

УДК 533.9.01

РАДИАЛЬНЫЙ КОНВЕКТИВНО-ДИФФУЗИОННЫЙ ПЕРЕНОС, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЙ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННОЙ ДИНАМИКОЙ ЭЛЕКТРОНОВ

С.В. Барчук, Е.Д. Волков, В.И. Лапшин, В.И. Маслов

НИЦ Харьковский физико-технический институт, 61108 Харьков, Украина

E-mail: lapshin@kipt.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 июня 2005 г.

В данной работе показано, что при развитии неустойчивости за счет радиального градиента плотности в скрещенных электрическом и магнитном полях в установках управляемого термоядерного синтеза может возникнуть частичное упорядочение конвективных ячеек, представляющих собой крупномасштабные вихревые возмущения. Такая корреляция между вихрями обеспечивает аномальный радиальный перенос частиц. Приведено описание конвективной динамики электронов. Получено линейное дисперсионное соотношение для указанных вихревых возмущений, а также конвективно-диффузионное уравнение для упорядоченной структуры конвективных ячеек. Построена пространственная структура таких конвективных ячеек. Радиальные размеры этих конвективных ячеек зависят от их амплитуд и существенно зависят от радиального градиента плотности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: аномальный радиальный перенос, упорядочение конвективных ячеек, конвективно-диффузионное уравнение, вихревая динамика электронов

Исследование аномального радиального переноса частиц плазмы, определяемого НЧ возмущениями в неоднородной плазме пристеночной области тороидальных установок – одна из важнейших проблем в физике плазмы (см., например, [1]). Также интенсивно исследуется роль электрического поля, формируемого в установках управляемого термоядерного синтеза (УТС) и приводящего к скрещенной конфигурации полей. В лабораторных и численных экспериментах (см., например, [2]) наблюдается формирование вихрей в электронной плазме в скрещенной конфигурации полей. Такая же динамика вихрей имеет место в пристеночной турбулентности в магнетронных разрядах [3], в ЭЦР источниках плазмы, в анодном слое разряда Пеннинга, где реализуется скрещенная конфигурация электрического и магнитного полей. Заряженная плазменная линза, предназначенная для фокусировки сильноточных ионных пучков, имеет ту же скрещенную конфигурацию полей [4] и в ней тоже образуются вихри. Таким образом, скрещенная конфигурация полей может быть одной из причин формирования конвективных ячеек в установках УТС. Конвективная ячейка в нашем случае представляет собой крупномасштабное вихревое возмущение.

При достижении больших амплитуд электрического потенциала, ϕ_0 , вихревых возмущений, когда частота, $\Omega \propto \sqrt{\phi_0}$, осцилляций электронов в конвективной ячейке превышает инкремент его возбуждения, $\Omega(t) > \gamma$, ячейка изменяет в своей окрестности градиент плотности электронов ∇n_e . При этом на границах ячейки возникают укручения $n_e(\vec{r})$. На этих укручениях инкременты возбуждения соседних ячеек значительно больше инкремента, определяемого невозмущенным ∇n_e . Таким образом, возникает пространственное упорядочение ячеек аналогичное изученному в [5]. Оно обеспечивает более быстрый перенос электронов. Другими словами, самосогласованное возбуждение низкочастотных конвективных ячеек в неравновесной плазме, дрейфующей в неоднородном магнитном поле, а также в скрещенных электрическом и магнитном полях в стеллараторе, радиальным градиентом плотности $\nabla_r n_e$ неустойчиво относительно возникновения корреляций. При этом возникает конвективно-диффузионный радиальный перенос электронов и частично упорядоченная решетка конвективных ячеек в пространстве (r, z) . Наблюдающиеся пальцы плотности могут быть объяснены формированием таких конвективных ячеек. В приближении цилиндрической геометрии системы получено конвективно-диффузионное уравнение, описывающее радиальную динамику электронов в пристеночной области тороидальных установок.

ОПИСАНИЕ КОНВЕКТИВНОЙ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРОНОВ

В этой работе аналитически исследовано развитие неустойчивости относительно возбуждения вихревых возмущений в пристеночной плазме, а также конвективная динамика электронов в радиальном электрическом E_{or} и продольном магнитном H_o полях в области градиента плотности.

Рассмотрим сначала линейную стадию развития неустойчивости, когда выполняется неравенство $\Omega(t) < \gamma$. В неоднородном магнитном поле, а также в скрещенных полях электроны дрейфуют по углу θ со скоростью

$$\vec{V}_{\theta 0} = c \frac{[\vec{F}_{or}, \vec{H}_o]}{H_o^2} + \frac{V_z^2}{\omega_{He} H_o^3} [\vec{H}_o, (\vec{H}_o \vec{\nabla}) \vec{H}_o] + \frac{V_{\perp}^2}{2\omega_{He} H_o^2} [\vec{H}_o, \vec{\nabla} H_o],$$

$$\vec{F}_{or} = \vec{E}_{or} + \left(\frac{V_{th}^2 m_e}{n_e e} \right) \vec{\nabla} n_{0e} \quad (1)$$

$$V_{\theta 0} = -\frac{eF_{or}}{m_e \omega_{He}} + \frac{V_z^2}{\omega_{He} H_o^3} (H_{oz} (\vec{H}_o \vec{\nabla}) H_{or} - H_{or} (\vec{H}_o \vec{\nabla}) H_{oz}) +$$

$$+ \frac{V_{\perp}^2}{2\omega_{He} H_o^2} (H_{oz} \partial_r H_o - H_{or} \partial_z H_o) \equiv r \omega_{\theta 0}, \quad (2)$$

