

УДК 538.94, 539.14

## УНИТАРНЫЕ И НЕУНИТАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ В СУПЕРПОЗИЦИИ СИНГЛЕТНОГО И ТРИПЛЕТНОГО СПАРИВАНИЯ В СВЕРХТЕКУЧЕЙ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ФЕРМИ-ЖИДКОСТИ

С.Н. Шульга, А.А. Яценко

ННЦ “Харьковский физико-технический институт”

61108, Харьков, ул. Академическая, 1. e-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 27 декабря 2005 г.

На примере симметричной ядерной материи исследована возможность одновременного сосуществования куперовских пар с синглетным и триплетным спариванием в двухкомпонентной ферми-жидкости. Предполагается, что общий спин пары равен нулю, а изоспин – единице. Используя фермижидкостной подход и модель взаимодействия типа Скирма, получены уравнения самосогласования для параметра порядка и их одно- и двухщелевые решения. Указаны варианты взаимодействия Скирма, при которых возможны рассматриваемые состояния, а также ограничения на плотность системы. Отдельно рассмотрен случай с унитарными состояниями.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** Ферми-жидкость, ядерная материя, сверхтекучесть, синглетные, триплетные состояния, унитарные состояния

Интерес к изучению сверхтекучих фазовых переходов в атомном ядре и в ядерной материи начался с 1958г. с работы Н.Н. Боголюбова [1] и с работы А. Бора, Б. Моттelsonа и Д. Пайна [2]. В работах [4-6] рассматривалась асимметричная ядерная материя, в которой плотность числа протонов и нейтронов не совпадает. В этих и многих других работах (см., напр. [4-9]) речь шла о переходах из нормального состояния в однощелевое сверхтекучее состояние. Нам, помимо таких переходов, будут интересовать также переходы из одного сверхтекучего состояния в другое

В качестве примера системы, состоящей из фермионов, обладающей двухщелевой сверхтекучестью, можно привести открытый в 2001 году двухзонный сверхпроводник  $MgB_2$ , критическая температура которого равна 40 К. Этот сверхпроводник имеет две щели в энергетическом спектре элементарных возбуждений, для которых при  $T=0$  отношения  $2\Delta/(k_B T_c)$  равны соответственно 4 и 1.3 [10-12].

В данной работе рассматриваются двухщелевые сверхтекучие состояния симметричной ядерной материи на основе модели сверхтекучей ферми-жидкости, которая развита в [7, 8]. В нашей модели сверхтекучая ферми-жидкость может находиться у состояниях  $SS$ ,  $ST$ ,  $TS$  и  $TT$  или их суперпозициях (здесь буква  $S$  означает синглетное спаривание,  $T$  – триплетное; первая буква в обозначении имеет отношение к спиновым состояниям куперовской пары, вторая – к ее изоспиновым состояниям). В работах [8, 9] изучалась возможность суперпозиции сверхтекучих  $TS$  и  $ST$ - состояний нейтрон-протонной куперовской пары. Было показано, что такие состояния принципиально возможны.

Мы рассмотрим суперпозицию сверхтекучих  $SS$  и  $ST$ - состояний, когда могут существовать нейтрон-нейтронные, нейтрон-протонные, протон-нейтронные и протон-протонные куперовские пары с общим суммарным спином куперовской пары, который равен нулю либо единице. Точно так же могут быть рассмотрены состояния с суперпозицией  $SS$  и  $TS$ - спариваний, с тем только различием, что триплетность в этом случае будет относиться не к изотопическим, а к магнитным свойствам. Случай с наличием  $TT$ -состояний в данной работе не рассматривается. Метод, описанный в статье, может быть применен как к двухкомпонентной, так и к однокомпонентной ферми-жидкости. Принципиальное различие в этих случаях будет заключаться только в симметрии параметров порядка по импульсам, либо будет различаться пространство, в котором мы работаем с матрицами Паули (в зависимости от типа состояний, которые присутствуют в каждом конкретном случае).

### ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Для описания возможных состояний сверхтекучей ферми-жидкости мы задаем функционал энергии  $\varepsilon(f, g)$ , который зависит от нормальной и аномальной одночастичных матричных функций распределения  $f_{12}$  и  $g_{12}$  соответственно. Здесь  $i = \mathbf{p}_i, \alpha_i, a_i$  – набор квантовых чисел: импульса  $\mathbf{p}_i$  и проекций спина и изоспина квазичастицы ферми-жидкости  $\alpha_i$  и  $a_i$  соответственно.

Матричную энергию квазичастиц ферми-жидкости  $\varepsilon$  и матричный параметр порядка  $\Delta$  мы вводим как производные энергии  $\varepsilon$  по  $f$  и  $g^\dagger$ :

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial \varepsilon(f, g)}{\partial f_{21}}, \quad \Delta_{12} = 2 \frac{\partial \varepsilon(f, g)}{\partial g_{21}^\dagger}. \quad (1)$$

Они обладают такими свойствами:

$$\varepsilon^\dagger = \varepsilon, \quad \tilde{\Delta} = -\Delta. \quad (2)$$

Определения (1) одновременно являются и уравнениями самосогласования для определения функций распределения и параметров порядка.

