УДК 530.145

ТЕРМОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ

Д. М. Литвиненко, В.Д. Ходусов
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Институт высоких технологий
пр. Курчатова, 31 , г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: khodusov@pht.univer.kharkov.ua
Поступила в редакцию 6 февраля 2006.

В работе получены уравнения двухжидкостной гидродинамики для сверхтекучего гелия с учётом внешних электрических полей. С помощью этих уравнений найдены перенормированные скорости первого и второго звуков, которые являются фазовыми скоростями термоэлектромеханических волн, установлена связь между колеблющимися величинами в этих волнах. Получены значения пироэлектрической константы в He II, найдена модуляция энергии ротона внешним электрическим полем.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сверхтекучий гелий, уравнения двухжидкостной гидродинамики, первый звук, второй звук, ротоны, связанные волны

В работе [1] экспериментально изучался электрический отклик, вызванный вторым звуком в сверхтекучем гелии и, фактически, был обнаружен пироэлектрический эффект в He II, обусловленный существованием ненулевой поляризации в отсутствии электрического поля. Действительно, наблюдение электрического поля при тепловом возбуждении волн второго звука и сам факт резонансного возбуждения этих волн переменным электрическим полем, совпадение форм резонансных кривых для электрического и температурного полей говорят о том, что температурное и электрическое поля принимают участие в одном и том же колебательном процессе и линейным образом связаны между собой. Фактически это означает, что в сверхтекучем гелии существует пироэлектрический эффект.

Экспериментальные измерения проводились в области достаточно низких температур, где описание состояния сверхтекучего гелия проводится в рамках двухжидкостной гидродинамики [2]. На основе общей теории газодинамики бозе-квазичастиц с изменяющимися параметрами можно получить систему связанных уравнений, описывающих поведение среды и квазичастиц. Таким же способом выводятся уравнения двухжидкостной гидродинамики Ландау в HeII [2,3], а также уравнения связанных волн первого и второго звуков в чистых диэлектрических кристаллах [4] и уравнения связанных термоэлектромеханических волн в пьезодиэлектриках [3]. В настоящей работе рассматривается возможность существования связанных термоэлектромеханических волн в сверхтекучем гелии. В силу малости коэффициента теплового расширения в волне первого звука в He II имеется малая компонента температурного поля, а в волне второго звука малая компонента поля давления. Сделав единственное предположение о модуляции энергии квазичастиц в HeII электрическим полем и полем плотности, получены уравнения газодинамики квазичастиц с изменяющимися параметрами. В результате расчетов возникают дополнительные слагаемые в уравнениях двухжидкостной гидродинамики, связанные с электрическим полем. Дополнив их уравнениями Максвелла в квазистатическом приближении, мы получим замкнутую систему уравнений, описывающих связанные термоэлектромеханические волны. Эти волны являются волнами первого и второго звуков, в которых испытывают колебания поля скоростей, давления, температуры, электрического поля связанные между собой системой линейных уравнений. Связующим звеном в этой системе уравнений будут члены, обусловленные тепловым расширением и пироэффектом. Найдены законы дисперсии этих волн. Возникающие при этом добавки к скоростям первого и второго звука будут малыми.

КИНЕТИКА БОЗЕ-КВАЗИЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ВНЕШНИХ ПОЛЕЙ

В работе [3] в кинетическом подходе были получены уравнения газодинамики бозе-квазичастиц с учетом внешних полей. В кинетической теории состояние газа квазичастиц характеризуется функцией распределения квазичастиц $N \equiv N^j(\vec{p},\ \vec{r},\ t)$, которая задает количество квазичастиц сорта j в момент времени t в фазовом объеме $d\vec{p}d\vec{r}$, где $\vec{p}=\hbar\vec{k}$ – импульс квазичастицы. Функция распределения N удовлетворяет кинетическому уравнению, имеющему вид уравнения Больцмана:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\vec{g}\frac{\partial}{\partial\vec{r}}-\frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{r}}\frac{\partial}{\partial\vec{p}}\right)N=\left(\dot{N}\right)_{cm},\qquad(1)$$

здесь $g\equiv\vec{g}^{(j)}=\partial\varepsilon^{(j)}/\partial\vec{p}$ – групповая скорость квазичастиц; $\varepsilon\equiv\varepsilon^{(j)}(\vec{p},\vec{r},t)$ – гамильтониан квазичастицы, совпадающий с ее локальной энергией; $\left(\dot{N}\right)_{cm}$ – интеграл столкновений квазичастиц, который учитывает процессы столкновения, слияния, распада и излучения квазичастиц. Это уравнение было впервые использовано А.И. Ахиезером в работе [5] для описания неравновесного состояния системы фононов в кристаллах.

Пространственно-временная зависимость энергии ε обусловлена зависимостью параметров среды от переменных внешних полей. Набор этих параметров, которые могут быть скалярами, векторами, тензорами либо функционалами от определенных величин обозначим $\widehat{A}$. Этот символ будет служить и для обозначения различных операций над соответствующими величинами.