$\omega_{He} = \frac{eH_o}{m_e c}$ – циклотронная частота электронов. Используем приближение цилиндрической геометрии

системы (см. рис. 1). При описании конвективной динамики электронов можно пренебречь возмущением градиента давления электронов. Это определяется тем, что отношение возмущения градиента давления к остальным слагаемым в уравнении движения электронов пропорционально малому параметру, равному отношению электронного радиуса Дебая, $r_{de} \equiv \frac{V_{th}}{\omega_{pe}}$, к размеру вихревых возмущений. Размер же вихревых

возмущений, как будет видно из дальнейшего материала, определяется масштабом неоднородности плотности электронов. В этом разделе рассмотрим линейную стадию развития неустойчивости, когда выполняется неравенство $\Omega(t) < \gamma$, до момента захвата резонансных электронов возмущениями. На этой стадии развития неустойчивости в пренебрежении возмущением давления электронов можно воспользоваться гидродинамическими уравнениями. Для описания конвективной динамики электронов используем теорию, развитую в [6-8] с использованием гидродинамических уравнений при изучении динамики электронов в скрещенных полях:

$$d_t \left(\frac{\vec{\alpha} - \vec{\omega}_{He}}{n_e} \right) = \frac{1}{n_e} ((\vec{\alpha} - \vec{\omega}_{He}) \vec{\nabla}) \vec{v}, \quad (3)$$

и линеаризованное уравнение для описания продольной динамики электронов

$$d_{to} V_z = \left(\frac{e}{m_e} \right) \partial_z \varphi, \quad d_t \equiv \partial_t + (\vec{V}_{\perp} \vec{\nabla}_{\perp}), \quad (4)$$

$$d_{to} \equiv \partial_t + (V_{\theta 0} \nabla_{\theta}) = \partial_t + \omega_{\theta 0} \partial_{\theta},$$

$$\alpha \equiv \vec{e}_a \text{rot} \vec{V}. \quad (5)$$

Поперечную скорость электронов, \vec{V}_{\perp} можно получить из гидродинамических уравнений

$$\vec{V}_{\perp} = \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) [\vec{e}_z, \vec{\nabla}_{\perp} \varphi] - \frac{1}{\omega_{He}} \partial_t [\vec{e}_z, \vec{V}_{\perp}] - \frac{1}{\omega_{He}} [\vec{e}_z, (\vec{V}_{\perp} \vec{\nabla}_{\perp}) \vec{V}_{\perp}], \quad (6)$$

или

$$\vec{V}_{\perp} = -\left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) [\vec{e}_z, F_{ro}] + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) [\vec{e}_z, \vec{\nabla}_{\perp} \phi] - \frac{1}{\omega_{He}} \partial_t [\vec{e}_z, \vec{V}_{\perp}] - \frac{1}{\omega_{He}} [\vec{e}_z, (\vec{V}_{\perp} \vec{\nabla}_{\perp}) \vec{V}_{\perp}],$$

$$\vec{\nabla}_{\perp} \varphi \equiv \vec{\nabla}_{\perp} \phi - F_{ro}. \quad (7)$$

Оставляя линейные слагаемые, получаем приближенно

$$\vec{V}_{\perp} \approx \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) [\vec{e}_z, \vec{\nabla}_{\perp} \varphi] + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}^2} \right) \partial_t \vec{\nabla}_{\perp} \varphi = \quad (8)$$

$$= \vec{V}_{\omega} + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) [\vec{e}_z, \vec{\nabla}_{\perp} \phi] + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}^2} \right) \partial_t \vec{\nabla}_{\perp} \phi.$$

Из (4, 8) получаем приближенное выражение для завихренности

$$\alpha \approx -\frac{2eF_{or}}{rm_e \omega_{He}} + \frac{e}{m_e \omega_{He}} \Delta_{\perp} \phi. \quad (9)$$

Здесь ϕ - электрический потенциал возмущения. Из (4), оставляя старшие слагаемые, получаем

$$d_t \left(\frac{\omega_{He}}{n_e} \right) \approx \left(\frac{\omega_{He}}{n_{oe}} \right) \partial_z V_z, \quad d_{io} V_z = \left(\frac{e}{m_e} \right) \partial_z \phi, \quad (10)$$

$$n_e = n_{oe} + \left(\frac{q_i}{e} \right) \delta n_i + \frac{\Delta \phi}{4\pi e}.$$

Выделяя движение конвективной ячейки по углу в скрещенных полях со скоростью $V_{v\theta}$ и производную по времени ∂_{τ} , получим

$$d_t = \partial_t + (\vec{V}_{\perp} \vec{\nabla}_{\perp}) - V_{v\theta} \nabla_{\theta}, \quad (11)$$

$$d_{io} = \partial_t + (V_{\omega} \nabla_{\theta}) - V_{v\theta} \nabla_{\theta} = \partial_t + \omega_{\omega} \partial_{\theta} - V_{v\theta} \nabla_{\theta}.$$

Из гидродинамических уравнений для возмущения плотности ионов, $\delta n_i = n_i - n_{io}$, получаем

$$\partial_t^2 n_i = n_{io} \left(\frac{q_i}{m_i} \right) \Delta \phi. \quad (12)$$

