УДК 658.51.012

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭКОНОМИКО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С МАССОВЫМ ВЫПУСКОМ ПРОДУКЦИИ

В.П. Демуцкий[1], О.М. Пигнастый[2], В.Д. Ходусов[1], М.Н. Азаренкова[1]
[1]*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,*
Физико-технический факультет, 61108, Харьков, пр. Курчатова 31, demutskie@mail.ru,
[2]*НПФ Технология, 61170, Харьков, ул. Котлова 10/12, E-mail: techpom@online.kharkov.ua*
Поступила в редакцию 10 декабря 2005 г.

Построена математическая модель экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции. Состояние производственной системы в любой момент времени задается точкой в двумерном фазовом пространстве. Введена функция распределения для базового продукта и для нее записано уравнение, являющееся аналогом кинетического уравнения в физике. Определены инженерно-производственная и генераторные функции. В нулевом приближении записана замкнутая система уравнений для моментов функции распределения. Для замкнутой системы уравнений состояния макропараметров производственной системы получены уравнения возмущенного состояния. Записаны условия устойчивости функционирования производственной системы. Определена взаимосвязь между заделом и темпом перемещения базовых продуктов вдоль технологической цепочки, обеспечивающая устойчивое функционирование технологического процесса.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: синергетика, базовый продукт, микроскопическое описание, функция распределения, инженерно-производственная функция, генераторная функция, уравнения балансов

Возникшая с целью отрицания трудовой теории стоимости математическая экономика в первую очередь сосредоточила свое внимание на микроэкономике: теории потребительского бюджета и теории предприятия, где в рамках микроэкономической теории фирма определяется как некоторая система, производящая затраты экономических факторов (таких как труд, капитал, сырье и материалы) для изготовления продукции и услуг. Задача рационального ведения хозяйства, с которой встречается предприятие, заключается в определении количества продукции и в расчете необходимых для ее выпуска затрат с учетом технологической связи между ними и заданными ценами на затраты и на производимую продукцию [1].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Функционирование современного предприятия с массовым выпуском продукции может быть представлено в виде стохастического процесса, в ходе которого производственная система переходит из одного состояния в другое [2 с.178]. Состояние системы можно определить как состояние общего числа N базовых продуктов производственной системы. Под базовым продуктом (или предметом труда) будем понимать элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья, материалов и орудий труда в ходе его движения по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит превращение исходного сырья и материалов в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно полезного труда. Поведение базового продукта подчиняется определенным законам в соответствии с установленным на предприятии технологическим процессом, производственным планом, наличием трудовых ресурсов и оборудования. Состояние базового продукта будем описывать микроскопическими величинами $\left(S_j, \mu_j\right)$, где S_j (грн) и $\mu_j = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\left(\Delta S_j / \Delta t\right)$(грн/час) соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенные производственной системой на j-й базовый продукт, $0 < j \le N$. Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микроскопические величины $\left(\mathrm{S}_1, \mu_1; .... \mathrm{S}_\mathrm{N}, \mu_N\right)$, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния базовых продуктов:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d\mu_j}{dt} = f_j(t,S), \tag{1}$$

где $f_j(t,S)$ - инженерно-производственная функция [3]. Вместо того, чтобы рассматривать состояние производственной системы с микровеличинами $\left(\mathrm{S}_1, \mu_1; .... \mathrm{S}_\mathrm{N}, \mu_N\right)$, введем соответствующим образом нормированную функцию распределения N базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)$. Разобьем фазовое пространство на такое число ячеек, чтобы размеры ячейки $\Delta\Omega = \Delta \mathrm{S} \cdot \Delta\mu$ были много меньше характерных размеров производственной системы и в то же время содержали внутри себя большое число базовых продуктов.