В условиях слабой пространственной неоднородности внешних полей, т.е. когда масштаб неоднородности L_c значительно больше характерных длин волн квазичастиц λ, и медленного изменения во времени сторонних полей, т. е. когда характерные времена внешних полей t_c значительно больше характерных периодов колебаний квазичастиц $T_{кв}$

$$L_c >> \lambda, \quad t_c >> T_{кв}\,, \tag{2}$$

величину $\widehat{A}$ можно представить в виде:

$$\widehat{A} = \widehat{A}_0 + \delta\widehat{A}\,, \tag{3}$$

где $\widehat{A}_0$ – величина $\widehat{A}$ в отсутствии внешних сторонних полей, а $\delta\widehat{A}$ – вариация величины $\widehat{A}$ переменными внешними полями. Это приводит к появлению явной зависимости энергии квазичастицы от пространственной $(\vec{r})$ и временной (t) переменных. Условия (2) являются условиями адиабатического изменения параметров среды. Используя введенные обозначения, запишем энергию квазичастицы сорта j с импульсом $\vec{p}$ при малом адиабатическом изменении параметров, от которых она зависит, в виде [3]:

$$\varepsilon^{(j)}\left(\widehat{A},\vec{p}\right) = \varepsilon_0^{(j)}\left(\widehat{A}_0,\vec{p}\right)\ \left(1+\widehat{a}^{(j)}\right), \tag{4}$$

где $\widehat{a}^{(j)} \equiv \widehat{a}^{(j)}\left(\vec{p},\vec{r},t\right)$ – глубина модуляции энергии квазичастицы сторонними полями, равная

$$\widehat{a}^{(j)} = \left(\frac{\partial}{\partial\widehat{A}}\ln\varepsilon^{(j)}\right)_{\widehat{A}=\widehat{A}_0}\delta\widehat{A}\,. \tag{5}$$

Условия адиабатичности изменения параметров означают, что

$$\left|\ \tau^{(j)}\frac{d}{dt}\ln\ \left|\widehat{a}^{(j)}\right|\ \right| << 1, \qquad \left|\ \tau^{(j)}\frac{d\varepsilon_0^{(j)}}{d\vec{p}}\cdot\nabla\ln\ \left|\widehat{a}^{(j)}\right|\ \right| << 1\,, \tag{6}$$

где $\tau^{(j)}$ - время жизни квазичастицы.

При отсутствии сторонних полей решением кинетического уравнения (1), обращающим в ноль интеграл столкновений, является равновесная функция распределения Планка

$$\overline{N}^{(j)} = \left(\exp\frac{\varepsilon_0^{(j)}}{T_0}-1\right)^{-1}, \tag{7}$$

где T_0 – равновесная температура.

Будем считать далее, что в рассматриваемой нами быстро релаксирующей системе квазичастиц определяющими являются процессы взаимодействия квазичастиц, при которых энергия и импульс сохраняются. Такие процессы взаимодействия называются нормальными (N-процессами). Несохранение импульса и энергии связано с взаимодействием квазичастиц, например, с частицами, приводящим к их затуханию, или связано с процессами переброса, рассеянием квазичастиц на примесях, дефектах и пр. Обозначим через τ_N характерное время взаимодействия квазичастиц за счет N-процессов, а через τ_R – характерное время взаимодействия квазичастиц за счет процессов, в которых полный импульс не сохраняется. Тогда условие того, что нормальные процессы являются определяющими, запишется в следующем виде: $\tau_N << \tau_R$. Такая ситуация имеет место в чистых кристаллах и в квантовых жидкостях в области низких температур [3], в частности, эти условия выполняются и в экспериментах в работе [1].

Если в некоторый момент времени система квазичастиц выведена из состояния равновесия, то в ней за времена τ_N устанавливается квазилокальное равновесие, характеризуемое функцией распределения $N_0^{(j)}$, обращающей в ноль интеграл столкновений за счет N-процессов и имеющей вид [2]:

$$N_0^{(j)} = \left(\exp\frac{\varepsilon^{(j)}-\left(\vec{p}\vec{u}\right)}{T_0\left(1+\theta\right)}-1\right)^{-1}, \tag{8}$$

где $\vec{u}$ -дрейфовая скорость в газе квазичастиц, $\theta = (T - T_0)/T_0$ – относительная температура.

В состоянии газа квазичастиц, близких к локальному статистическому равновесию решение уравнения (1) в газодинамическом приближении, ищем в виде:

$$N^{(j)} = N_0^{(j)} + \delta N^{(j)}, \qquad \left(\left|\delta N^{(j)}\right| << N_0^{(j)} \right), \tag{9}$$

где $N_0^{(j)}$ – локально-равновесная функция распределения (8), зависящая от газодинамических величин, а $\delta N^{(j)}$ зависит и от их градиентов.