Рассмотрим развитие неустойчивости в линейном приближении. Тогда из (12) получаем

$$\delta n_i = -n_{io} \left(\frac{q_i}{m_i} \right) \frac{\Delta \phi}{\omega^2}, \quad (13)$$

ω - частота возмущения. Подставляя (13) в уравнение (10), получаем

$$\frac{\beta \Delta \phi}{4\pi e} = \delta n_e, \quad \beta = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}, \quad n_e = n_{oe} + \delta n_e. \quad (14)$$

В этом приближении из (10) получаем

$$d_t \left(\frac{\omega_{He}}{n_e} \right) = - \left(\frac{e \omega_{He}}{m_e n_{oe}} \right) \frac{ik_z^2 \phi}{(\omega - \ell_{\theta} \omega_{\omega})}, \quad \omega_{\omega} \equiv \frac{V_{\omega}}{r}, \quad (15)$$

k_z - продольный волновой вектор. Из (14), (15) получаем уравнение для ϕ

$$\left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}^2} \right) \nabla_{\theta} \phi \partial_r \omega_{He} + \beta (\partial_t \Delta \phi + \omega_{\omega} \partial_{\theta} \Delta \phi) = \frac{ik_z^2 \phi \omega_{pe}^2}{(\omega - \ell_{\theta} \omega_{\omega})}. \quad (16)$$

Из (16) находим аналогично [6], [7] и [8] линейное дисперсионное соотношение, описывающее развитие неустойчивости

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{(\ell_{\theta}/r) \partial_r (\omega_{pe}^2 / \omega_{He})}{(\omega - \ell_{\theta} \omega_{\omega}) k^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - \ell_{\theta} \omega_{\omega})^2} \frac{k_z^2}{k^2} = 0. \quad (17)$$

Под подвижными возмущениями будем иметь в виду те, у которых фазовая скорость, V_{ph} , близка к азимутальной скорости дрейфа электронов, $V_{ph} \approx V_{\omega}$. Для них из (17) в приближении $k_z = 0$, $\omega = \omega^{(o)} + \delta\omega$, $|\delta\omega| \ll \omega^{(o)}$ получаем

$$\omega^{(o)} = \omega_{pi} = \ell_{\theta} \omega_{\omega},$$

$$\delta\omega = i\gamma_q, \gamma_q \approx \left(\frac{1}{k} \right) \left[\left(\frac{\omega_{pi}}{2} \right) \left(\frac{\ell_{\theta}}{r} \right) \left(\partial_r \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \right) \right) \right]^{1/2}. \quad (18)$$

Из (18) видно, что частота возбуждаемых подвижных возмущений равна ионной плазменной частоте, ω_{pi} , а инкремент их возбуждения, γ_q , пропорционален корню квадратному из радиального градиента плотности плазмы $\sqrt{\partial_r n_o}$.

При получении (18) мы использовали неравенство

$$\left(\frac{F_{or}}{2\pi e n_{oe} \omega_{He}} \right) \left| \partial_r \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \right) \right| \ll \frac{m_e}{m_i}. \quad (19)$$

Оно выполняется при малой радиальной неоднородности n_o и сильном магнитном поле, $\frac{\omega_{He}}{\omega_{pe}} \gg 1$. Под

неподвижными возмущениями будем иметь в виду те, у которых фазовая скорость много меньше азимутальной скорости дрейфа электронов, $V_{ph} \ll V_{\omega}$. Для них из (17) в приближении $k_z = 0$ получаем

$$\gamma_s \approx \left(\frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \right) \left[\omega_{pi}^2 \ell_{\theta} \omega_{\omega} \right]^{1/3} \approx \left(\frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \right) \omega_{pi}^{2/3} \left[-V_{\omega} \partial_r \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \right) \right]^{1/6}, \quad (20)$$

$$k^2 = - \left(\frac{1}{V_{\omega}} \right) \partial_r \left(\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{He}} \right), \text{Re} \omega_s = \frac{\gamma_s}{\sqrt{3}}.$$

Здесь γ_s – инкремент возбуждения неподвижных возмущений малых амплитуд, $\text{Re} \omega_s$ – их вещественная часть частоты. Из (20) видно, что размеры возбуждаемых неподвижных возмущений обратно пропорциональны корню квадратному из радиального градиента плотности плазмы $\sqrt{\partial_r n_o}$. То есть, чем меньше радиальный градиент плотности плазмы, тем крупнее неподвижные конвективные ячейки. Из (20) видно также, что инкремент возбуждения неподвижных возмущений пропорционален корню кубическому из угловой частоты вращения электронов в скрещенных полях.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА

Опишем структуру подвижной конвективной ячейки в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью $\omega_{ph} \equiv \frac{V_{ph}}{r_q}$. Здесь r_q – радиус расположения подвижной конвективной ячейки. Рассмотрим цепочку по θ чередующихся конвективных ячеек (см. рис. 1).

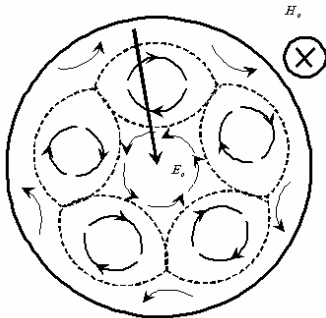


Рис. 1. Структура траекторий электронов в полях быстрых конвективных ячеек малой амплитуды.

