

УДК 621.039.623

РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ДВИЖЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В АМБИПОЛЯРНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ И ВИНТОВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ТОРОИДАЛЬНОЙ ЛОВУШКИ

С.В. Власова, А.А. Шишкин

Харьковский национальный университет им.В.Н. Каразина, пл. Свободы 4, Харьков-77, 61077, Украина
Поступила в редакцию 9 марта 2005 г.

Обнаружено резонансное расщепление дрейфовой поверхности заряженной частицы в результате совместного действия амбиполярного электрического поля и винтового магнитного поля, которое в данном случае играет роль возмущающего фактора. Оценены координаты особых точек расщепившейся дрейфовой поверхности, позволяющие судить о расстоянии, на которое отойдет пролетная частица от исходной магнитной поверхности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пролетная частица, резонанс, амбиполярное электрическое поле, винтовое магнитное поле, резонансное расщепление, дрейфовая поверхность

Процессы переноса плазмы в центре плазмы в магнитных тороидальных ловушках стеллараторного типа и типа токамак рассматриваются как процессы, протекающие по законам неоклассического переноса [1]. В ловушках стеллараторного типа существуют частицы, запертые между горбами винтового магнитного поля, дрейф которых в тороидальном магнитном поле приводит к диффузии и теплопроводности плазмы, с коэффициентами, которые обратно пропорциональны частоте соударений частиц в плазме: $D_{\perp}, \chi_{\perp} \propto 1/\nu$ [1, с. 146-157]. По мере уменьшения частоты соударений, что имеет место при подходе к значениям температуры и плотности термоядерной плазмы, перенос плазмы растет. Это означает, что для осуществления термоядерных реакций надо брать тороидальные ловушки все больших размеров и с большим значением магнитного поля.

Коэффициенты переноса можно уменьшить за счет электрического поля, которое возникает в плазме как амбиполярное. Такое поле можно найти, приравняв потоки электронов и ионов. При наличии электрического поля коэффициенты переноса зависят обратно пропорционально его величине $D_{\perp}, \chi_{\perp} \propto B/E_r$ [1, с. 146-157]. На этом пути можно ожидать реального уменьшения переноса плазмы.

Однако для движения частиц в тороидальном магнитном и радиальном электрическом полях (например, как в токамаке) винтовое магнитное поле, которое может быть приложено извне для регулирования плазменных параметров или возникать в плазме в результате развития неустойчивостей, может оказаться возмущающим полем, приводящим к резонансным явлениям [2, с. 11-25, 3]. В частности, влияние винтового возмущающего поля на движение пролетных заряженных частиц может проявиться в расщеплении дрейфовых поверхностей и образовании дрейфовых островов. В этом случае перенос в плазме следует рассматривать как суперпозицию двух процессов: перенос из-за соударений частиц и из-за возмущений магнитного поля, которые приводят к значительным смещениям частиц от исходной поверхности. Тогда коэффициент диффузии характерный для неоклассического переноса $D_{NEOCLASSICAL}$ перейдет в коэффициент переноса с учетом резонансных частиц $D_{RESONANCE}$. Здесь в качестве коэффициента $D_{NEOCLASSICAL}$ может быть, например, коэффициент в режиме плато $D_{PLATEAU}$, а в качестве $D_{RESONANCE}$ должна быть величина, пропорциональная квадрату ширины резонанса /ширины дрейфового острова/ $D_{RESONANCE} \propto (\Delta_{DRIFT\ RESONANCE})^2$.

Коэффициент диффузии в режиме плато $D_{PLATEAU}$ выбираем, поскольку именно пролетные частицы формируют поток, поперечный к удерживающему магнитному полю. Для нахождения потоков частиц и коэффициентов переноса в настоящей работе сделано следующее: решены аналитически уравнения движения частиц в винтовом и тороидальном магнитном поле при наличии электрического поля с применением асимптотических методов Боголюбова-Митропольского [4, с. 185-277]; найдены условия, при которых имеет место расщепление дрейфовой поверхности заряженной частицы, оценены координаты особых точек. В последующей работе результаты, полученные здесь, будут использованы для нахождения потоков частиц и коэффициентов переноса плазмы и в последующем будут использованы для обобщения эффектов эстафеты резонансов [5] и движения дрейфового острова [6], изученных для частиц высокой энергии, на случай частиц с тепловой энергией. При этом будут проанализированы условия наблюдения резонансных явлений в экспериментах на установках стеллараторного типа, в частности на торсатроне Large Helical Device [6] с учетом измеренного по сечению плазмы амбиполярного электрического поля.

РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦЫ В ТОРОИДАЛЬНОМ МАГНИТНОМ, РАДИАЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ И ВИНТОВОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ КАК ВОЗМУЩАЮЩЕМ

Для описания движения заряженной частицы используем систему уравнений дрейфового приближения [1, стр 135-146]:

$$\frac{d\mathbf{r}_g}{dt} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + c \frac{[\mathbf{E} \times \mathbf{B}]}{B^2} + \frac{(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} \frac{[\mathbf{B} \times \nabla B]}{B^2}, \quad (1)$$

$$\frac{dW}{dt} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d\mu}{dt} = 0, \quad (3)$$

где $\frac{d\mathbf{r}_g}{dt}$ - скорость ведущего центра частицы, v_{\parallel} и v_{\perp} - параллельные и перпендикулярные скорости частицы по отношению к магнитному полю, ω_c - циклотронная частота частицы, μ - магнитный момент частицы, W - полная энергия частицы.

Первое слагаемое в правой части уравнения (1) описывает движение вдоль магнитных силовых линий, второе слагаемое описывает дрейф в скрещенных электрическом и магнитном поле, а третье - дрейф в неоднородном магнитном поле.

Рассмотрение проводим в квазицилиндрической системе координат (r, ϑ, φ) , связанной с круговой осью тора. Основное магнитное поле, имеющее вращательное преобразование, выберем в виде:

$$\mathbf{B} = B_0 \left(0, \frac{r}{R_0} i(r^2), \frac{1}{1 + \frac{r}{R_0} \cos \vartheta} \right). \quad (4)$$

Здесь B_0 - магнитное поле на круговой оси, R_0 - радиус круговой оси тора, $i(r^2)$ - угол вращательного преобразования.

Возмущающее магнитное поле представим в виде:

$$B_r = \varepsilon_h B_0 \sin(\vartheta - m\varphi), \quad (5)$$

$$B_{\vartheta} = \varepsilon_h B_0 \cos(\vartheta - m\varphi), \quad (6)$$

$$B_{\varphi} = B_0 \left(1 - \varepsilon_h \alpha \frac{r}{a_c} \cos(\vartheta - m\varphi) \right), \quad (7)$$

где B_r , B_{ϑ} , B_{φ} - компоненты магнитного поля в квазицилиндрической системе координат (r, ϑ, φ) , ε_h - относительная амплитуда винтового магнитного поля, m - число периодов магнитного поля вдоль большого обхода установки. Именно такое магнитное поле возбуждает магнитный остров в торатроне Large Helical Device [6]. Радиальное распределение амбиполярного электрического потенциала моделируем выражением [3]

$$\Phi = \Phi_0 \left(1 - \left(\frac{r}{a_p} \right)^2 \right), \quad (8)$$

где a_p - радиус плазмы.

Уравнение движения в дрейфовом приближении может быть сведено к дифференциальному уравнению второго порядка, которое для переменной $x = r \cos \vartheta$ примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon \left\{ \left[-\frac{v_{\parallel}^2}{R_0} (m + i(r^2)) - \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} K + \frac{(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} \frac{\alpha}{a_c} \frac{v_{\parallel}}{R_0} (m + i(r^2)) \right] \cos m\varphi + \right. \\ \left. + \frac{1}{R_0} \left(1 - \frac{v_{\parallel}}{R_0} \frac{a_p^2 B_0}{2c\Phi_0} i(r^2) \right) \dot{x}^2 + \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \frac{1}{R_0} \left(3 \frac{v_{\parallel}}{R_0} i(r^2) - \frac{4c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \right) x^2 \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon^2 \left\{ \left[-\frac{v_{\parallel}^2}{R_0^2} (m + 2i(r^2)) + \frac{v_{\parallel}}{R_0^2} \frac{\alpha}{a_c} \frac{(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} i(r^2) + \frac{4c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \frac{v_{\parallel}}{R_0} - \frac{c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \frac{1}{R_0 a_c} \frac{(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} (2\alpha + 1) \right] x \cos m\varphi + \right. \\
& \left. + \left[-\frac{v_{\parallel}}{R_0} + \frac{v_{\parallel}}{R_0^2} \frac{(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} \frac{\alpha}{a_c} \frac{a_p^2 B_0}{2c\Phi_0} i(r^2) \right] x \sin m\varphi - \frac{4c^2\Phi_0^2}{a_p^4 B_0^2} \frac{1}{R_0^2} x^3 + \frac{v_{\parallel}}{R_0^2} \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} i(r^2) x^2 \right\}. \quad (9)
\end{aligned}$$