ТЕРМОДИНАМИКА ГАЗА БОЗЕ-КВАЗИЧАСТИЦ С УЧЁТОМ ВНЕШНИХ ПОЛЕЙ

Если ввести плотность термодинамического потенциала квазичастиц одного сорта F_0:

$$F_0 = -V^{-1} T \sum_{\vec{k}} \ln\left(1 + N_0\right), \tag{10}$$

то, зная его как функцию T, $\vec{u}$, $\hat{A}_j$ удовлетворяющего термодинамическому тождеству:

$$dF_0 = -S_0 dT - \vec{P} d\vec{u} + \sum_j \hat{B}_j d\hat{A}_j , \tag{11}$$

находим плотности импульса $\vec{P}$, теплоемкости C и энтропии S, величин $\hat{B}_j$, компоненты тензора плотности квазичастиц $\tilde{\rho}_{ij}$:

$$\vec{P} = -\left(\frac{\partial F_0}{\partial \vec{u}}\right)_{T,\hat{A}} ; \; S_0 = -\left(\frac{\partial F_0}{\partial T}\right)_{\vec{u},\hat{A}} ; \; C = T\left(\frac{\partial S_0}{\partial T}\right)_{\vec{u},\hat{A}} ; \; \hat{B}_j = \left(\frac{\partial F_0}{\partial \hat{A}_j}\right)_{T,\vec{u}} ; \; \bar{\tilde{\rho}}_{il} = \frac{\partial \bar{P}_i}{\partial u_l} = -\left(\frac{\overline{\partial^2 F_0}}{\partial u_i \cdot \partial u_l}\right)_{T,\hat{A}} . \tag{12}$$

Используя соотношение (10), (12) и условия (3) и (9) получим,

$$\hat{B}_j = \int d\tau_{\vec{p}} N_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_j} = \int d\tau_{\vec{p}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_j} \bar{N}\left(1 - \frac{(\bar{N}+1)}{T_0}\left(\sum_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_j} \delta A_j - \vec{p}\cdot\vec{u} - \varepsilon_0 \Theta\right)\right), \; \vec{P} = \int d\tau_{\vec{p}} N_0 \vec{p} = \int d\tau_{\vec{p}} \bar{N} \frac{(\bar{N}+1)}{T_0} \vec{p}\left(\vec{p}\cdot\left(\vec{u}-\vec{v}\right)\right),$$

$S_0 = \bar{S} - \int d\tau_{\vec{p}} \frac{\varepsilon_0}{T_0} \bar{N} \frac{(\bar{N}+1)}{T_0} \left(\sum_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial A_j} \delta A_j - \vec{p}\cdot\vec{u} - \varepsilon_0 \Theta\right)$,где $\bar{S} = \int d\tau_{\vec{p}} \frac{\varepsilon_0}{T_0} \bar{N}$, ε_0 - термодинамически равновесная энергия квазичастиц, и введено следующее обозначение: $\int d\tau_{\vec{p}} ... = \frac{1}{\left(2\pi\hbar\right)^3} \int d\vec{p} ...$.

УРАВНЕНИЯ ДВУХЖИДКОСТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ С УЧЁТОМ ВНЕШНИХ ПОЛЕЙ

В работе [3] были получены уравнения переноса газа квазичастиц. Запишем их без учёта диссипаций:

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} + \frac{\partial P_i u_l}{\partial x_l} - \frac{\partial F_0}{\partial x_i} + \sum_j \hat{B}_j \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial x_i} = 0, \qquad \frac{\partial U}{\partial t} + div(U - F_0)\vec{u} - \sum_j \hat{B}_j \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial t} = 0 , \tag{13}$$

где $U = F_0 + S_0 T + \vec{P}\cdot\vec{u}$ -плотность внутренней энергии газа квазичастиц.

На основе общей теории газодинамики квазичастиц с изменяющимися параметрами можно получить систему связанных уравнений, описывающих поведение среды и квазичастиц. В работе [3] был проведен вывод известных уравнений двухжидкостной гидродинамики Ландау для сверхтекучего гелия. Проделаем аналогичный вывод с учётом внешнего электрического поля, модулирующего энергию квазичастиц. Будем считать, что энергия квазичастиц в сверхтекучем гелии (фононов, ротонов) в лабораторной системе зависит от плотности ρ, электрического поля $\vec{E}$ и сверхтекучей скорости $\vec{v} : \varepsilon = \varepsilon_0\left(\rho, \vec{E}, \vec{p}\right) + \vec{p}\vec{v}$. Роль параметров, обозначенных символом $\hat{A}$, будут играть плотность ρ, скорость $\vec{v}$ и электрическое поле $\vec{E}$. Тогда

$$\sum_j \hat{B}_j \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial x_i} = \tilde{\mu}\frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \vec{P}\frac{\partial \vec{v}}{\partial x_i} - \frac{\tilde{\vec{D}}}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial x_i} \text{ и } \sum_j \hat{B}_j \frac{\partial \hat{A}_j}{\partial t} = \tilde{\mu}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{P}\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \frac{\tilde{\vec{D}}}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