Вместо того, чтобы фиксировать точные значения микроскопических величин базового продукта, будем приближенно характеризовать состояние производственной системы числом базовых продуктов в каждой ячейке $\Delta\Omega$. Если размеры ячейки достаточно малы, то приближенное описание будет нести в себе почти столь же подробную информацию, что и точное. Таким образом, мы приходим к необходимости наряду с основным пределом при $N \to \infty$ рассматривать и предельный случай при стремящихся к нулю размерах ячейки. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число базовых продуктов в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового пространства (S,μ), мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ базового продукта со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$ [3]:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\frac{\partial\chi}{\partial S}\cdot\ \mu+\frac{\partial\chi}{\partial\mu}\cdot\ f(t,S)=\mathrm{J}(t,S,\mu)\,. \qquad (2)$$

Скорость изменения затрат μ базового продукта и функция $f(S)$ может быть найдена из системы уравнений состояния базового продукта (1):

$$\frac{\partial\chi}{\partial t}+\frac{dS}{dt}=\mu; \qquad \frac{d\mu}{dt}=f(t,S)\,,. \qquad (3)$$

а генераторная функция $\mathrm{J}(t,S,\mu)$ определяется плотностью оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [3]. Функция $\mathrm{J}(t,S,\mu)$ при $t\to\infty$ стремится свести начальное распределение базовых продуктов по скоростям изменения затрат к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Будем считать функцию $\chi(t,S,\mu)$ нормированной

$$\int\limits_0^\infty d\mathrm{S}\cdot\int\limits_0^\infty d\mu\cdot\chi(t,S,\mu)=N(t)\,. \qquad (4)$$

Инженерно-производственная функция $f(t,S)$ определяется из документооборота предприятия: таблиц норм расходов сырья (материалов), нормативных цен на сырье (материалы), сменных норм и расценок за выполнение работником технологических операций. Выразив в денежном выражении из документооборота предприятия стоимость затрат сырья, потребляемого в ходе технологической операции, расценку и время выполнения технологической операции, можно в табличном виде получить зависимость для скорости изменения затрат $\mu_\kappa=\mu(t_\kappa)$ при движении базового продукта вдоль технологической цепочки: $f(t,S)=\lim\limits_{\Delta t_k\to 0}\left(\Delta\mu_k/\Delta t_k\right)$. По своему смыслу инженерно-производственная функция представляет собой некий аналог силы, перемещающий базовый продукт вдоль технологической цепочки производственного процесса. При таком перемещении на базовый продукт оказывается воздействие со стороны орудий труда. Оборудование воздействует на базовый продукт, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования базовый продукт будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия со стороны технологического оборудования на базовый продукт будем обозначать $[\mu\to\tilde{\mu}]$, где μ и $\tilde{\mu}$ - соответственно скорости изменения затрат, которые несет базовый продукт до и после воздействия. Полное же количество базовых продуктов, находящихся в единице объема фазового пространства и испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования, можно написать в виде произведения потока базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность для каждого из них испытать воздействие $[\mu\to\tilde{\mu}]$ в некотором малом элементе $d\Omega$ фазового пространства (S,μ). Что касается вероятности испытать воздействие $[\mu\to\tilde{\mu}]$, то о ней можно, по крайней мере, утверждать, что вероятности испытать воздействие пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda_{оборуд}$ вдоль технологической цепочки. Таким образом, число базовых продуктов, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах $(\tilde{\mu};\tilde{\mu}+d\tilde{\mu})$, можно написать в виде

$$\psi[\mu\to\tilde{\mu}]\cdot\lambda_{оборуд}\cdot\mu\cdot\chi(t,S,\mu)\cdot d\tilde{\mu}\cdot d\mathrm{S}\cdot d\mu\,, \qquad (5)$$

где $\psi[\mu\to\tilde{\mu}]$ - функция, определяемая паспортными данными работы технологического оборудования. Некоторые свойства этой функции могут быть получены из весьма общих соображений, если представить, что полная вероятность перехода в любое состояние равна единице:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot d\tilde{\mu} = 1. \tag{6}$$

Наряду с этим в элемент объема $dS \cdot d\mu$ поступают базовые продукты из объема $dS \cdot d\tilde{\mu}$ посредством обратного перехода $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ в количестве:

$$\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} \cdot dS \cdot d\mu, \tag{7}$$

а общее число базовых продуктов в элементе объема $d\Omega$ изменяется в единицу времени на величину:

$$d\Omega \cdot J = d\Omega \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \int_0^\infty \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu}. \tag{8}$$

Принимая во внимание нормировочное свойство (6) функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$, уравнение (2) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(S) = \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\}. \tag{9}$$