Это уравнение можно рассматривать как уравнение нелинейного осциллятора, где собственная частота системы

$$\omega_0^2 = \left[\left(\frac{v_{\parallel}}{R_0} i(r^2) - \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \right)^2 + \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \frac{2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}{\omega_c} \frac{1}{R_0^2} \right], \quad \text{частота возмущающей силы } \nu = \frac{mv_{\parallel}}{R_0}, \quad \text{величина}$$

$$K = \left(\frac{\alpha(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2\omega_c} \frac{1}{a_c} - v_{\parallel} \right). \quad \text{В качестве малого параметра используем } \varepsilon = \sqrt{\varepsilon_h}.$$

Для решения дифференциального уравнения второго порядка используем метод Боголюбова-Митропольского [4]. Рассматриваем основной резонанс, то есть когда частота возмущающей силы близка к собственной частоте системы. В результате получаем систему двух дифференциальных уравнений для усредненных величин амплитуды \bar{a} и фазового угла $\bar{\vartheta}$:

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \varepsilon^2 \frac{1}{\nu} U_{1\nu} \sin(\bar{\vartheta} - m\varphi), \quad (10)$$

$$\frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = \varepsilon \frac{\Delta}{\nu} - \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{\nu^3} - \varepsilon^2 \frac{3c^2\Phi_0^2}{2a_p^4 B_0^2} \frac{1}{R_0^2} \frac{1}{\nu} \bar{a}^2 + \varepsilon^2 \frac{1}{\nu} \frac{1}{\bar{a}} U_{1\nu} \cos(\bar{\vartheta} - m\varphi). \quad (11)$$

Здесь Δ – «расстройка» частоты: $\Delta = \omega^2 - \nu^2$,

$$U_{1\nu} = \left[\frac{v_{\parallel}}{R_0} (m + i(r^2)) - \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \right] K. \quad (12)$$

Приравняв правые части уравнений (10) и (11) нулю, приходим к кубическому уравнению

$$\bar{a}^3 - \frac{z}{M} \bar{a} \mp \frac{\Gamma}{M} = 0, \quad \text{где } M = \varepsilon^2 \frac{3c^2\Phi_0^2}{2a_p^4 B_0^2} \frac{1}{R_0^2} \frac{1}{\nu}, \quad z = \varepsilon \frac{\Delta}{\nu} - \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{\nu^3}, \quad \Gamma = \frac{1}{\nu} U_{1\nu}.$$

Корни кубического уравнения имеют вид

$$a_1 = -2\sqrt[3]{\rho} \cos \frac{\varphi}{3}, \quad (13)$$

$$a_2 = 2\sqrt[3]{\rho} \cos \left(\frac{\varphi}{3} - \frac{2\pi}{3} \right), \quad (14)$$

$$a_3 = 2\sqrt[3]{\rho} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + \frac{4\pi}{3} \right), \quad (15)$$

где

$$\rho = \left(-\frac{p^3}{27} \right)^{1/2}, \quad \cos \varphi = -\frac{q}{2\rho}, \quad (16)$$

$$p = (-1) \left(\varepsilon \frac{\Delta}{\nu} - \varepsilon^2 \frac{\Delta^2}{\nu^3} \right) / \left(\varepsilon^2 \frac{3c^2\Phi_0^2}{2a_p^4 B_0^2} \frac{1}{R_0^2} \frac{1}{\nu} \right), \quad (17)$$

$$q = \mp K \left(\frac{v_{\parallel}}{R_0} (m + i(r^2)) - \frac{2c\Phi_0}{a_p^2 B_0} \right) / \left(\varepsilon^2 \frac{3c^2\Phi_0^2}{2a_p^4 B_0^2} \frac{1}{R_0^2} \frac{1}{\nu} \right). \quad (18)$$

Выражения (13)-(18) описывают координаты особых точек системы уравнений (10) и (11). Здесь a_1 , a_3 соответствует точкам типа «центр», a_2 соответствует точке типа «седло». Подробный физический анализ осуществления резонансных условий в реальных экспериментах будет дан во второй части работы. Обнаруженное расщепление дрейфовых поверхностей проявляет себя как показано на рисунке 1.