Аналитическое определение нормальной и аномальной матричных функций распределения  $f$  и  $g$  как функций параметра порядка  $\Delta$  и энергии квазичастиц ферми-жидкости  $\varepsilon$  (или  $\xi = \varepsilon - \mu$ ), как показано в [7], сводится к решению квадратного матричного уравнения относительно матрицы  $X$ :

$$X\Delta^\dagger X - \xi X - X\tilde{\xi} - \Delta = 0. \quad (3)$$

После решения этого уравнения функции  $f$  и  $g$  определяются формулами

$$f = Kn + X(1 - \tilde{n})X^\dagger K, \quad g = K(1 - n)X - X\tilde{n}\tilde{K}, \quad (4)$$

где  $K = (1 + XX^\dagger)^{-1}$  и  $n$  – матричная функция распределения элементарных возбуждений сверхтекучей ферми-жидкости, которая имеет вид

$$n = \left[ \exp \beta (\xi - X\Delta^\dagger) + 1 \right]^{-1}, \quad \beta = 1/T. \quad (5)$$

Величину  $E = \xi - X\Delta^\dagger$  можно назвать энергией элементарных возбуждений сверхтекучей ферми-жидкости. Конечно, она как матрица в спиновом и изоспиновом пространствах может иметь разные собственные значения (до четырех), и поэтому спектр элементарных возбуждений в общем случае является многощелевым.

Мы будем рассматривать симметричную сверхтекучую ядерную материю (в которой число нейтронов и протонов равны друг другу), и в которой существуют нейтрон-нейтронные, протон-нейтронные и протон-протонные куперовские пары. Это означает, что изоспин куперовских пар может равняться как 0, так и 1. Будем также считать, что обычный спин куперовских пар равен нулю, поэтому мы рассматриваем  $SS$  (синглет-синглетные) и  $ST$  (синглет-триплетные) сверхтекучие состояния и их суперпозицию.

Матричный параметр порядка для таких состояний можно представить в виде

$$\Delta \equiv \begin{pmatrix} \Delta_{pp} & \Delta_{pn} \\ \Delta_{np} & \Delta_{nn} \end{pmatrix} \sigma_2, \quad (6)$$

где параметры порядка  $\Delta_{pp}$ ,  $\Delta_{pn}$ ,  $\Delta_{np}$ ,  $\Delta_{nn}$  соответствуют протон-протонным, протон-нейтронным и нейтрон-нейтронным парам. Так как межнуклонное взаимодействие  $V_{ss}, V_{st}, V_{ts}, V_{tt}$  является вещественным, потребуем, чтобы эти величины были вещественными. Тогда определим  $\Delta_0$  и  $\bar{\Delta}$  таким образом:

$$\Delta \equiv (i\Delta_0 + \bar{\Delta}\bar{\sigma})\tau_2\sigma_2, \quad (7)$$

где компонентами  $\bar{\Delta}$  являются  $i\Delta_1, \Delta_2, i\Delta_3$ , а  $\Delta_0, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  вещественны и, не ограничивая общности, положительны. В дальнейшем будем работать с этими величинами. Добавим, что по тому, какие компоненты  $\Delta_0$  и  $\bar{\Delta}$  не равны нулю, можно сказать, куперовские пары каких нуклонов образуются. Отметим здесь, что если  $\Delta_{np} = \Delta_{pn} = 0$  (т.е. нейтрон-протонные пары отсутствуют), то протон-протонные и нейтрон-нейтронные пары образуются независимо; уравнения для  $\Delta_{pp}$  и  $\Delta_{nn}$  разделяются.

Если мы рассматриваем случай с суперпозицией состояний  $SS$  и  $TS$ , то имеют место аналогичные определения:

$$\Delta \equiv (i\Delta_0 + \bar{\Delta}\bar{\sigma})\sigma_2\tau_2, \quad (8)$$

а в случае однокомпонентной ферми-жидкости (с суперпозицией синглетного и триплетного состояний по спинам) будет

$$\Delta \equiv (\Delta_0 + \bar{\Delta}\bar{\sigma})\sigma_2, \quad (9)$$

где  $\bar{\Delta} = (\Delta_1, i\Delta_2, \Delta_3)$ .

Из формул (2) и (7)-(9) следуют различия в симметрии компонентов параметров порядка  $\Delta(\mathbf{p})$  для 1-компонентных и 2-компонентных Ферми-систем по импульсам. Для двухкомпонентной системы имеем:

$$\Delta_0(-\mathbf{p}) = -\Delta_0(\mathbf{p}), \quad \bar{\Delta}(-\mathbf{p}) = \bar{\Delta}(\mathbf{p}), \quad (10)$$

а для однокомпонентной системы:

$$\Delta_0(-\mathbf{p}) = \Delta_0(\mathbf{p}), \quad \bar{\Delta}(-\mathbf{p}) = -\bar{\Delta}(\mathbf{p}). \quad (11)$$

Предположим, что  $[\xi, \Delta] = 0$ ,  $\tilde{\xi} = \xi$ . В этом случае  $[\xi, \Delta\Delta^\dagger] = 0$  и уравнения (3) решаются в матричном виде. Для величины  $X\Delta^\dagger$  имеем решения

$$X\Delta^\dagger = \xi + \eta E, \quad \text{где } E = \sqrt{\xi^2 + \Delta\Delta^\dagger} \quad \text{и } \eta = \pm 1.$$

Тогда по формулам (16) матрицы  $f$  и  $g$  легко вычисляются. Отметим, что функции распределения не зависят от знака  $\eta$ , поэтому можно положить  $\eta = -1$ . Тогда

$$f = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\xi}{E} (1 - 2n) \right], \quad (12)$$

$$g = -\frac{1 - 2n}{2E} \Delta. \quad (13)$$

Энергия элементарных возбуждений есть  $E = \xi - X\Delta^\dagger = \eta E = \sqrt{\xi^2 + \Delta\Delta^\dagger}$ . В данном случае матрица  $E$  имеет два собственных значения, то есть элементарные возбуждения ферми-жидкости в состоянии суперпозиции  $SS$  и  $ST$ -сверхтекучести имеют две щели. Ниже мы их определим.