где $\tilde{\mu} = \frac{\partial F_0}{\partial \rho} = \int d\tau_p \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \bar{N}\left(1 - \frac{(\bar{N}+1)}{T_0}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{E}}\delta\vec{E} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\delta\rho - \vec{p}\cdot\vec{w} - \varepsilon_0\Theta\right)\right)$ - вклад в химический потенциал от квазичастиц,

$\tilde{\vec{D}} = -4\pi \frac{\partial F_0}{\partial \vec{E}} = -4\pi \int d\tau_p \frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{E}} \bar{N}\left(1 - \frac{(\bar{N}+1)}{T_0}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{E}}\delta\vec{E} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\delta\rho - \vec{p}\cdot\vec{w} - \varepsilon_0\Theta\right)\right)$ - вклад в вектор электрической индукции от квазичастиц. Здесь $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ -относительная скорость нормальной и сверхтекучей компонент HeII.

Введём плотности термодинамических потенциалов [3]

$$F = U_0\left(\rho\right) + F_0; \qquad E_0 = U + U_0 - \vec{P}\vec{v} , \tag{14}$$

где $U_0(\rho)$ - плотность энергии жидкости при T=0; $dU_0 = \mu_0 d\rho$; μ_0-химический потенциал жидкости при T=0. (заметим, что T_0, U и P равны нулю при $T=0$). Сумма $U+U_0$ равна плотности энергии жидкости в лабораторной системе координат, E_0 – в системе координат, сопутствующей сверхтекучему движению жидкости. Справедливо следующее термодинамическое тождество

$$dE_0 = TdS_0 + (\vec{u}-\vec{v})d\vec{P} + \mu d\rho - \frac{\tilde{\vec{D}}}{4\pi}d\vec{E}, \tag{15}$$

где $\mu = \mu_0 + \tilde{\mu}$ – химический потенциал жидкости.

Учтя все замечания и замены, запишем систему гидродинамических уравнений для квазичастиц в сверхтекучем He II в виде

$$\frac{\partial P_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_l}(P_i u_l - F\delta_{il}) - \mu\frac{\partial\rho}{\partial x_i} + \frac{\tilde{D}_j}{4\pi}\frac{\partial E_j}{\partial x_i} - P_j\frac{\partial v_j}{\partial x_i}, \qquad \frac{\partial}{\partial t}(U+U_0) = -div\left[\vec{u}\left(S_0T + \vec{P}\vec{u}\right)\right] + \mu\dot{\rho} + \vec{P}\dot{\vec{v}} - \frac{\tilde{\vec{D}}}{4\pi}\dot{\vec{E}}. \tag{16}$$

Очевидно, что даже в отсутствие диссипации система этих двух уравнений не замкнута. К ним необходимо добавить уравнения для $\rho, \vec{v}$ и $\vec{E}$. Одним из них является уравнение сохранения массы жидкости

$$\dot{\rho} + div\vec{j} = 0, \tag{17}$$

где $\vec{j}$ - плотность потока массы жидкости, которая, согласно замечанию Ландау [6] равна плотности её полного импульса

$$\vec{j} = \vec{P} + \rho\vec{v} = \rho_n\vec{u} + \rho_s\vec{v}, \tag{18}$$

где $\rho_n = \tilde{\rho}$ - плотность нормальной компоненты жидкости.

Из определения $\vec{P}$ видно, что плотность импульса газа квазичастиц является функцией разности $\vec{u}-\vec{v}$ и может быть представлена в виде $\vec{P} = \rho_n(\vec{u}-\vec{v})$, а плотность потока $\vec{j}$ в виде $\vec{j} = \rho_n\vec{u} + \rho_s\vec{v}$, где $\rho_s = \rho - \rho_n$ - плотность сверхтекучей компоненты жидкости. Другие уравнения найдём, воспользовавшись законом сохранения полного импульса. Дифференцируя $\vec{j}$ по времени и, исключая в них $\dot{\vec{P}}$ и $\dot{\rho}$, получим

$$\dot{j}_i = -\frac{\partial}{\partial x_l}(P_i u_l - F\delta_{il} + \mu\rho\delta_{il} + v_i j_l) + \rho\left(\dot{v}_i + \nabla_i\left(\mu + \frac{v^2}{2}\right)\right) - \left[\vec{j}, rot\vec{v}\right]_i + \frac{\tilde{D}_j}{4\pi}\frac{\partial E_j}{\partial x_i}. \tag{19}$$

Отсюда следует, что при потенциальном движении сверхтекучей компоненты жидкости ($rot\vec{v} = 0$), закон сохранения импульса будет выполняться, если

$$\dot{\vec{v}} + \nabla\left(\mu + \frac{v^2}{2}\right) = 0. \tag{20}$$

Это же соотношение можно получить из условия выполнения закона сохранения плотности энергии сверхтекучей жидкости $E = \frac{\rho v^2}{2} + U + U_0 + \frac{\vec{E}\vec{D}}{4\pi}$

$$\dot{E} = -div\left[\vec{u}\left(S_0T + \vec{P}\vec{u}\right) + \vec{j}\left(\frac{v^2}{2} + \mu\right)\right] + \vec{j}\left(\dot{\vec{v}} + \nabla\left(\mu + \frac{v^2}{2}\right)\right) + \frac{\vec{E}\dot{\vec{D}}}{4\pi}. \tag{21}$$