Граница цепочки быстрых конвективных ячеек и траектории электронов в ее поле в системе отсчета, вращающейся с $\omega_{ph} \equiv \frac{V_{ph}}{r_q}$.

Пренебрегая нестационарными и нелинейными по ϕ членами, из (13) получаем следующее уравнение

$$\vec{V}_{\perp} = - \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) \left[\vec{e}_z, \vec{F}_{ro} \right] + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}} \right) \left[\vec{e}_z, \vec{\nabla}_{\perp} \phi \right], \quad (21)$$

описывающее квазистационарную динамику электронов. Из (21) получаем выражение для радиальной и азимутальной скоростей электронов

$$V_r = -\left(\frac{e}{m_e \omega_{He}}\right) \nabla_{\theta} \phi, V_{\theta} = V_{\theta 0} + \left(\frac{e}{m_e \omega_{He}}\right) \nabla_r \phi, V_{\theta 0} = -\frac{e F_{\theta r}}{m_e \omega_{He}}. \quad (22)$$

V_{θ} представим в виде суммы фазовой скорости возмущения, V_{ph} , и скорости азимутальных осцилляций электронов, δV_{θ} , в поле возмущения, $V_{\theta} = V_{ph} + \delta V_{\theta}$. Поскольку $V_{\theta} = r \frac{d\theta}{dt}$, представим $\frac{d\theta}{dt}$ в виде

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_1}{dt} + \omega_{ph}$. Тогда из (22) получим

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \left(\frac{e}{m_e}\right) \left[\frac{F_{ro}(r)}{r \omega_{He}(r)} - \frac{F_{ro}(r_q)}{r_q \omega_{He}(r_q)} \right] + \left(\frac{e}{r m_e \omega_{He}}\right) \partial_r \phi, \frac{dr}{dt} = -\left(\frac{e}{m_e \omega_{He} r}\right) \partial_{\theta} \phi. \quad (23)$$

При малых отклонениях r от r_q , учитывая первый ненулевой член разложения $\frac{F_{ro}(r)}{r \omega_{He}(r)}$ по $\delta r \equiv r - r_q$ в окрестности r_q и интегрируя (23), получим уравнение, описывающее осцилляторную динамику электронов в поле возмущения

$$(\delta r)^2 - \frac{4\phi_0}{r_q \omega_{He}(r_q) \partial_r (F_{ro}(r)/r \omega_{He}(r)) \Big|_{r=r_q}} = const. \quad (24)$$

Из (24) можно показать, что горб электрического потенциала захватывает электроны, образуя конвективную ячейку. Определим границу конвективной ячейки, которая разделяет захваченные электроны, образующие ячейку и движущиеся по замкнутым траекториям, а также пролетные электроны, движущиеся вне границы ячейки и осциллирующие в ее поле. Из (24) следует радиальный размер конвективной ячейки-полости электронов

$$\delta r_h \approx 2 \left[\frac{2\phi_0}{r_q \omega_{He}(r_q) \partial_r (F_{ro}(r)/r \omega_{He}(r)) \Big|_{r=r_q}} \right]^{1/2}. \quad (25)$$

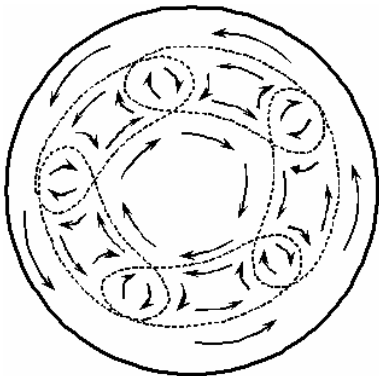


Рис. 2. Структура быстрых конвективных ячеек больших амплитуд с противотоками электронных траекторий в областях сгустков электронов.

Граница цепочки быстрых конвективных ячеек и траектории электронов в ее поле в системе отсчета, вращающейся с $\omega_{ph} \equiv \frac{V_{ph}}{r_q}$.

Для больших амплитуд подвижных конвективных ячеек в областях сгустков электронов образуются противотоки. Можно показать, что в системе, вращающейся с угловой скоростью ω_{ph} , электроны, захваченные полостью электронов, и электроны, образующие сгусток электронов, вращаются в противоположные стороны (см. рис. 2). А именно, электроны, образующие сгусток электронов, вращаются по часовой стрелке. Отметим, что в лабораторной системе все электроны дрейфуют по θ в скрещенных полях с угловой скоростью, равной $\frac{V_{\theta 0}}{r}$, также по часовой стрелке. Также можно показать, что электроны, находящиеся вне границы конвективной ячейки на больших радиусах, отстают от конвективной ячейки. Электроны же, находящиеся вне

границы конвективной ячейки на малых радиусах, обгоняют ячейку. Конвективная ячейка -полость вращается в системе, вращающейся с частотой ω_{ph} , в ту же сторону, что и невозмущенная плазма. Конвективная ячейка-сгусток вращается в сторону противоположную вращению невозмущенной плазмы при $\delta n_e > \Delta n \equiv n_{oe} - n_{oi}$.