Уравнения согласования для определения энергии  $\varepsilon$  и параметра порядка  $\Delta$  в общем случае определяются соотношениями (1). Если энергия  $\varepsilon$  является скалярной величиной  $\varepsilon = \varepsilon_0 \equiv \frac{p^2}{2m}$ , а матричная структура параметра порядка задается формулой (7), то в случае взаимодействия  $v(1234)$ , которое является инвариантным относительно вращений в спиновом и изоспиновом пространствах, а также трансляционно инвариантным, уравнения для определения  $\varepsilon$  (или  $\xi = \varepsilon - \mu$ ) и  $\Delta$  имеют вид:

$$\xi(\mathbf{p}) = \varepsilon^0(\mathbf{p}) - \mu + \sum_{\mathbf{q}} U_{ss}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) f_0(\mathbf{q}), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta_0(\mathbf{p}) &= \sum_{\mathbf{q}} V_{ss}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) g_0(\mathbf{q}) \\ \bar{\Delta}(\mathbf{p}) &= \sum_{\mathbf{q}} V_{st}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \bar{g}(\mathbf{q}), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $f_0(\mathbf{q})$ ,  $g_0(\mathbf{q})$  и  $\bar{g}(\mathbf{q})$  есть нормальная и аномальная функции распределения квазичастиц в фермижидкостной теории симметричной ядерной материи:

$$f(\mathbf{p}) = f_0(\mathbf{p}), \quad g(\mathbf{p}) = (ig_0(\mathbf{p}) + \bar{g}(\mathbf{p})\vec{\tau})\sigma_2\tau_2, \quad \bar{g} = (ig_1, g_2, ig_3).$$

Нормальные и аномальные амплитуды взаимодействия  $U_{ss}$ ,  $V_{ss}$  и  $V_{st}$  в данной работе мы определяем взаимодействием  $v(1234)$  в приближении Хартри-Фока.

Если гамильтониан системы известен:

$$H = \sum_{1,2} \varepsilon_{12} a_1^\dagger a_2 + \frac{1}{2} \sum_{1\dots 4} v(1234) a_1^\dagger a_2^\dagger a_4 a_3,$$

то в этом приближении функционал энергии будет иметь вид:

$$\xi(f, g) = \sum_{1,2} \varepsilon_{12} f_{21} + \frac{1}{2} \sum_{1\dots 4} v(1234) (f_{31} f_{42} - f_{41} f_{32} + g_{21}^\dagger g_{34}). \quad (16)$$

По формуле (16) легко определить четыре нормальных амплитуды взаимодействия  $U_i(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  и четыре аномальных сверхтекучих амплитуды взаимодействия  $V_i(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  квазичастиц ферми-жидкости [7].

В качестве модели взаимодействия возьмем двухнуклонное взаимодействие Скирма. Оно широко используется в ядерной физике и удобно тем, что явно зависит от плотности ядерной материи и не требует перенормировок взаимодействия двух нуклонов при наличии среды.

Потенциал  $v(1234)$  может быть разложен по матрицам Паули

$$v(1234) = u_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + u_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') P_\sigma + u_2(\mathbf{k}, \mathbf{k}') P_\tau + u_3(\mathbf{k}, \mathbf{k}') P_\sigma P_\tau,$$

где

$$2P_{\sigma\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} = (1 + \vec{\sigma}\vec{\sigma})_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4} = \delta_{\alpha_1\alpha_3} \delta_{\alpha_2\alpha_4} + \vec{\sigma}_{\alpha_1\alpha_3} \vec{\sigma}_{\alpha_2\alpha_4} \quad (17)$$

и т.д.;

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4}{2}, \quad \mathbf{k}' = \frac{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2}{2}, \quad \mathbf{p} = \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4, \quad \mathbf{p}' = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \quad \mathbf{p}' = \mathbf{p}, \quad (18)$$

$$v(1234) = v(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4)_{\alpha_{1..4} \alpha_{1..4}} = v(\mathbf{k}'; \mathbf{k})_{\alpha_{1..4} \alpha_{1..4}}. \quad (19)$$

Мы допускаем, что взаимодействие двух нуклонов не зависит от их суммарного импульса, поэтому исключили аргументы  $\mathbf{p}$  из формулы (19).

Величины  $u_i$  заданы через числа  $t_j$ ,  $x_j$  и  $\beta$ , которые являются известными параметризациями взаимодействия Скирма:

$$u_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = t_0 + \frac{t_1}{2}(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + t_2 \mathbf{k} \mathbf{k}' + \frac{t_3}{6} \rho^\beta, \quad (20)$$

$$u_1(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = x_0 t_0 + x_1 \frac{t_1}{2}(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + x_2 t_2 \mathbf{k} \mathbf{k}' + x_3 \frac{t_3}{6} \rho^\beta$$

(Мы работаем с моделью, в которой только  $u_0$  и  $u_1$  не равны нулю).