В большинстве интересных с практической точки зрения случаях функция $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ не зависит от состояния базового продукта до испытания воздействия $\tilde{\mu}$ со стороны технологического оборудования, что приводит к упрощению интегро-дифференциального уравнения (9):

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(S) = \lambda_{оборуд} \cdot \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\}. \tag{10}$$

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАКРОПАРАМЕТРОВ ЭКОНОМИКО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ С МАССОВЫМ ВЫПУСКОМ ПРОДУКЦИИ

Нулевой $\int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = [\chi]_0$ и первый $\int_0^\infty d\mu \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu) = [\chi]_1 = \langle \mu \rangle \cdot [\chi]_0$ моменты функции распределения имеют простую производственную интерпретацию: заделы базовых продуктов и их темп движения вдоль технологической цепочки. С помощью моментов функции распределения можно записать систему уравнений для описания макровеличин производственной системы. Умножив уравнение (10) соответственно на 1, μ, $\mu^2/2$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим уравнения балансов [4 с.196]:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = \int_0^\infty d\mu \cdot J, \\
\frac{\partial [\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial \left(\langle \mu \rangle^2 \cdot [\chi]_0 \right)}{\partial S} = -\frac{\partial P}{\partial S} + f(S) \cdot [\chi]_0 + \int_0^\infty d\mu \cdot \mu \cdot J, \\
\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\langle \mu \rangle^2 \cdot [\chi]_0}{2} + \frac{P}{2} \right\} + \frac{\partial}{\partial S} \left(\langle \mu \rangle \cdot \left\{ \frac{\langle \mu \rangle^2 \cdot [\chi]_0}{2} + \frac{3 \cdot P}{2} \right\} + \Theta \right) = f(S) \cdot [\chi]_1 + \int_0^\infty d\mu \cdot \frac{\mu^2}{2} \cdot J,
\end{gathered} \tag{11}$$

в которых $\int_0^\infty d\mu \cdot (\mu - \langle \mu \rangle)^2 \cdot \chi = P(t,S)$; $\int_0^\infty d\mu \cdot (\mu - \langle \mu \rangle) \cdot \chi (\mu - \langle \mu \rangle)^2 / 2 = \Theta(t,S)$.

Уравнения балансов (11), представляющие собой уравнения заделов, темпа и дисперсии базовых продуктов вдоль технологической цепочки, незамкнуты. Возможность получения замкнутой системы уравнений основана на свойствах функции $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ и наличии малого параметра $Kv = l_{св}/\xi << 1$ [3], представляющего собой отношение длины свободного движения $l_{св}$ базовых продуктов вдоль технологической цепочки между единицами оборудования к характерному размеру технологической цепочки. В нулевом приближении по малому параметру $Kv << 1$ имеем

$$J = \sum_{m=0}^{\infty} (Kv)^m \cdot J_m ; \qquad J_0 = \lambda_{оборуд} \cdot \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\} = 0 \qquad (12)$$

и из уравнения балансов (11) следует замкнутая система уравнений для описания производственной системы

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial([\chi]_0 \cdot \langle\mu\rangle)}{\partial S} = 0;$$

$$\frac{\partial\langle\mu\rangle}{\partial t} + \langle\mu\rangle \cdot \frac{\partial\langle\mu\rangle}{\partial S} = -\frac{1}{[\chi]_0} \cdot \frac{\partial \mathrm{P}(t,S)}{\partial S} + f(t,S);$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \mathrm{P}(t,S)}{\partial t} + P \cdot \frac{\partial\langle\mu\rangle}{\partial S} + \frac{\partial\Theta_\Psi}{\partial S} = 0, \qquad (13)$$

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} + \frac{\partial\chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial\chi}{\partial\mu} \cdot f(t,S) = \mathrm{J}(t,S,\mu),$$

где

$$\Theta_\Psi = \langle\mu\rangle \cdot \left\{ \frac{[\chi]_0 \cdot \sigma_\psi{}^2}{2} + \frac{[\chi]_0 \cdot (\mu_\psi - \langle\mu\rangle)^2}{2} \right\}, \qquad \Theta(t,S) = \Theta_\Psi(t,S) - \frac{\langle\mu\rangle}{2} \cdot P,$$