Дополнив уравнения (17), (19), (20) уравнениями Максвелла в квазистатическом приближении и, введя $\sigma = S/\rho$ и величину $p = \mu\rho - F$, которую можно интерпретировать, как давление сверхтекучей жидкости, получим замкнутую систему уравнений, которая описывает распространение звука в гелии II, без учёта диссипации

$$\begin{gathered}\dot{j}_i + \frac{\partial}{\partial x_l}(P_i u_l + p\delta_{il} + v_i j_l) = \frac{\tilde{D}_j}{4\pi}\frac{\partial E_j}{\partial x_i}; \qquad \dot{\rho} + div\vec{j} = 0; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\sigma\rho) + div(\sigma\rho\vec{u}) = 0; \qquad \dot{\vec{v}} + \nabla\left(\mu + \frac{v^2}{2}\right) = 0; \\ rot\vec{E} = 0; \quad div\vec{D} = 0; \quad \dot{\vec{D}} = 0.\end{gathered} \tag{22}$$

СВЯЗАННЫЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Рассмотрим задачу о распространении малых колебаний вблизи состояния устойчивого равновесия $p = p_0 + p'$, $T = T_0 + T'$, $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$, $\vec{v} = \vec{v}'$, $\vec{u} = \vec{u}'$ $(v_0 = u_0 = 0)$, где величины с индексом нуль означают равновесные значения, а со штрихом - их изменения в звуковой волне. Принимая во внимание уравнение состояния жидкого гелия $\rho=\rho(p,T,\vec{E})$, мы получаем связь $\rho'=\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{T,\vec{E}}p'+\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{p,\vec{E}}T'+\left(\frac{\partial\rho}{\partial\vec{E}}\right)_{T,p}\vec{E}'$. Из определения давления $p=\mu\rho-F$ имеем $d\mu=\frac{dp}{\rho}-\frac{\vec{D}}{4\pi\rho}d\vec{E}-\frac{\vec{P}}{\rho}d\vec{w}-\sigma dT$. Исходя из того, что $S=S\left(p,T,\vec{E}\right)$, получим $dS=\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{T,\vec{E}}dp+\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p,\vec{E}}dT+\left(\frac{\partial S}{\partial\vec{E}}\right)_{T,p}d\vec{E}'=\frac{V}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{p,\vec{E}}dp+\frac{C_p}{T_0}dT+\vec{p}^{(\xi)}d\vec{E}'$, где V - объём гелия, C_p - теплоёмкость единицы объёма при постоянном давлении, $\vec{p}^{(\xi)}=\left(\frac{\partial S}{\partial\vec{E}}\right)_{T,p}$ -пироэлектрическая константа. Тогда линеаризованные по малым возмущениям уравнения двухжидкостной гидродинамики будут иметь вид

$$\rho_s\dot{v}'_i+\rho_n\dot{u}'_i+\frac{\partial}{\partial x_i}p'=\frac{\tilde{D}_0}{4\pi}\frac{\partial E_j'}{\partial x_i};\ \dot{\rho}'+div\left(\rho_s\vec{v}'+\rho_n\vec{u}'\right)=0;$$
$$\dot{\sigma}\rho+\sigma_0\dot{\rho}+\sigma_0\rho\cdot div\vec{u}'=0;\qquad \dot{\vec{v}}'+\frac{\nabla p'}{\rho}-\sigma_0\nabla T'-\frac{\vec{D}_0\nabla\vec{E}'}{4\pi\rho}=0; \tag{23}$$
$$rot\vec{E}=0;\quad div\vec{D}=0;\quad \dot{\vec{D}}=0.$$

После исключения $\vec{u}$ и $\vec{v}$ в (23), мы получаем следующую систему уравнений:

$$\ddot{\rho}'=\Delta p'-\frac{\vec{D}_0}{4\pi}\Delta\vec{E}',\qquad \ddot{\sigma}'=\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma_0^2\Delta T',\qquad rot\vec{E}=0,\quad div\vec{D}=0,\quad \dot{\vec{D}}=0. \tag{24}$$

Перейдём в указанных уравнениях к независимым переменным p, T и $\vec{E}$. Будем искать решения системы (24) в виде плоской бегущей волны. В такой волне величины p', T' и $\vec{E}'$ изменяются по закону $e^{-i\omega(t-x/u)}$ (ось x выбираем в направлении распространения волны, ω - частота, u - скорость звука). При таком законе изменения величин p',T' и $\vec{E}'$ система уравнений (24) переходит в следующую систему для Фурье-компонент этих величин $p'_{\vec{k}}$, $T'_{\vec{k}}$ и $E'_{\vec{k}j}$:

$$p'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)+T'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}\right)+E'_{\vec{k}j}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)=0,$$
$$p'_{\vec{k}}\left(\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_{T,p}\right)+T'_{\vec{k}}\left(\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_{T,p}\right)+E'_{\vec{k}j}=0, \tag{25}$$
$$p'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial p}\right)_{\vec{E},T}\right)+T'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2\right)+E'_{\vec{k}j}\left(\frac{\partial\sigma}{\partial E_j}\right)_{p,T}=0,$$

где $\left(\frac{\partial D_i}{\partial E_j}\right)_T\equiv\varepsilon_{ij}+\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}$ и $\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\equiv\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}+\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}$.