Потенциал взаимодействия, который отвечает за  $SS$ -спаривание, есть

$$V_{ss} = (u_0 - u_1)_a,$$

а за  $ST$ - и  $TS$ -спаривания:

$$V_{st} = (u_0 - u_1)_s,$$

$$V_{ts} = (u_0 + u_1)_s.$$

Индексы  $a$  и  $s$  означают соответственно асимметричную и симметричную части этих величин по импульсам.

В систему уравнений самосогласования входят отвечающие за взаимодействие величины  $g_s$  и  $g_t$ , которые определяются формулами

$$g_s \cos \theta = -\frac{k_f^3}{4\pi^2 \varepsilon_f} \cdot V_{ss} = -\frac{k_f^3}{4\pi^2 \varepsilon_f} \cdot t_2 (1 - x_2) \mathbf{k} \mathbf{k}', \quad (21)$$

$$g_t = -\frac{k_f^3}{4\pi^2 \varepsilon_f} \cdot V_{st} = -\frac{k_f^3}{4\pi^2 \varepsilon_f} \cdot \left\{ t_0 (1 \pm x_0) + \frac{t_1}{2} (1 \pm x_1) (\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + \frac{t_3}{6} (1 \pm x_3) \rho^\beta \right\},$$

где  $k_f = \left( \frac{3}{2} \pi^2 \rho \right)^{1/3}$ ,  $\varepsilon_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m_*}$ ,  $\theta$  – угол между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , а знак  $\pm$  во втором определении

соответствует случаю  $SS+TS$  (+) либо  $SS+ST$  (-).

Важнейшим соотношением для потенциалов является определение

$$W \equiv \frac{1}{g'_s} - \frac{1}{g_t}, \quad (22)$$

(где  $g'_s = g_s/3$ ), которое, как будет видно ниже, определяет возможность возникновения суперпозиции синглетных и триплетных состояний, а также и возникновения двухщелевых состояний.

К тому же, мы считаем, что потенциал не равен нулю только в тонком слое вокруг сферы Ферми, шириной  $2\vartheta$ , где значения  $\vartheta$  мы принимаем равным  $\vartheta = 0,1 \varepsilon_f$  (модель тонкого слоя).

Энергия квазичастицы, которая отсчитывается от химического потенциала, имеет вид

$$\xi = \varepsilon_0 - \mu + \tilde{\varepsilon}, \quad (23)$$

где  $\tilde{\varepsilon}$  является ее частью, которая пропорциональна взаимодействию. Эту формулу удобно переписать в виде

$$\xi = \frac{p^2}{2m_*} - \mu_*, \quad (24)$$

где  $m_*$  – перенормированная масса и  $\mu_*$  – перенормированный химический потенциал. Масса  $m_*$  определяется из выражения

$$\frac{\hbar^2}{2m_*} = \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{16} (3t_1 + t_2 (5 + 4x_2)) \rho, \quad (25)$$

где  $m$  – масса свободного фермиона; а для  $\mu_*$  в систему уравнений самосогласования добавится еще одно уравнение, которое непосредственно следует из соотношения  $N = \text{tr } f$ , определяющего число квазичастиц.

Определим также перенормированный импульс Ферми  $p_*$ :

$$\mu_* = p_*^2 / 2m_* . \quad (26)$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Система уравнений самосогласования в виде конечных интегралов записывается так:

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\{ \frac{3a}{4} \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\xi \sqrt{1+\xi} \int_0^1 dx x^2 \left[ \varphi_+ + \varphi_- + (\varphi_+ - \varphi_-) \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2}}{\sqrt{\Delta_0^2 x^2 + \Delta_2^2}} \right] - \frac{1}{g'_s} \right\} \cdot \Delta_0 = 0 \\ & \left\{ \frac{a}{4} \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\xi \sqrt{1+\xi} \int_0^1 dx \left[ \varphi_+ + \varphi_- + (\varphi_+ - \varphi_-) \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2}}{\sqrt{\Delta_0^2 x^2 + \Delta_2^2}} \right] - \frac{1}{g_t} \right\} \cdot \Delta_2 = 0 \\ & \left\{ \frac{a}{4} \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\xi \sqrt{1+\xi} \int_0^1 dx \left[ \varphi_+ + \varphi_- + (\varphi_+ - \varphi_-) \frac{\sqrt{\Delta_0^2 x^2 + \Delta_2^2}}{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2}} \right] - \frac{1}{g_t} \right\} \cdot (\Delta_1 \text{ or } \Delta_3) = 0 \\ & \frac{3}{4} a^3 \int_{-1}^{\infty} d\xi \sqrt{1+\xi} \int_0^1 dx \left( 1 - \frac{\xi}{2} \Phi_+ \right) - 1 = 0 \end{aligned} \right. \quad (27)$$

где

$$\varphi_{\pm} = \frac{\text{th} \frac{E_{\pm}}{2T}}{E_{\pm}}, \quad a \equiv \frac{p_*}{p_f}, \quad \eta_{\pm} = \pm \frac{\vartheta}{a^2}$$

и

$$E_{\pm} = \sqrt{\xi^2 + \left( \sqrt{\Delta_0^2 x^2 + \Delta_2^2} \pm \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2} \right)^2} .$$

Переменная интегрирования  $x$  является косинусом угла между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ .

Вместо параметров порядка  $\Delta_1$  и  $\Delta_3$  будем вычислять их комбинацию  $\Delta_4 = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2}$ . Это вызвано тем, что уравнения для  $\Delta_1$  и  $\Delta_3$  эквивалентны, и поэтому нет возможности различить эти величины.