а μ_ψ и $\sigma_\psi{}^2$ определены как $\int_0^\infty \mu \cdot \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot d\tilde{\mu} = \mu_\psi$; $\int_0^\infty (\mu - \mu_\psi)^2 \cdot \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot d\tilde{\mu} = \sigma_\psi{}^2$ и задаются паспортными данными оборудования. Если положить заданным темп базовых продуктов $[\chi]_1(t,S)$ вдоль технологической цепочки, то в качестве частного случая из системы уравнений (13) получаем известное в кибернетической экономике уравнение уровня Форрестера [5 с.170].

УСТОЙЧИВОСТЬ МАКРОПАРАМЕТРОВ ЭКОНОМИКО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ С МАССОВЫМ ВЫПУСКОМ ПРОДУКЦИИ

Хорошо известно, что влияние малых возмущающих факторов на поведение производственно-сбытовой системы будет не одинаковым для различных процессов. На одни технологические процессы это влияние незначительно, так как возмущенное состояние мало отличается от невозмущенного. Напротив, на других технологических процессах влияние возмущений сказывается весьма значительно, как бы ни были малы возмущающие воздействия. Так как возмущающие факторы всегда существуют неизбежно, то становится понятным, что задача устойчивости производственного процесса приобретает очень важное теоретическое и практическое значение. Исследование устойчивости производственного процесса будем рассматривать через макропараметры производственной системы с массовым выпуском продукции: заделы $[\chi]_0$ и темп перемещения базовых продуктов $[\chi]_1$ от одной технологической операции к другой. Под возмущающими факторами будем понимать воздействия, не учитываемые при описании производственного процесса вследствие их малости по сравнению с основными факторами, влияющими на производство и выпуск продукции. Они могут действовать как мгновенно (что сведется к малому изменению начального состояния производственной системы), так и непрерывно (что будет означать: составленные уравнения производственного процесса отличаются от истинных на некоторые малые поправочные члены, не учтенные в уравнениях производственного процесса). Система уравнений (13) для макропараметров производственной системы может быть сведена к виду:

$$\frac{\partial[\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad (14)$$

$$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial[\chi]_2}{\partial S} = f(S) \cdot [\chi]_0, \qquad [\chi]_2 = [\chi]_1 \cdot \left({[\chi]_{1\psi}} \big/ {[\chi]_0} \right), \qquad (15)$$

где $[\chi]_2$ представляет собой второй момент функции распределения $\chi(t,S,\mu)$ базовых продуктов по скоростям изменения затрат μ, а макровеличина $[\chi]_{1\psi}$ задается паспортными данными оборудования [3].

Пусть системе уравнений (14) для описания производственного процесса соответствует невозмущенное решение

$$[\chi]_0^* = [\chi]_0^*(t,S); \quad [\chi]_1^* = [\chi]_1^*(t,S). \qquad (16)$$

Решение (16) системы уравнений (2) соответствует плановым показателям производственного процесса. Производственный план выражает баланс между темпом движения базовых продуктов вдоль технологической цепочки и требуемым месячным выпуском продукции. Пусть наблюдаемые производственной или диспетчерской службой макровеличины: технологические заделы $[\chi]_0$ и темп движения базовых продуктов вдоль технологической цепочки $[\chi]_1$, получат случайные малые возмущения $[y]_0$, $[y]_1$ относительно своего невозмущенного состояния (16):

$$[y]_0=[\chi]_0-[\chi]_0^*; \qquad [y]_1=[\chi]_1-[\chi]_1^*. \tag{17}$$

Линеаризуем систему уравнений макропараметров производственной системы (14), (15) относительно малых возмущений (17) в окрестности невозмущенного состояния (16):

$$\begin{gathered}\frac{\partial[y]_0}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}=0,\\ \frac{\partial[y]_1}{\partial t}+\frac{\partial[y]_1}{\partial S}\cdot \mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}+[y]_1\cdot \mathrm{B}_{([y]_1)}+\frac{\partial[y]_0}{\partial S}\cdot \mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}+[y]_0\cdot \mathrm{B}_{([y]_0)}=0,\end{gathered} \tag{18}$$