Из условия совместности этих уравнений получаем следующее дисперсионное уравнение

$$\frac{\omega^4}{k^4}\left[1+a\right]-\frac{\omega^2}{k^2}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_\sigma+\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2\left(\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)_\rho+b\right]+\left[\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2\left(\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)_\rho\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T+c\right]=0, \tag{26}$$

где

$$a=-\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\left[\left(\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)_\rho\left(\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}+\left(\frac{\partial T}{\partial\rho}\right)_\sigma\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\right];$$
$$b=\left(\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)_\rho\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\left[-\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial E_j}\right)_{T,p}\left[\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}-\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}\right]\right]+$$
$$+\frac{D_{0j}}{4\pi}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\left[\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_\sigma\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T-\left(\frac{\partial T}{\partial\rho}\right)_\sigma\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\right] \tag{27}$$
$$c=\left(\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)_\rho\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\left[\frac{D_{0j}}{4\pi}\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\left[\frac{\rho_s}{\rho_n}\sigma^2-\left(\frac{\partial\sigma}{\partial E_j}\right)_{p,T}\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right]+\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_T\left(\frac{\partial\sigma}{\partial E_j}\right)_{p,T}\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(1+\frac{D_{0j}}{4\pi}\left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_T\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)\right].$$

Корни этого уравнения, которые являются квадратами фазовых скоростей термоэлектромеханических волн, равны:

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_+^2 \approx c_1^2\left(1-a\left(1+\frac{C_V}{C_p}\frac{w_2^2}{c_1^2-w_2^2}\right)-\left(\frac{C_V}{C_p}-1\right)\frac{w_2^2}{c_1^2-w_2^2}\right);\ \left(\frac{\omega}{k}\right)_-^2 \approx w_2^2\left(1+\left(\frac{C_V}{C_p}-1\right)\frac{c_1^2}{c_1^2-w_2^2}-a\left(1-\frac{C_V}{C_p}\frac{c_1^2}{c_1^2-w_2^2}\right)\right), \quad (28)$$

где $c_1^2=\left(\frac{\partial p}{\partial\rho}\right)_S$, $w_2^2=\frac{TS^2\rho_s}{C_V\rho\rho_n}$ - квадраты скоростей первого и второго звуков соответственно. Как видно из полученных выражений, по сути связанные термоэлектромеханические волны есть звуковые волны в сверхтекучем гелии с учетом влияния электрических полей.

Для получения количественных оценок воспользуемся тем, что эксперименты в работе [1] проводились в области температур, где основную роль в термодинамических и кинетических свойствах HeII играет газ ротонов. Энергия ротона определяется следующим выражением

$$\varepsilon=\Delta+\frac{(p-p_0)^2}{2\mu}, \quad (29)$$

где $\Delta=8{,}6^\circ K$, $p_0/\hbar=1{,}9\cdot10^8\,см^{-1}$; $\mu=0{,}16m_{He}$ - эффективная масса ротона, m_{He} - масса атома He^4 [2]. За счет быстрых ротон-ротонных взаимодействий устанавливается гидродинамический режим, который описывается уравнениями двухжидкостной гидродинамики.

Из анализа экспериментальных данных по тепловому возбуждению волн второго звука, при которых измерялись температурные и электрические поля, можно определить значение пироэлектрической константы и модуляцию энергии ротона электрическим полем. Значение пироэлектрической константы можно оценить, используя полученные в экспериментах [1] соотношения сигналов болометра ΔT и потенциала электрического смещения резонатора ΔU при одной и той же подаваемой мощности на излучатель, индуцируемых волной второго звука для разных температур $\Delta T/\Delta U=2{,}3\cdot10^4\,K/B$,которые связаны между собой соотношением: $p^{(\xi)}\approx-\frac{\varepsilon}{4\pi}\frac{\Delta E}{\Delta T}=-\frac{\varepsilon}{4\pi d}\frac{\Delta U}{\Delta T}$. Полагая $\varepsilon\approx1$, а $d=2{,}8$ см, получим $p^{(\xi)}\approx4\cdot10^{-9}\frac{СГСЕ_q}{см^2К}$.