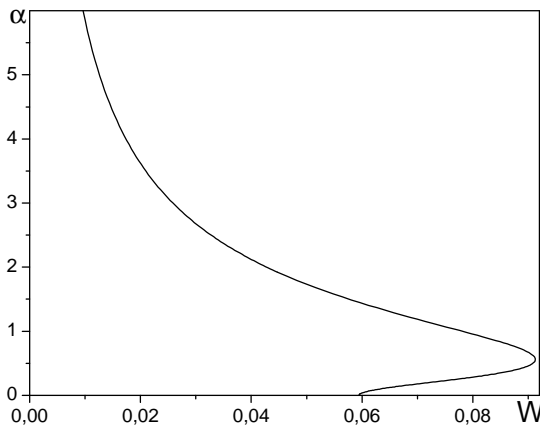


Рис. 1. зависимость  $\alpha = \Delta_2/\Delta_0$  от  $W$  при  $T = 0$  для потенциала SKP

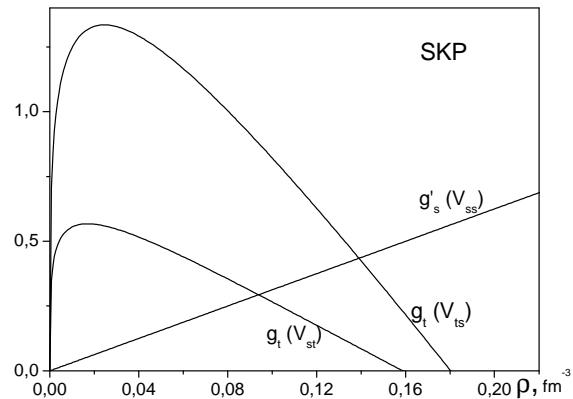


Рис. 2. зависимость величин  $g'_s$ , а также  $g_t$  для  $ST$ -спаривания и  $g_t$  для  $TS$ -спаривания, и их точки пересечения

На рис. 1 приведен график зависимости (при  $T = 0$ ) отношения параметров порядка  $\alpha \equiv \frac{\Delta_2}{\Delta_0}$  от параметра

$W$  (см. (22)) для реализации взаимодействия Скирма SKP и  $\vartheta = 0,1$ . Как видно из этого графика, ширина диапазона  $W$ , при которой возможны суперпозиции  $SS$  и  $ST$ - состояний, когда все искомые параметры порядка не равны нулю, весьма ограничена. Это значит, что потенциалы  $V_{ss}$  и  $V_{st}$  должны быть близкими друг к другу. В единицах плотности ширина этого диапазона составляет около 0,1 от общей плотности системы. В

случае, когда один из параметров порядка  $\Delta_2$  или  $\Delta_4$  равен нулю, этот диапазон будет более широким, но он также ограничен.

Как видно, при определенных  $W$  даже при  $T=0$  имеют место двузначные решения для параметров порядка.

Приведем график зависимости величины параметров потенциалов  $g'_s$  и  $g_t$  от плотности для взаимодействия Скирма SKP (рис. 2). Для возможности двухщелевого сверхтекучего упорядочения они оба должны пересекаться при некоторой плотности, причем быть при этом больше нуля. Таким условиям в принципе соответствует большая часть потенциалов Скирма, однако немногие из них подходят по физическим соображениям (плотность, близкая к ядерной, достаточно большой параметр порядка). В случае  $SS+TS$ -спаривания к таким можно отнести: SCI, SCII, SCIII, SkM, SkM\*, SKSC4, SKSC5, SKSC6, SKSC10, SKSCE, SKX, SKP, а в случае  $SS+TS$ -спаривания – SKSC4, SKSC6, SKSC10, SKP, SKI3, SKI5. Для других реализаций взаимодействия Скирма, при которых также возможна суперпозиция  $SS$  и  $ST$  (или  $TS$ -) состояний (для этого необходимо, чтобы  $t_2$  было меньше нуля), качественная картина будет такой же, как и для потенциала SKP, хотя количественно и будет отличаться.

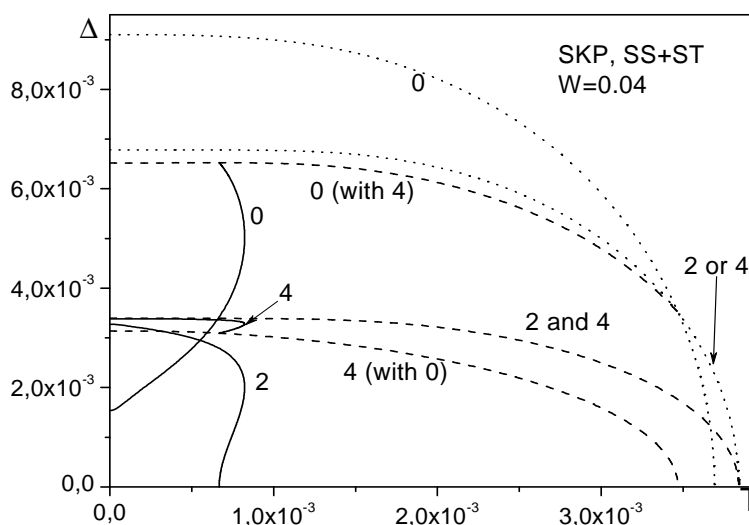


Рис.3. Решения системы (27) для параметров порядка в зависимости от температуры

На рис.3 изображены сразу все варианты решения системы (27) при  $T \neq 0$  для потенциала SKP при спаривании  $SS+ST$  на примере одного из значений  $W = 0,04 > 0$ .