Для границы конвективной ячейки-полости электронов, используя (24), из условия $\delta r|_{\phi=\phi_o} = \delta r_{cl}$ получаем выражение

$$\delta r = \pm \left[\frac{4(\phi + \phi_o)}{r_q \omega_{He}(r_q) \partial_r (F_{ro}(r)/r \omega_{He}(r))|_{r=r_q}} + (\delta r_{cl})^2 \right]^{1/2}. \quad (26)$$

Здесь δr_{cl} – радиальная ширина конвективной ячейки-сгустка электронов. Выражение (26) описывает движение электронов по границе конвективной ячейки. Из (26) следует радиальный размер конвективной ячейки-полости электронов

$$\delta r_{cl} = \pm \left[(\delta r)^2 - \frac{4(\phi + \phi_o)}{r_q \omega_{He}(r_q) \partial_r (F_{ro}(r)/r \omega_{He}(r))|_{r=r_q}} \right]^{1/2}. \quad (27)$$

Как видно из (27), радиальный размер конвективной ячейки-полости электронов больше δr_{cl} . Также видно, что радиальный размер конвективной ячейки обратно пропорционален $[r_q \omega_{He}(r_q) \partial_r (F_{ro}(r)/r \omega_{He}(r))]^{1/2}$ и пропорционален $\sqrt{\phi_o}$. То есть радиальный размер конвективной ячейки существенно зависит от радиального градиента и от амплитуды конвективной ячейки.

Рассмотрим конвективную ячейку, фазовая скорость которой, V_{ph} , значительно меньше дрейфовой скорости электронов, $V_{ph} \ll V_{\theta o}$. Поскольку для этой конвективной ячейки выполняется неравенство $V_{ph} \ll V_{\theta o}$, то в отличие от случая подвижной конвективной ячейки все электроны обгоняют неподвижную конвективную ячейку небольшой амплитуды. Во всей системе α имеет одинаковый знак, $\alpha > 0$. Радиальное электрическое поле, создаваемое конвективной ячейкой меньше, чем радиальное электрическое поле, $E_{rv} < E_{or}$. Тогда во всей системе азимутальные скорости электронов имеют одинаковый знак и не возникает противотоков электронов. У неподвижной конвективной ячейки малой амплитуды нет сепаратрисы. Все электроны в случае неподвижной конвективной ячейки небольшой амплитуды в лабораторной системе вращаются по часовой стрелке. Это также определяется тем, что для небольших амплитуд во всей системе α имеет одинаковый знак, $\alpha > 0$.

Для описания пространственной структуры траекторий электронов в поле неподвижной конвективной ячейки малой амплитуды воспользуемся уравнениями (22). Используя в них соотношение $V_\theta = r \frac{d\theta}{dt}$ и исключая θ , получим следующее выражение, описывающее траектории электронов в поле цепочки по θ неподвижных конвективных ячеек небольших амплитуд

$$r^2 + \frac{\phi}{\pi e \Delta n} = const. \quad (28)$$

Из (28) получим для границы ячейки $r(\theta)$

$$r = \left[r_s^2 + \frac{2(\phi_o - \phi)}{\pi e \Delta n} \right]^{1/2}. \quad (29)$$

В случае малых амплитуд это выражение принимает вид

$$\delta r \equiv r - r_s = \frac{(\phi_o - \phi)}{\pi e \Delta n r_s}. \quad (30)$$

Таким образом, получаем радиальный размер неподвижной конвективной ячейки

$$\delta r_s \equiv r \Big|_{\phi=-\phi_0} - r_s = \left[r_s^2 + \frac{4\phi_0}{\pi e \Delta n} \right]^{1/2} - r_s. \quad (31)$$

В случае малых амплитуд это выражение принимает вид

$$\delta r \approx \frac{2\phi_0}{\pi e \Delta n r_s}. \quad (32)$$

Выражение (28) описывает радиальное положение электронов через зависимость электрического потенциала $\phi(\theta, r)$ от θ и r . Полезно также представить радиальное положение электронов через зависимость возмущения плотности электронов $\delta n_e(\theta, r)$ от θ и r . Для этого из (15) в пренебрежении k_z получим уравнение

$$d_t \left(\frac{\omega_{He}}{n_e} \right) \approx 0, \quad d_t = \partial_t + (\vec{V}_\perp \nabla_\perp) - V_{ph} \nabla_\theta. \quad (33)$$

Из него приближенно получаем уравнение, описывающее неподвижную конвективную ячейку малой амплитуды

$$\frac{dr}{dt} \approx -\omega_{He} \left[\partial_r \left(\frac{\omega_{He}}{n_e} \right) \right]^{-1} \left[\partial_t - V_{ph} \nabla_\theta + V_{\theta 0} \nabla_\theta \right] \frac{1}{(n_{oe} + \delta n_e)}, \quad \frac{d\theta}{dt} \approx V_{\theta 0}. \quad (34)$$

Отсюда следует

$$r - \delta n_e \left[\omega_{He}(r_s) \partial_r (n_{oe}(r) / \omega_{He}(r)) \Big|_{r=r_s} \right]^{-1} = const \quad (35)$$

или

$$\delta r \equiv r - r_s \approx \delta n_e \left[\omega_{He}(r_s) \partial_r (n_{oe}(r) / \omega_{He}(r)) \Big|_{r=r_s} \right]^{-1}. \quad (36)$$

Из (36) видно, что размах радиальных осцилляций электронов при данной амплитуде возмущения плотности электронов тем больше, чем меньше радиальный градиент плотности электронов. Поскольку на $r = r_s$, $\delta n(r = r_s) = 0$, то по ней электрон движется с $V_{\theta 0}$ без радиальных возмущений. При $r > r_s$ происходит положительное радиальное смещение, а при $r < r_s$ - отрицательное радиальное смещение электронов.