где введены коэффициенты

$$\begin{gathered}\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}=\frac{[\chi]_{1\psi}}{[\chi]_0^*}, \qquad \mathrm{B}_{([y]_1)}=\frac{\partial}{\partial S}\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}-\left.\frac{\partial\left(f(S)\cdot[\chi]_0\right)}{\partial[\chi]_1}\right|_{[\chi]_0=[\chi]_0^*,[\chi]_1=[\chi]_1^*},\\ \mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}=-\frac{[\chi]_1^*\cdot[\chi]_{1\psi}^*}{\left([\chi]_0^*\right)^2}, \qquad \mathrm{B}_{([y]_0)}=-\frac{\partial}{\partial S}\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}-\left.\frac{\partial\left(f(S)\cdot[\chi]_0\right)}{\partial[\chi]_0}\right|_{[\chi]_0=[\chi]_0^*,[\chi]_1=[\chi]_1^*}.\end{gathered} \tag{19}$$

Период существования возмущения $T_{возм}$ производственных макроскопических показателей на практике обычно составляет от нескольких дней до нескольких недель, в то время, как период изменения коэффициентов $\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}$, $\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\mathrm{B}_{([y]_0)}$ определяется стратегическим управлением предприятия и составляет от нескольких месяцев до нескольких лет. Последнее дает возможность считать, что введенные коэффициенты (19) не зависят явно от времени на протяжении периода существования возмущения $T_{возм}$, так как изменения во времени $\Delta\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}$, $\Delta\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}$, $\Delta\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\Delta\mathrm{B}_{([y]_0)}$ величины коэффициентов (19) за период существования возмущения $T_{возм}$ производственных макроскопических показателей, фиксируемых диспетчерской или производственной службой предприятия, много меньше значений самих коэффициентов $\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}$, $\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}$, $\mathrm{B}_{([y]_1)}$, $\mathrm{B}_{([y]_0)}$:

$$\frac{\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}}{T_{возм}}>>\frac{\partial\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial S\right)}}{\partial t},\ \frac{\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}}{T_{возм}}>>\frac{\partial\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial S\right)}}{\partial t},\ \frac{\mathrm{B}_{([y]_1)}}{T_{возм}}>>\frac{\partial\mathrm{B}_{([y]_1)}}{\partial t},\ \frac{\mathrm{B}_{([y]_0)}}{T_{возм}}>>\frac{\partial\mathrm{B}_{([y]_0)}}{\partial t}. \tag{20}$$

Таким образом, будем считать, что коэффициенты в уравнениях в частных производных (18) зависят только от S. Разложим малые возмущения $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ в ряд Фурье:

$$\begin{gathered}[y]_0=\{y_0\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{y_0\}_j\cdot\sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[y_0]_j\cdot\cos[k_j\cdot S]; \qquad k_j=\frac{2\cdot\pi\cdot j}{S_d}\\ [y]_1=\{y_1\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{y_1\}_j\cdot\sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[y_1]_j\cdot\cos[k_j\cdot S],\end{gathered} \tag{21}$$

где $\{y_0\}_0$, $\{y_0\}_j$, $[y_0]_j$, $\{y_1\}_0$, $\{y_1\}_j$, $[y_1]_j$ - коэффициенты разложения малых возмущений макропараметров производственной системы $[y]_0$, $[y]_1$ вдоль технологической цепочки производственного процесса. Подставляя в систему уравнений (18) вместо $[y]_0$, $[y]_1$ их разложение в ряд Фурье (21), получим системы уравнений для коэффициентов разложения малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$:

$$\frac{d\{y_0\}_0}{dt}=0, \qquad \frac{d\{y_1\}_0}{dt}+\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot\{y_1\}_0+\mathrm{B}_{([y]_0)}\cdot\{y_0\}_0=0, \tag{22}$$

$$\frac{d\{y_0\}_j}{dt}-[y_1]_j\cdot k_j=0, \quad \frac{d[y_0]_j}{dt}+\{y_1\}_j\cdot k_j=0,$$
$$\frac{d\{y_1\}_j}{dt}-\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial s\right)}\cdot[y_1]_j\cdot k_j+\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot\{y_1\}_j-\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial s\right)}\cdot[y_0]_j\cdot k_j+\mathrm{B}_{([y]_0)}\cdot\{y_0\}_j=0, \tag{23}$$
$$\frac{d[y_1]_j}{dt}+\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial s\right)}\cdot\{y_1\}_j\cdot k_j+\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot[y_1]_j+\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial s\right)}\cdot\{y_0\}_j\cdot k_j+\mathrm{B}_{([y]_0)}\cdot[y_0]_j=0$$