Возможны такие реализации решения системы уравнений (27):

I. Не равен нулю только один из параметров порядка (на графике – кривые, состоящие из точек, которые обозначены “0” и “2 or 4” – соответственно  $\Delta_0$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta_4$ ). Эти состояния не являются суперпозицией синглетных и триплетных состояний.

II. Не равны нулю одновременно два параметра порядка (на графике – пунктирные кривые, которые обозначены “0 with 4”, “4 with 0” и “2 and 4”). Решение, при котором  $\Delta_0 \neq 0$  и  $\Delta_4 \neq 0$ , является синглет-триплетным так же, как и решение, при котором  $\Delta_0 \neq 0$  и  $\Delta_2 \neq 0$  (которое, однако реализуется только при  $W < 0$ ).

III. Не равны нулю все три из искомых параметров порядка одновременно (на графике – сплошные кривые, которые обозначены цифрами “0”, “2” и “4”). Это решение реализуется только при  $W > 0$ ; оно является суперпозицией синглетного и триплетного состояния и является наиболее интересным, потому что при некоторых температурах, а при некоторых  $W$  даже при всех температурах, где оно реализуется, оно двузначно. Эти состояния также двухщелевые.

На рис. 4 представим графики энергетической щели, которая определяется выражением  $\Delta_{\pm} \equiv \left| \sqrt{\Delta_0^2 x^2 + \Delta_2^2} \pm \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_3^2} \right|$  в случае, когда все параметры порядка не равны нулю. На этом графике в скобках при каждой линии указаны те параметры порядка, которые в данном случае не равны нулю (либо, при отсутствии таких указателей, только один из параметров порядка не равен нулю).

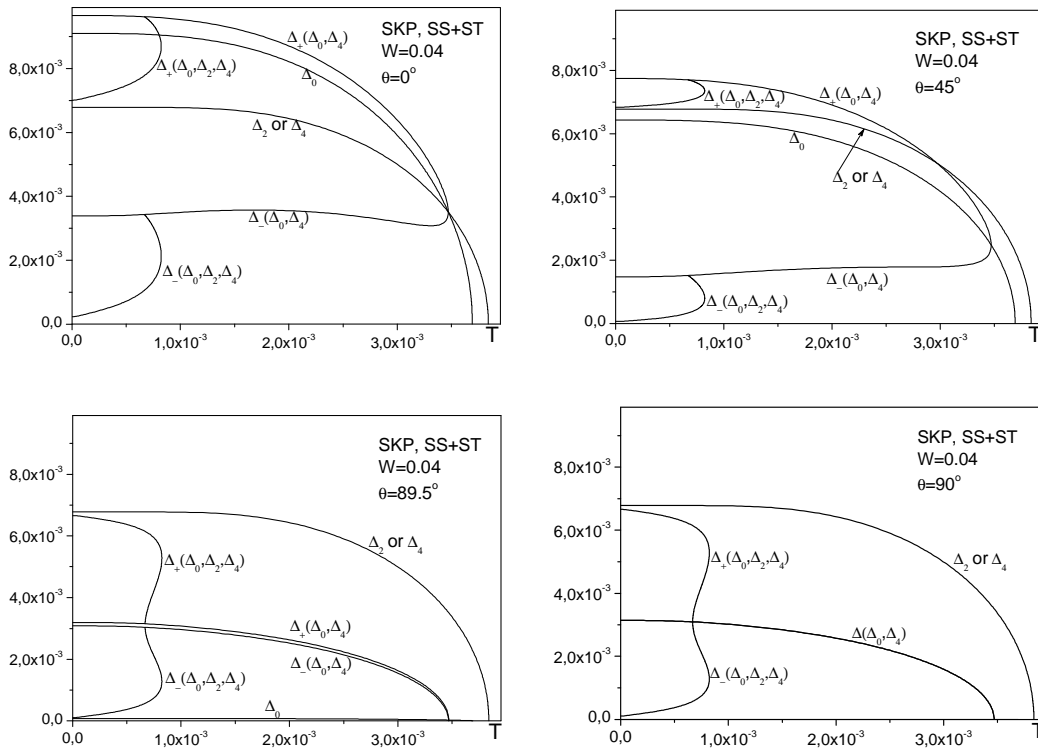


Рис. 4. Решения системы (27) для энергетической щели в зависимости от температуры для разных углов  $\theta$

Энергетическая щель анизотропна, поскольку явно зависит от косинуса угла  $\theta$  между соответствующим ей импульсом и выбранным направлением.

Также приводим решения для параметров порядка в зависимости от плотности, для потенциала SKP и ST-спаривания (рис.5). Этот график наглядно показывает, насколько мал диапазон плотности, в котором возможны решения со всеми параметрами порядка, не равными нулю (для данных условий,  $0.0929 < \rho < 0.0934$ ). Тем не менее, диапазон плотности для состояний с суперпозицией синглетных и триплетных состояний, в том числе и для двухщелевых состояний, достаточно широк.