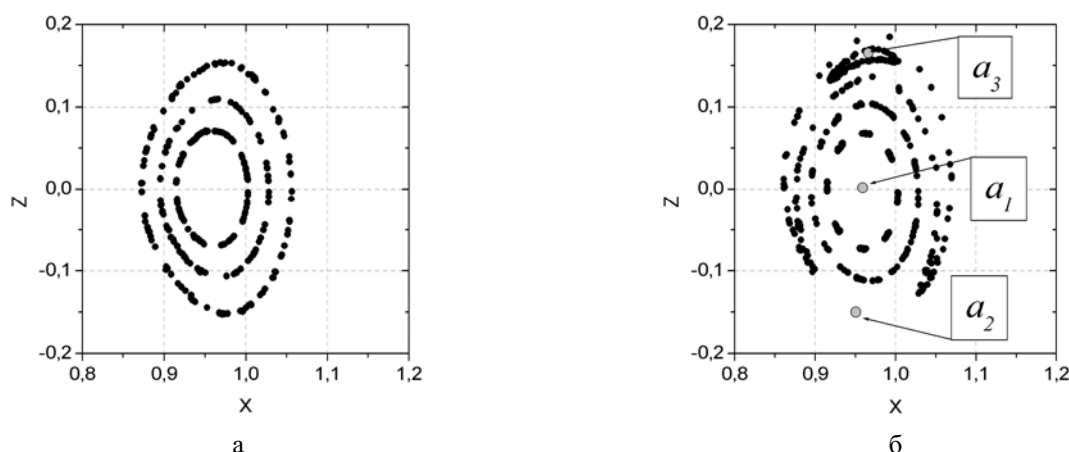


Рис. 1. Сечение дрейфовых поверхностей частицы: а) - в отсутствие возмущений, б) – в присутствии возмущений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В первой части работы выполнено исследование резонансных явлений в движении заряженной частицы в тороидальной магнитной ловушке с вращательным преобразованием при наличии радиального электрического поля и винтового поля как возмущающего. Получено аналитическое выражение для особых точек как решения уравнения движения частицы. Показано, что движение частицы в случае резонанса может характеризоваться расщеплением дрейфовой поверхности и образованием дрейфовых островов.

Выполнение данной работы частично поддержано НТЦУ, проект 2313.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков Е.Д., Супруненко В.А., Шишкин А.А. Стелларатор.- Киев: Наукова думка, 1983.- 312 с.
2. Попрядухин А.П. Влияние электрического поля на движение частиц в стеллараторе // Стеллараторы.- М.: Наука, 1973.- 193 с.
3. Beidler C. Helical Ripple Transport in Stellarators at Low Collisions Frequency: Thesis submitted in fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Electrical Engineering).- University of Wisconsin - Madison, 1987.- 296 p.
4. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.- М.: Физматгиз, 1974.- 504 с.
5. Shishkin A.A. Estafette of drift resonance, stochasticity and control of particle in a toroidal magnetic trap // Nuclear Fusion.- 2002.- V. 42.- P. 344-353.
6. Motojima O., Shishkin A.A. Drift Island Motion in Helical Plasma and its Use for Ash Removal and High Energy Ion Injection // Plasma Physics and Controlled Fusion.- 1999.- V. 41.- P. 227-242.

RESONANCE PHENOMENA OF CHARGED PARTICLE MOTION IN AMBIPOLAR ELECTRIC FIELD AND HELICAL MAGNETIC FIELD OF A TOROIDAL TRAP

S.V. Vlasova, A.A. Shishkin

Kharkov V.N. Karazin National University, Svobody sq. 4, 61077, Kharkiv, Ukraine

The resonance splitting of the particle drift surface is found in the case when the ambipolar electric field and helical magnetic field are taken into account. The helical magnetic field is considered to be the "perturbing force". The coordinates of the singular points are evaluated, which can show the deviation of the particle orbit from the initial magnetic surface.

KEY WORDS: passing particle, resonance, ambipolar electric field, helical magnetic field, resonance splitting, drift surface