Учитывая, что второй член в (29) мал по сравнению с Δ, мы можем им пренебречь и определить модуляцию энергии ротона электрическим полем $\frac{\partial\Delta}{\partial E}$ из соотношения

$$\vec{p}^{(\xi)}=\left(\frac{\partial S}{\partial\vec{E}}\right)_{T,p}=-\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\vec{D}}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}=\int d\tau_p\frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{E}}\varepsilon_0\frac{\bar{N}(\bar{N}+1)}{T_0^2k_Б}\approx\frac{\partial\Delta}{\partial\vec{E}}\frac{N_r\Delta}{T_0^2k_Б}, \quad (30)$$

которая будет равна $\frac{\partial\Delta}{\partial E}\approx-0{,}65\cdot10^{-29}\,СГСЕ_q\cdot см$ при температуре T=1,4 K ($N_r=1{,}4\cdot10^{20}\,см^{-3}$ -число ротонов в единице объёма [2]), а также найти следующие коэффициенты, фигурирующие в дисперсионном уравнении при той же температуре:

$$\frac{\partial D}{\partial\rho}=4\pi\int d\tau_p\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\frac{\partial\varepsilon}{\partial E}\varepsilon_0\frac{\bar{N}(\bar{N}+1)}{T_0k_Б}\approx\frac{\partial\Delta}{\partial E}\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\frac{4\pi\Delta}{T_0k_Б}\approx2{,}7\cdot10^{-7}\frac{СГСЕ_q}{г}\cdot см,\quad D_0=-4\pi\int d\tau_p\frac{\partial\varepsilon}{\partial E}\varepsilon_0\bar{N}\approx10^{-8}\frac{СГСЕ_q}{см^2},$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial E}=4\pi\frac{\partial D}{\partial\tilde{\mu}}=(4\pi)^2\frac{\int d\tau_p\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial E}\right)^2\bar{N}(\bar{N}+1)}{\int d\tau_p\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\frac{\partial\varepsilon}{\partial E}\bar{N}(\bar{N}+1)}\approx(4\pi)^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial E}\Big/\frac{\partial\Delta}{\partial\rho}\approx2{,}2\cdot10^{-13}\frac{г}{см\cdot СГСЕ_q}. \quad (31)$$

Это даёт возможность количественно оценить наиболее существенные поправки к скоростям первого и второго звука, связанные с учётом электрического поля и коэффициента теплового расширения и привести их численные значения при T=1,4 K, при которых $a\approx4\cdot10^{-18}$, $C_V/C_p\approx1+1{,}47\cdot10^{-3}$:

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)_+^2\approx c_1^2\left(1-0{,}32\cdot10^{-5}+4{,}2\cdot10^{-18}\right),\quad \left(\frac{\omega}{k}\right)_-^2\approx w_2^2\left(1+0{,}47\cdot10^{-3}-3{,}2\cdot10^{-20}\right), \quad (32)$$

где вторые и третьи слагаемые в скобках обусловлены учётом коэффициента теплового расширения и электрических полей соответственно.

Как будет показано ниже, связь электрического поля с температурой является существенно более сильной в волне второго звука, чем в волне первого звука. По этой причине не удаётся возбудить первый звук внешним переменным электрическим полем в отличие от второго звука. Решение системы уравнений (25) даёт связь между колеблющимися величинами в волне первого и второго звуков, а также дает возможность рассмотреть различные способы возбуждения этих волн. Выразим скорости, электрическое поле, температуру через давление в волне первого звука:

$$p'_{\vec{k}}\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)+T'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)=0,$$

$$E'_{\vec{k}j}+p'_{\vec{k}}\left(\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}-\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}{\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}\right)=0, \quad (33)$$

$$w'_{\vec{k}}\frac{\omega}{k}-p'_{\vec{k}}\left(\frac{1}{\rho}\left(1-\frac{\omega^2}{k^2\sigma}\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T\right)+\left(\sigma+\frac{\omega^2}{k^2S}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\right)\frac{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}{\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{D_{0j}}{4\pi\rho}+\frac{\omega^2}{k^2S}\left(\frac{\partial S}{\partial E_j}\right)_{p,T}\right)\left(\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{T,\vec{E}}-\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{T,\vec{E}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}{\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}\right)\right)=0.$$

Выразим скорости, электрическое поле, давление через температуру в волне второго звука.

$$p'_{\vec{k}}\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)+T'_{\vec{k}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)=0,$$

$$E'_{\vec{k}j}+T'_{\vec{k}}\left(\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T-\frac{\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}\right)=0,$$

$$w'_{\vec{k}}\frac{\omega}{k}-p'_{\vec{k}}\left(\left(\sigma+\frac{\omega^2}{k^2S}\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p\right)+\frac{\frac{1}{\rho}\left(1-\frac{\omega^2}{k^2\sigma}\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T\right)\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\vec{E},p}-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{\vec{E},T}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}+\right. \quad (34)$$

$$\left.+\left(\frac{D_{0j}}{4\pi\rho}+\frac{\omega^2}{k^2S}\left(\frac{\partial S}{\partial E_j}\right)_{p,T}\right)\left(\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T-\frac{\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p-\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\left(\frac{\partial D_i}{\partial T}\right)_{\vec{E}}\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\right)}{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c_1^2}\frac{C_p}{C_V}-1\right)-\left(\frac{\partial E_j}{\partial D_i}\right)_T\frac{1}{c_1^2}\frac{C_p}{C_V}\left(\frac{\partial D_i}{\partial\rho}\right)_{T,\vec{E}}\left(\frac{\omega^2}{k^2}\left(\frac{\partial\rho}{\partial E_j}\right)_{T,p}+\frac{D_{0j}}{4\pi}\right)\right)}\right)\right)=0\cdot$$