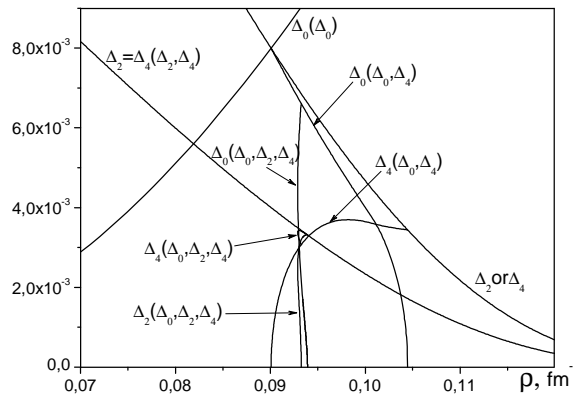


Рис. 5. Решения системы (27) для параметров порядка в зависимости от плотности

Во многих работах, в которых рассматривались сверхтекучие состояния  ${}^3\text{He}$ , упоминаются «унитарные» состояния, для которых  $\Delta^\dagger \Delta$  является  $c$ -числом, т.е. пропорционально единичной матрице в пространстве матриц Паули. Ранее рассматривались случаи, когда присутствует только триплетное спаривание. При этом требование унитарности сводилось к условию  $[\vec{\Delta}^*, \vec{\Delta}] = 0$ .

В частности, например, в работе [14] отмечается, что такие состояния характеризуются средним спином куперовской пары, равным нулю. В данном случае спин куперовской пары так же, как и в триплетном случае, равен нулю. Действительно,

$$\langle \hat{s} \rangle = \frac{1}{2} \text{Sp } f \bar{\sigma}. \quad (28)$$

Функция  $f$  находится из формулы (12), и зависит от  $\Delta$  только в виде комбинации  $\Delta \Delta^\dagger$ , которая является  $c$ -числом. Отсюда следует  $\langle \hat{s} \rangle = 0$ .

Теперь, когда мы рассматриваем одновременное существование как синглетного, так и триплетного состояний, условие “унитарности” приводит к большим ограничениям на параметры порядка  $\Delta_0$  и  $\bar{\Delta}$ . Так как  $\Delta \Delta^\dagger = \Delta_0 \Delta_0^* + \bar{\Delta} \bar{\Delta}^* + 2\bar{c} \bar{\sigma}$ , условие  $\bar{c} = 0$  означает

$$\begin{cases} [\bar{\Delta}^*, \bar{\Delta}] = 0 \\ \Delta_0^* \bar{\Delta} + \Delta_0 \bar{\Delta}^* = 0, \end{cases} \quad (29)$$

Из первого соотношения следует  $\bar{\Delta}^* = \lambda \bar{\Delta}$ , тогда из второго  $\Delta_0^* = -\lambda \Delta_0$ . Здесь  $\lambda$  – фазовый множитель,  $\lambda \lambda^* = 1$ .

Если переписать систему уравнений самосогласования (15) для унитарного случая, то окажется, что уравнения для компонентов  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$  эквивалентны, и можно найти только их комбинацию  $\sqrt{\bar{\Delta}^2}$ . Получившиеся уравнения, таким образом, эквивалентны первым двум уравнениям из этой системы, если  $\Delta_2^* \Delta_2$  заменить на  $\bar{\Delta}^* \bar{\Delta}$ . Таким образом, они записываются в виде

$$\begin{cases} \Delta_0(\mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{q}} V_{ss}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{\text{th} \frac{E(\mathbf{q})}{2T}}{E(\mathbf{q})} \Delta_0(\mathbf{q}) \\ \bar{\Delta}(\mathbf{p}) = \sum_{\mathbf{q}} V_{st/ts}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{\text{th} \frac{E(\mathbf{q})}{2T}}{E(\mathbf{q})} \bar{\Delta}(\mathbf{q}), \end{cases} \quad (30)$$

а энергетический спектр имеет вид  $E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi(\mathbf{p})^2 + \Delta_0(\mathbf{p}) \Delta_0^*(\mathbf{p}) + \bar{\Delta}(\mathbf{p}) \bar{\Delta}^*(\mathbf{p})}$  и является  $c$ -числом.

Если при температуре, равной нулю, вычтуть второе уравнение из первого, получим (выписав интегралы)

$$\frac{a}{2} \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\xi \sqrt{1+\xi} \int_0^1 dx \frac{(3x^2-1)}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_0^2 x^2 + \bar{\Delta}^2}} = \frac{1}{g_{s'}} - \frac{1}{g_t}. \quad (31)$$

Отсюда видно, что в унитарном случае решение с обоими параметрами порядка, не равными нулю, в отличие от рассмотренного выше, возможно только при  $W = \frac{1}{g_{s'}} - \frac{1}{g_t} < 0$ . Область плотности  $\rho_1$ , в которой реализуются такие решения, находится с противоположной стороны от точки пересечения  $g_{s'}$  и  $g_t$  по отношению к той области  $\rho_2$ , где реализуются двухщелевые решения со всеми параметрами порядка, не равными нулю, так что  $\rho_2 < \rho_{\text{пересеч.}} < \rho_1$ .

Решения системы уравнений самосогласования (30) приведены на рис. 6 и рис. 7.