с соответствующими характеристическими уравнениями

$$\begin{vmatrix}(\vartheta_0) & 0\\ \left(\mathrm{B}_{([y]_0)}\right) & \left(\mathrm{B}_{([y]_1)}+\vartheta_0\right)\end{vmatrix}=0, \qquad (j=0) \qquad , \tag{24}$$

$$\begin{vmatrix}(\vartheta_j) & 0 & 0 & (-k_j)\\ 0 & (\vartheta_j) & (k_j) & 0\\ \left(\mathrm{B}_{([y]_0)}\right) & \left(-\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial s\right)}\cdot k_j\right) & \left(\vartheta_j+\mathrm{B}_{([y]_1)}\right) & \left(-\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial s\right)}\cdot k_j\right)\\ \left(\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial s\right)}\cdot k_j\right) & \left(\mathrm{B}_{([y]_0)}\right) & \left(\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial s\right)}\cdot k_j\right) & \left(\vartheta_j+\mathrm{B}_{([y]_1)}\right)\end{vmatrix}=0, \ (j>1). \tag{25}$$

Характеристические уравнения (24) и (25) дают связь между собственным числом характеристического уравнения ϑ_j и волновым числом k_j:

$$\vartheta_0\cdot\left(\mathrm{B}_{([y]_1)}+\vartheta_0\right)=0 \qquad \text{для } j=0 \tag{26}$$

$$\vartheta_j^2+\vartheta_j\cdot\left(\mathrm{B}_{([y]_1)}\pm i\cdot\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_1/\partial s\right)}\cdot k_j\right)+\left(k_j^{\,2}\cdot\mathrm{B}_{\left(\partial[y]_0/\partial s\right)}\mp i\cdot k_j\cdot\mathrm{B}_{([y]_0)}\right)=0 \quad \text{для } j>0. \tag{27}$$

Если корни ϑ_j уравнений (26), (27) имеют отрицательную реальную часть, то производственный процесс устойчив. Случай положительной реальной части ϑ_j свидетельствует об экспоненциальном нарастании амплитуды возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ со временем, т.е. о неустойчивости.

Система уравнений состояния производственной системы (22) имеет характеристическое уравнение (24) с одним нулевым корнем $\vartheta_{0_1}\equiv 0$. Такие системы в теории устойчивости относятся к критическим случаям исследования устойчивости движения и требуют дополнительного внимания [6 с.251]. Система уравнений (22) относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ имеет решение:

$$\{y_0\}_0=c_{\{y_0\}_0}=const, \quad \{y_1\}_0=exp\left(-\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot t\right)+\{\tilde{y}_1\}_0 . \tag{28}$$

Постоянная интегрирования $\{\tilde{y}_1\}_0=const$ определяется из равенства

$$\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot\{\tilde{y}_1\}_0+\mathrm{B}_{([y]_0)}\cdot c_{\{y_0\}_0}=0. \tag{29}$$