Структура неподвижных конвективных ячеек изменяется при больших амплитудах $E_{rv} > E_{or}$, когда α перестает иметь одинаковый знак, $\alpha > 0$, во всей системе. А именно, при больших амплитудах, определяемых неравенством $E_{rv} > E_{or}$, в областях пространства, где располагаются полости электронов, α принимает противоположный знак, $\alpha < 0$. Тогда в этих областях электроны вращаются в направлении, противоположном их вращению в скрещенных полях. Другими словами по оси, соединяющей конвективную ячейку-полость и конвективную ячейку-сгусток, выполняется неравенство $E_{rv} > E_{or}$, и возникает азимутальный противоток электронов. Тогда в некоторых областях электроны вращаются в направлении, противоположном их вращению в скрещенных полях. Неподвижная конвективная ячейка - дипольное возмущение плотности электронов, разделенное по радиусу. В отличие от случая подвижной конвективной ячейки все электроны, находящиеся вне границы неподвижной конвективной ячейки большой амплитуды, обгоняют ее, поскольку выполняется неравенство $V_{ph} \ll V_{\theta 0}$.

КОНВЕКТИВНО-ДИФФУЗИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Для реализуемых в настоящее время в УТС отношении $\frac{\omega_{pe}}{\omega_{He}}$ и E_r левая часть неравенства (19) мала. Это

означает, что должны формироваться быстрые конвективные ячейки. Тогда для конечных, но не очень больших амплитуд конвективные ячейки будут представлять собой полости электронов. Поэтому далее рассмотрим конвективный перенос, реализуемый конвективными ячейками-полостями электронов.

В случае малых амплитуд траектории электронов стохастичны. При достижении больших амплитуд, когда частота, Ω , осцилляций электронов в конвективной ячейке превышает инкремент его возбуждения, $\gamma < \Omega(t)$,

ячейка изменяет в своей окрестности градиент плотности электронов ∇n_e , который усиливает соседние ячейки. При этом на границах ячейки возникают укручения $n_e(r)$ (см. рис. 3). На этих укручениях инкременты возбуждения соседних ячеек значительно больше инкремента, определяемого невозмущенным ∇n_e . Таким образом, возникает упорядочение ячеек (см. рис.4). Оно обеспечивает более быстрый перенос электронов.

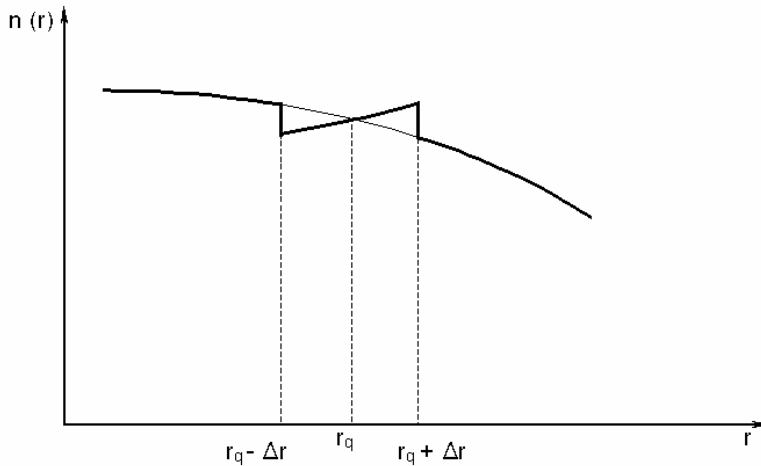


Рис. 3. Изменение радиального профиля плотности одной конвективной ячейкой за половину периода осцилляции захваченных ею электронов, Δr - радиальная полуширина конвективной ячейки

Внутри границ ячейки происходит упорядоченное конвективное движение электронов. Однако на них оказывают влияние окружающие поля, особенно в окрестности границ ячейки. Также важна нестационарность амплитуд ячеек. Поэтому вместо усредненной $n_{oe}(t, \vec{r})$, которая не учитывает корреляции, введем четыре усредненных по мелкомасштабным осцилляциям плотности электронов $n_{ke}(t, \vec{r})$: $n_{1e}(t, \vec{r})(n_{2e}(t, \vec{r}))$ – усредненная плотность электронов, находящихся в глубине ячейки на $r > r_v$ ($r < r_v$); $n_{3e}(t, \vec{r})(n_{4e}(t, \vec{r}))$ – усредненная плотность электронов, находящихся около границы ячейки на $r > r_v$ ($r < r_v$). Важность введения разных $n_{ke}(t, \vec{r})$ определяется еще тем, что угловые скорости вращения электронов внутри ячейки разные в зависимости от расстояния от ее оси. Также в двух центральных областях конвективных ячеек реализуются еще и следующие процессы: постепенное перемещение и стремление к плато $n_e(r)$ из-за разброса угловых скоростей вращения электронов; при формировании в определенные моменты времени укручений на $n_e(r)$ при осцилляциях в областях 1 и 2 происходит ускоренная диффузия и обмен электронами между областями 1 и 3 (коэффициент β), а также между областями 2 и 4, за счет чего также происходит выполаживание $n_e(r)$. В моменты расстраивания упорядочения конвективных ячеек за счет разности их скоростей и за счет изменения их амплитуд со временем в областях 3 и 4 происходит стохастическое выполаживание $n_e(r)$.