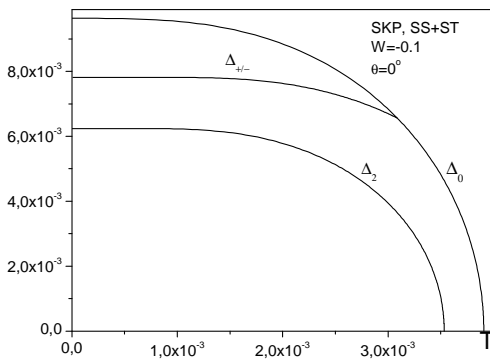


Рис.6. Решения системы уравнений (30) для энергетических щелей в зависимости от температуры

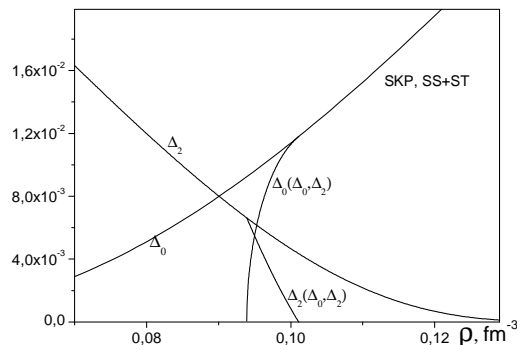


Рис.7. Решения системы уравнений (30) для параметров порядка при  $T = 0$  в зависимости от плотности

### ВЫВОДЫ

В заключение отметим, что нами рассмотрены переходы сверхтекучей ядерной материи из одного сверхтекучего состояния в другое, причем эти состояния являются суперпозицией состояний с синглетным и триплетным спариваниями. Такие состояния имеют две щели, в нашей работе они обозначены как  $\Delta_+$  и  $\Delta_-$ . В некоторых случаях возможны двузначные решения системы уравнений самосогласования при одной и той же температуре. Однако для этих состояний накладываются жесткие ограничения на плотность. Тем не менее, область плотности, в которой могут существовать двухщелевые состояния с суперпозицией синглетного и триплетного спаривания, хоть в них присутствуют и не все параметры порядка, достаточно широка. Также, при некоторых плотностях возможны однощелевые унитарные состояния с суперпозицией синглетного и триплетного спаривания. Рассматриваемые состояния в общем случае являются метастабильными и, по нашему мнению, их можно стабилизировать, изменяя давление или включая магнитное поле. Можно предполагать, что такая ситуация реализуется в нейтронных звездах, в которых имеются различные слои ядерной материи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н.Н. К вопросу о теории сверхтекучести в теории ядерной материи // ДАН СССР.- 1958.- Т.119.- С.52-55.
2. A.Bohr, B.R.Mottelson and D.Pines Possible analogy between the excitation spectra of nuclei and those of the superconducting metallic state // Phys. Rev.- 1958.- V.110.- P.936.
3. Sedrakian A., Lombardo U. Thermodynamics of a n-p condensate in asymmetric nuclear matter // Phys. Rev. Lett.- 2000.- V.84.- P.602-605.
4. Sedrakian A., Alm T. et al. Superfluidity in asymmetric nuclear matter // Phys. Rev. C.- 1997.- V.55.- P.582-584.
5. Alm T., Friman B. L. et al. Pairing instability in hot asymmetric nuclear matter // Nucl. Phys. A.- 1993.- V.551.- P.45-53.
6. Alm T., Röpke G. et al.  $^3D_2$  pairing in asymmetric nuclear matter // Nuclear Physics A.- 1996.- V.604.- P.491-504.
7. Akhiezer A.I., Krasilnikov V.V. et al. Research on superfluidity and superconductibility on the basis of the Fermi liquid concept // Physics Reports.- 1994.- V.245.- P. 1-110.
8. Ахиезер А.И., Исаев А.А. и др. К теории сверхтекучести ядерной материи на основе фермижидкостного подхода // ЖЭТФ.- 1997.- Т.112.- С.3-24.
9. Ахиезер А., Исаев А. и др. К теории синглет-триплетного спаривания фермионов // ТМФ.- 1998.- Т.115.- С.459-476.
10. Buzea C., Yamashita T., Review of superconducting properties of  $MgB_2$  //cond-mat/0108265.
11. Angst M., Puzniak R. Two band superconductivity in  $MgB_2$ : basic properties and phase diagram //cond-mat/0305048.
12. Floris A., Profeta G. et al. Superconducting properties of  $MgB_2$  from first principles //cond-mat/0305048.
13. Akhiezer A.I., Isaev A.A. et al. Multi-gap superfluidity in nuclear matter // Phys. Lett. B.- 1999.- V.451.- P.430-436.
14. Абрагам А., Гольдман М. Ядерный магнетизм: порядок и беспорядок (Гл. 4).- М.:Мир.- 1984.- 300 с.

## UNITARY AND NON-UNITARY STATES IN A SUPERPOSITION OF SINGLET AND TRIPLET PAIRING IN A SUPERFLUID TWO-COMPONENT FERMIL LIQUID

S. Shulga, A. Yatsenko

National Science Center “Kharkov Institute of Physics and Technology”, Akademicheskaya St. 1, UA-61108  
Kharkov, Ukraine  
e-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

By the example of a symmetrical nuclear matter, a possibility of a simultaneous co-existence of Cooper pairs with singlet and triplet pairing in a two-component Fermi liquid is considered. It is supposed that the common spin of pairs is equal to zero and the common isospin is equal to one. With using the Fermi liquid approach and the Skyrme’s model of interaction, the self-consistent equations for the order parameter and their one and two-gap solutions are obtained. The Skyrme forces at which considered states are possible are listed and conditions to density of the system are indicated. The solutions for the case of unitary states are considered separately.

**KEY WORDS:** Fermi liquid, superfluidity, nuclear matter, singlet, triplet states, unitary states