогласовано с решением системы уравнений (1).

Поэтому для численного решения системы уравнений (1) и (2) был применен итеративный метод, сходный с тем, который применялся в работе [1] к аналогичным (но существенно упрощенным) уравнениям.

Суть метода состоит в том, что на левом краю области определения задается вспомогательное граничное условие вида:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=0} = S_i, \quad (5)$$

где S_i - произвольная константа.

После этого система уравнений (1) и (2) с граничными условиями (3) и (5) решается совместно простым интегрированием, при некотором значении нормированной частоты возбуждаемой моды $w_i = \frac{\omega_i}{\omega_{cr}}$. Индекс i

означает номер итерации. Совместное интегрирование этих систем возможно поскольку граничные условия для системы (1) также заданы на левой границе области определения. Численное интегрирование уравнения (1) осуществляется методом Рунге-Кутты четвертого порядка, для уравнения (2) удобнее использовать метод Эйлера, поскольку невозможно определить параметры движения частиц A между узлами сетки. Область интегрирования вдоль оси ζ разбивается на 2000 точек, поскольку более высокая дискретизация уже практически не приводит к изменению получаемого решения $f(\zeta)$. Для моделирования тока гиротрона

используется $N_m = 50$ макрочастиц и интеграл $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A d\vartheta$ заменяется суммой $\frac{1}{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} A_i$.

Полученное в результате интегрирования промежуточное решение дает некоторое значение $\left. \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta_{out}}$,

которое, в общем случае, не удовлетворяет граничному условию (4). Поэтому выбираются следующие итеративные значения S_{i+1} и W_{i+1} для вспомогательного граничного условия (5) и интегрирование системы уравнений (1), (2) производится повторно. Итерации продолжаются до тех пор, пока либо граничное условие (4) не будет выполнено с заданной точностью, либо параметры, изменяемые в ходе итераций не будут найдены с заданной точностью.

Методика выбора следующих итеративных значений S_{i+1} и W_{i+1} основана на устремлении к нулю (или

поиске минимума) параметра $q_i = \left| \left. \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\zeta_{out}} + i\sqrt{\Omega} f_i(\zeta_{out}) \right|$, который характеризует точность, с которой

найденное на данном шаге итераций решение f_i удовлетворяет граничному условию (4). Схематически эту методику можно описать так:

1. Определяется направление скорейшего убывания параметра q на плоскости (s, w) в точке, соответствующей текущему шагу итераций.

2. Рассчитывается значение q в направлении скорейшего убывания, на расстоянии равном текущему шагу. Если это значение оказывается большим, чем в исходной точке, то шаг уменьшается вдвое, в противном случае итерации продолжают с новой точки.

Итерации продолжают до тех пор, пока изменения s и w на величину некоторого минимального шага, характеризующего точность, с которой нужно найти эти параметры, не перестанут приводить к уменьшению q .

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В случае отсутствия плазменного наполнения, в уравнения (1) и (2) явно входят только три параметра: частотная расстройка Δ , которая характеризует циклотронную частоту электронов пучка, нормированное продольное волновое число Ω , которое характеризует разницу между частотой отсечки волновода и частотой возбуждаемой моды и величина нормированного тока пучка I_p . Однако поскольку величина Ω итеративно подбирается в ходе решения исходной системы уравнений, то полученное решение зависит только от двух параметров Δ и I_p .

В случае наличия плазменного заполнения, уравнения (1) и (2) можно формально перенормировать таким образом, что наличие плазменного заполнения будет приводить лишь к изменению нормированной силы тока I_p . Однако такая перенормировка не учитывает того, что нормированная частота плазменного заполнения входит также в уравнения взаимосвязи, которыми связаны величины Ω и Δ , а также Ω и I_p через частоту возбуждаемой моды. Обычно такая взаимосвязь не учитывается [1], [4] и полагают, что итеративный подбор частоты возбуждаемой моды влияет только на величину Ω , но не Δ . Однако при изучении влияния плазменного наполнения оказалось, что такой учет оказывается важным и приводит к некоторому смещению максимума КПД в сторону меньших токов. Взаимосвязь Ω и I_p при этом действительно оказывается незначительной, точный расчет приводит к изменению I_p лишь в четвертой значащей цифре.

Наибольший интерес представляет учет влияния плазменного наполнения на электронный КПД гиротрона (величину $\eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |A|^2 d\vartheta$) для наиболее эффективных, с точки зрения КПД параметров, $z_{out} = 12$, $\Delta = 0,6$, $I_p = 0,025$ [1-3].

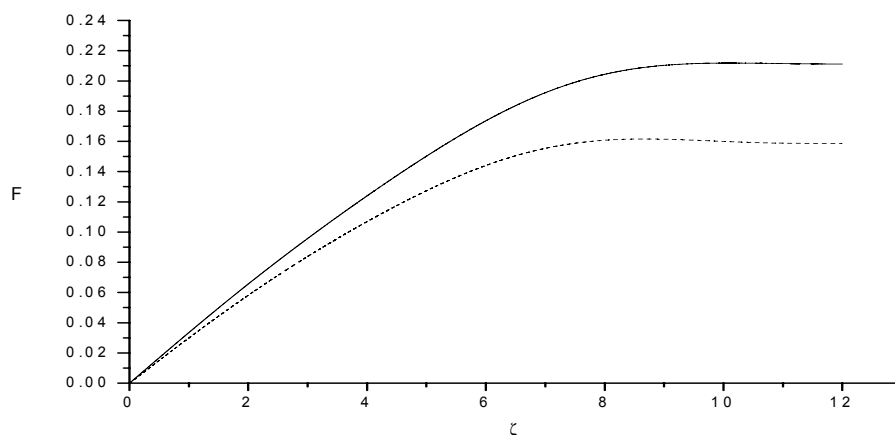


Рис. 1. Структура электромагнитного поля в продольном сечении области взаимодействия гиротрона.