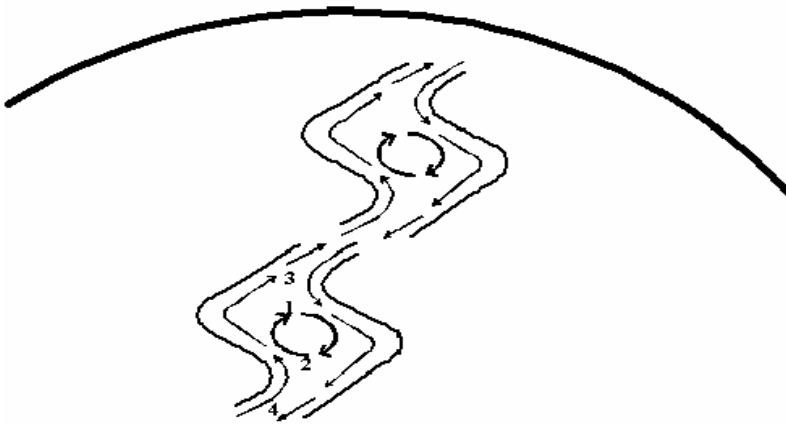


Рис. 4. Упорядоченная цепочка конвективных ячеек и траектории электронов в ее поле

Из вышесказанного имеем приближенно

$$\begin{aligned}
n_1(t, r) &= (1 - \psi)n_2(t - \tau, r) + \psi n_3(t - \tau, r), \\
n_2(t, r) &= (1 - \psi)n_1(t - \tau, r) + \psi n_4(t - \tau, r), \\
n_3(t, r) &= \beta \psi n_1(t - \tau, r) + \beta(1 - \psi)n_3(t - \tau, r - \Delta r) + \frac{(1 - \beta)}{2}[n_3(t - \tau, r) + n_4(t - \tau, r)], \\
n_4(t, r) &= \beta \psi n_2(t - \tau, r) + \beta(1 - \psi)n_4(t - \tau, r + \Delta r) + \frac{(1 - \beta)}{2}[n_3(t - \tau, r) + n_4(t - \tau, r)].
\end{aligned} \tag{37}$$

ψ - коэффициент перемешивания за счет несовершенного упорядочения, влияния флуктуаций, роста амплитуд со временем, разности характерных времен электронов. Из этих соотношений видно, что в окрестностях границ ячеек формируются скачки n_e (см. рис. 3). Следовательно, на этих укрупнениях n_e возбуждаются новые ячейки с наибольшими инкрементами. Это приводит к упорядочению конвективных ячеек. Из этих уравнений с учетом старших членов разложения имеем

$$\begin{aligned}
n_1 + \tau \partial_t n_1 &= (1 - \psi)n_2 + \psi n_3, \\
n_2 + \tau \partial_t n_2 &= (1 - \psi)n_1 + \psi n_4, \\
n_3 + \tau \partial_t n_3 &= \beta \psi n_1 + \beta(1 - \psi)n_3 - \beta(1 - \psi)\Delta r \partial_r n_3 + \frac{(1 - \beta)}{2}(n_3 + n_4), \\
n_4 + \tau \partial_t n_4 &= \beta \psi n_2 + \beta(1 - \psi)n_4 + \beta(1 - \psi)\Delta r \partial_r n_4 + \frac{(1 - \beta)}{2}(n_3 + n_4).
\end{aligned} \tag{38}$$

Введем $\bar{n} = \frac{n_3 + n_4}{2}$, $\delta n = n_3 - n_4$, $\bar{N} = \frac{n_1 + n_2}{2}$, $\delta N = n_1 - n_2$. Тогда получаем

$$\begin{aligned}
\tau \partial_t \bar{n} &= \beta \psi (\bar{N} - \bar{n}) - \frac{\beta}{2}(1 - \psi)\Delta r \partial_r \delta n, \\
\tau \partial_t \delta n + [1 - \beta(1 - \psi)]\delta n &= \beta \psi \delta N - 2\beta(1 - \psi)\Delta r \partial_r \bar{n}, \\
\tau \partial_t \bar{N} &= \psi (\bar{n} - \bar{N}), \quad \tau \partial_t \delta N + (2 - \psi)\delta N = \psi \delta n.
\end{aligned} \tag{39}$$

Из этих уравнений получаем

$$\tau^2 \partial_t^2 \delta n + \tau \partial_t [(1 - \beta(1 - \psi))\delta n - \beta \psi \delta N] = -2\beta(1 - \psi)\Delta r \partial_r \left[\beta \psi (\bar{N} - \bar{n}) - \frac{\beta}{2}(1 - \psi)\Delta r \partial_r \delta n \right]. \tag{40}$$

Вначале эволюции упорядоченной совокупности ячеек, когда $\bar{N} \approx \bar{n}$ и $\delta N \approx \delta n$ получаем конвективно-диффузионное уравнение [5]

$$\tau^2 \partial_t^2 \delta n + (1 - \beta)\tau \partial_t \delta n = \beta^2 (1 - \psi)^2 (\Delta r)^2 \partial_r^2 \delta n. \tag{41}$$

В предельном случае пренебрежения первым слагаемым в (41) получаем квазилинейное диффузионное уравнение низкочастотных вихревых возмущений в скрещенных полях. Квазилинейная теория эволюции сравнительно высокочастотных диокотронных вихревых возмущений в скрещенных радиальном электрическом и продольном магнитном полях построена в [9].