Тривиальное решение $\{y_0\}_0=c_{\{y_0\}_0}=0$, $\{y_1\}_0=0$ содержится в семействе решений рассмотренной системы уравнений и соответствует нулевому значению постоянной $c_{\{y_0\}_0}=0$. В этом случае система уравнений состояния производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ допускает интеграл – семейство инвариантных поверхностей, на каждой из которых имеется особая точка $\{y_0\}_0=c_{\{y_0\}_0}$, $\{y_1\}_0=exp\left(-\mathrm{B}_{([y]_1)}\cdot t\right)+\{\tilde{y}_1\}_0$. Тривиальному решению соответствует исследуемое невозмущенное установившееся состояние рассматриваемой производственной системы (28). Точно также решению (28) соответствуют другие установившиеся состояния рассматриваемой производственной системы. Таким образом, в особом случае одного нулевого корня исследуемое невозмущенное состояние принадлежит к семейству установившихся состояний, которое определяется системой уравнений (28). В особом случае невозмущенное состояние всегда устойчиво. Устойчивость при этом не будет асимптотической. Однако всякое возмущенное состояние, достаточно близкое к невозмущенному, не стремясь при $t \to \infty$ к невозмущенному состоянию, стремится все же к одному из установившихся состояний вышеуказанного семейства. Другими словами, для всякого решения уравнений возмущенного состояния, для которого начальные значения $\left.\{y_0\}_0\right|_{t=0} = c_{\{y_0\}_0}$, $\left.\{y_1\}_0\right|_{t=0} = \{\tilde{y}_1\}_0$, достаточно малы, справедливы равенства $\lim\limits_{t\to\infty}\{y_0\}_0 = c_{\{y_0\}_0}$, $\lim\limits_{t\to\infty}\left(exp\left(-\mathrm{B}_{([y]_1)} \cdot t\right)\right) = 0$.

ВЫВОДЫ

В нулевом приближении по малому параметру Kv форма функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ для описания функционирования производственной системы определяется уравнением (10). Моменты функции распределения $\chi(t,S,\mu)$ удовлетворяют замкнутой системе уравнений (13), которая служит для описания поведения макроскопических параметров идеальной производственной системы. Идеальность производственной системы заключается в отсутствии для замкнутой системы уравнений (13) в нулевом приближении по малому параметру Kv членов, описывающих диссипативные производственные процессы. Условия устойчивости макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ технологического процесса производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ можно записать в виде отрицательности реальной части корней характеристического уравнения (26) и (27). Полученные условия устойчивости макропараметров функционирования производства через коэффициенты системы уравнений (18) дают соотношения между величиной операционных заделов и темпом движения заготовок от операции к операции вдоль технологического процесса. Условиями устойчивости макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$ функционирования производственного процесса определяются условия синхронизации поставок сырья, материалов, комплектующих смежными организациями и структурными участками предприятия. При этом мы предполагаем, что система уравнений (18), описывающая состояние производственной системы относительно малых возмущений $[y]_0$, $[y]_1$ макропараметров $[\chi]_0$ и $[\chi]_1$, аналитична в рассматриваемой области и исследуемое невозмущенное состояние (16) лежит в указанной области.

Авторы искренне признательны и благодарны академику НАНУ С.В. Пелетминскому за обсуждение материалов статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Samuelson P.A. Foundations of Economic Analysis, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1947. – 148 с.
2. Прыкин Б.В. Технико-экономический анализ производства. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. –399 с.
3. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции. // Доповіді Національної академії наук України. – 2005. –N7– С. 66-71.
4. Климонтович Ю.Л. Статистическая физика. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 608 с.
5. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. - М.: Прогресс, 1961. – 341 с.
6. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. – Гостехиздат, 1950. – 395 с.

USE OF STATISTICAL PHYSICS METHODS TO INVESTIGATE THE ECONOMICAL PRODUCTION SYSTEMS WITH REPETITION PRODUCTION

V.P. Demutsky[1], O.M. Pignasty[2], V.D. Khodusov[1], M.N. Azarenkova[1]
[1]Kharkov National University 61108 Kharkov, 31 Kurchatov st, Ukraine
Department of Theoretical Nuclear Physics, E-mail: demutskie@mail.ru,
[2]NPF Technology, 61052, Kharkov, 10/12 Kotlov st, Ukraine , E-mail: techpom@online.kharkov.ua

A mathematical model of mass production dynamics in engineering is constructed. The state of production system at any moment is given by a point in two-dimensional phase space. Distribution function for base product is introduced and the equation for this function is written. There is the analogy of kinetic equation in physics. The engineering-production and generative functions are defined. The equations for disturbance state of closed system of the state equations for macroscopic parameters of produced system are received. The stability conditions of function of produced system are written. The such interconnection between the surplus and the temp of moving of basic products along the technological chain which guarantees the stability of produced process function to be shown.

KEY WORDS: synergetic, basic product, macroscopic description, distribution function, engineering-production function, generative function, equations of balance.