пунктирная линия – вакуумное наполнение, сплошная линия – плазменное наполнение малой плотности $\omega_{pl} / \omega_{cr} = 0,05$.

Структура электромагнитного поля в сечении гиротрона (нормированная угловая компонента электрического поля) показана на рис. 1 в случае отсутствия и наличия плазменного наполнения. В случае наличия плазменного наполнения такой плотности, что $\omega_{pl} / \omega_{cr} = 0,05$, малый параметр задачи g оказывается равным 0,02. Такое изменение структуры поля при появлении плазменного наполнения приводит к некоторому

изменению характера взаимодействия пучка электронов с электромагнитным полем. Группировка частиц происходит несколько позже и к моменту выхода из области взаимодействия большая часть кинетической энергии переходит в энергию электромагнитного поля. Зависимость динамического электронного КПД гиротрона от нормированной продольной координаты ζ в сечении гиротрона в вакуумном случае и при наличии плазменного наполнения показана на рис. 2.

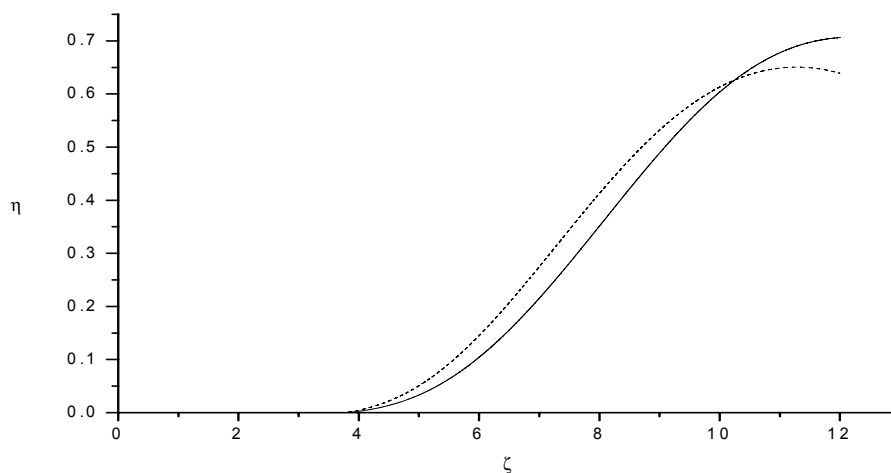


Рис. 2. Динамический электронный КПД в продольном сечении гиротрона.

пунктирная линия - вакуумное наполнение
сплошная линия - плазменное наполнение малой плотности
 $\omega_{pl} / \omega_{cr} = 0,05$.

В случае вакуумного наполнения для указанных параметров электронный КПД оказывается равным 0,63, а в случае наличия плазменного наполнения 0,69. Кроме повышения КПД плазменное наполнение позволяет также повысить суммарную излучаемую мощность гиротрона.

ВЫВОДЫ

Разработанная методика позволяет отыскивать стационарное решение уравнения возбуждения электромагнитных волн в гиротроне. При этом экономия машинного времени по сравнению со случаем, когда стационарное решение находят как конечную стадию решения задачи на временную эволюцию составляет от 2,5 до 4 раз, в зависимости от параметров задачи. Разработанная методика была применена для решения системы уравнений, описывающей возбуждение электромагнитных волн в гиротроне с плазменным наполнением малой плотности. Получены результаты, позволяющие сравнить характер взаимодействия пучка и волны в стационарном режиме в случае вакуумного волновода и плазмонаполненного волновода. Показано, что плазменное наполнение позволяет повысить электронный КПД гиротрона в режиме близком к оптимальному по КПД с 63% до 69%. В дальнейшем полученная методика может быть усовершенствована с точки зрения оптимизации выбора начальной точки при последовательном решении задачи с изменением одного из параметров и применена для анализа зависимости КПД от силы тока пучка электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Братман В.А., Моисеев М.А., Петелин М.И., Эрм Р.Э. К теории гиротронов с нефиксированной структурой высокочастотного поля // Изв. Вузов. Радиофизика. - 1973. - Т. 16. - №4. - С. 622-630.
2. Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С. Динамика гиротронов с нефиксированной продольной структурой высокочастотного поля // Изв. Вузов. Радиофизика. - 1987. - Т.30. - №5. - С. 1031-1039.
3. Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С. и др. Установление автоколебаний в электронных СВЧ генераторах с дифракционным выводом излучения // Изв. Вузов. Радиофизика. - 1986. - Т.29. - №1. - С. 106-114.
4. Airila M., Dumbrajs O. Spatio-Temporal Chaos in the Transverse Section of Gyrotron Resonators // IEEE Transactions on plasma science. - 2002. - V. 20. - №5. - P. 101-105.

STATIONARY REGIME OF EXCITATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN PLASMA FILLED GYROTRON

S.Yu. Puzyrkov

NSC "Kharkiv Institute for Physics and Technology", Akademichna str.1, Kharkiv 61108, Ukraine

The interaction of electron beam with eigenmodes of gyrotron and other similar devices is described by selfconsistent system of equations in particular derivatives. Usually this system is solved by step-by-step integration, starting from zero time. But in the most cases the subject of interest can be only stationary stage of system in the regime of saturation. The method of numerical solution which is developed, allows to find this stationary solution directly with the minimum computation cost. The method is developed for the plasma filled gyrotron, but can be applied for the vacuum gyrotron and other similar gyrodevices.

KEYWORDS: gyrotron, plasma filling, TE-mode, numerical methods, iterations.