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Исследуем параметры, когда не возбуждаются конвективные ячейки и аномальный перенос подавлен. Покажем, что конвективные ячейки не возбуждаются, если величина магнитного поля близка к оптимальной, которая будет получена ниже.

Итак, рассмотрим такую амплитуду электронного вихревого возмущения, при которой магнитная сила больше не удерживает электроны ячейки, вращающиеся вокруг ее оси, по замкнутой траектории, и электроны могут двигаться поперек магнитного поля. Другими словами, электронный сгусток ячейки получает возможность расширяться поперек магнитного поля. Тем самым прекращается бунчирование электронов. Таким образом, из условия нарушения баланса сил, обеспечивающих движение электронов по замкнутым траекториям, можно найти амплитуду насыщения конвективной ячейки, ϕ_{sm} .

$$m_e \frac{V_\theta^2}{r} - eE_r \geq m_e \omega_{He} V_\theta \quad (42)$$

Здесь E_r – электрическое поле в системе и электрическое поле ячейки, возмущение плотности электронов в которой равно δn_{ev} , а V_θ – азимутальная скорость электронов. Отсюда следует, что электроны ячейки при выполнении неравенства $\omega_{pe}^2 \frac{(\delta n_{ev} + \Delta n)}{n_{oe}} \geq \frac{\omega_{He}^2}{2}$ получают возможность двигаться поперек магнитного поля.

При этом ячейка получает возможность расширяться поперек магнитного поля. Тем самым, используя уравнение Пуассона, находим, что амплитуда конвективной ячейки стабилизируется при [6]

$$\phi_{sm} \approx \left(\frac{m_e}{ek^2} \right) \left[\frac{\omega_{He}^2}{2} - \frac{2eE_{ro}}{m_e r} \right]. \quad (43)$$

Из этого соотношения видно, что если электрическое и магнитное поля близки к оптимальным, а именно $\omega_{He} = \sqrt{\frac{4eE_{ro}}{m_e r}}$, то конвективные ячейки не возбуждаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, при развитии неустойчивости за счет радиального градиента плотности в скрещенных электрическом и магнитном полях в установках УТС может возникнуть упорядочение конвективных ячеек. Оно обеспечивает аномальный перенос частиц. Построена пространственная структура этих конвективных ячеек. Радиальные размеры этих конвективных ячеек зависят от их амплитуд и существенно зависят от радиального градиента плотности. Наблюдающиеся пальцы плотности могут быть объяснены формированием этих конвективных ячеек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pedersen T.S., Michelsen P.K., Rasmussen J.J. Resistive coupling in drift wave turbulence // Plasma Phys. Control. Fusion. - 1996. - V.38. - P.2143 - 2154.
2. Levy R.H., Hockney R.W. Computer experiments on low-density crossed-field electron beams // The Physics of Fluids. 1968. - V. 11. - N4. - P.766 - 771.
3. Кервалишвили Н.А. Нелинейные регулярные структуры в заряженной электронной плазме в скрещенных $E \perp H$ полях // ЖТФ. - 1990. - Т.60. - С.78 - 84.
4. Гончаров А.А. и др. Статистические и динамические свойства сильноточной плазменной линзы // Физика плазмы. - 1994. - Т.20. - С.499 - 505.
5. Бакай А.С., Сигов Ю.С. О бесстолкновительной релаксации плазмы с неустойчивой функцией распределения электронов // ДАН СССР. - 1977. - Т.237. - С.1326 - 1329.
6. Гончаров А.А., Маслов В.И. Вихревая динамика электронов в сильноточной плазменной линзе // Физика плазмы. - 2004. - Т.30. - С.713 - 721.
7. Петвиашвили В.И., Похотелов О.А. Уединенные вихри в плазме // Физика плазмы. - 1986. - Т.12. - С.1127 - 1143.
8. Ларичев В.Д., Резник Г.М. О двумерных уединенных волнах Россби // ДАН СССР. - 1976. - Т.321. - С.1077 - 1079.
9. Гордиенко И.Я., Егоренков В.Д., Степанов К.Н. Квазилинейная теория резонансной диокотронной неустойчивости взаимопроникающих электронных пучков // Физика плазмы. - 1991. - Т.17. - С.453-462.

RADIAL CONVECTIVE-DIFFUSION TRANSPORT, DEFINED BY PARTIALLY ORDERED CONVECTIVE DYNAMICS OF ELECTRONS

S.V. Barchuk, E.D. Volkov, V.I. Lapshin, V.I. Maslov

NSC Kharkov Institute of Physics and Technology, Kharkov 61108, Ukraine

E-mail: lapshin@kipt.kharkov.ua

It is shown in this paper that during development of the instability in crossed electric and magnetic fields in thermonuclear devices the ordered motion of convective cells (or large scale vortices) could appear due to radial density gradient. This correlation between vortices provides anomalous radial particle transport. The convective electron dynamics is described. The linear dispersion equation for signed vortices and the convective-diffusion equation for ordered structure of convective cells are obtained. The space structure of such convective cells is also obtained. Radial dimension of these cells depends on its amplitude and radial density gradient.

KEY WORDS: anomalous radial transport, regulating of convective cells, convective-diffusion equation, vortical electron dynamics