В уравнениях (33), (34) в коэффициентах перед p', T', w' и $\vec{E}'$ основную роль играют слагаемые, не содержащие электрических полей. Обезразмерив переменные p', T', w' и $\vec{E}'$, мы получаем следующие соотношения для первого и второго звуков соответственно

$$\frac{T'}{T_0}\approx-0,3\cdot10^{-3}\frac{p'}{p_0} \qquad \frac{E'}{E_0}\approx-0,35\cdot10^{-2}\frac{p'}{p_0}, \qquad \frac{w'}{c_1}\approx-0,2\cdot10^{-3}\frac{p'}{p_0}; \quad (35)$$

$$\frac{p'}{p_0} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \frac{T'}{T_0}, \qquad \frac{E'}{E_0} \approx -7 \frac{T'}{T_0}, \qquad \frac{w'}{w_2} \approx 6 \frac{T'}{T_0}. \tag{36}$$

Из этих соотношений видно, что в волнах первого и второго звуков температура и давление связаны слабо, что объясняется малостью коэффициента теплового расширения. По этой же причине, а также по причине малости коэффициента $\frac{\partial \rho}{\partial E_j}$, линейно связанного с пироэлектрической константой, незначительной является связь давления с относительной скоростью и электрическим полем в волне первого звука и сильной будет связь температуры с электрическим полем и относительной скоростью в волне второго звука.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперименты [1] по возбуждению второго звука электрическим полем в HeII проводились при температурах 1,4 ÷ 1,8 К. В этой области температур газ ротонов играет основную роль в термодинамических и кинетических свойствах HeII. За счет быстрых ротон-ротонных взаимодействий устанавливается гидродинамический режим, который описывается уравнениями двухжидкостной гидродинамики. Сделав единственное предположение о модуляции энергии ротонов электрическим полем, мы можем теоретически объяснить результаты экспериментов и определить пироэлектрический коэффициент, обусловленный относительным движением нормальной и сверхтекучей компонент гелия. Проведены оценки коэффициентов, задающих связь между различными колеблющимися величинами в волне первого и второго звуков при T=1,4 К. Анализ решений системы линейных уравнений (25) показывает, что, как в волне первого, так и второго звука колебания испытывают следующие величины: температура, давление (плотность), скорости, электрическое поле, Фурье-компоненты которых связаны между собой. В силу малости связи электрического поля с полем давления (см. (35)) можно объяснить то, что в экспериментах по возбуждению первого звука [1] отсутствовала электрическая компонента, и возбуждение первого звука электрическим полем оказывается не эффективным. В волне второго звука температурное и электрическое поле сильно связаны между собой, поэтому при тепловом возбуждении волн второго звука наблюдается электрическое поле, и становится понятной возможность резонансного возбуждения волн второго звука электрическим полем.

В заключении авторы выражают благодарность И. Н. Адаменко, А. С. Рыбалко и А. Н. Тарасову за стимулирующие обсуждения и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыбалко А.С. Наблюдение электрической индукции, обусловленной волной второго звука в He II //ФНТ. – 2004. – Т. 30. - № 12. – С. 1321-1325.
2. Халатников И.М. Теория сверхтекучести.– М.: Наука, 1971. – 320 с.
3. Ахиезер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. Газодинамика квазичастиц I. Общая теория //ФНТ. – 1994. – Т. 20, № 12. – С. 1199-1238.
4. Гуревич В.Л., Эфрос А. Л. Второй звук и поглощение обычного звука в диэлектриках //ЖЭТФ.-1966. – Т. 51. -С. 1693 - 1702.
5. Ахиезер А.И. О поглощении звука в твердых телах //ЖЭТФ. – 1938. – Т. 8. – С.1318-1329.
6. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Гидродинамика. - М.: Наука, 1988. –276 с.

TERMOELECTROMECHANICAL WAVES IN SUPERFLUID HELIUM

D.M. Litvinenko, V.D. Khodusov
V. N. Karazin Kharkov National Univeresity, Dept of Physics and Technology, 31 Kurchatov Ave, 61108 Kharkov, Ukraine,
E-mail: khodusov@pht.univer.kharkov.ua

In present paper we have derived equations of two-fluid hydrodynamics for superfluid helium with the account of external electromagnetic fields. Due to these equations we have obtained the renormalization of first and second sound velocities which are the phase velocities of thermoelectromechanical waves, and we also obtain the link between oscillations of quantities in first and second sound waves. As a result we have obtained the value of piroelectrical coefficient in He II, modulation of energy of the quasi-particle by external electric field.

KEY WORDS: superfluid Helium, equations of two-fluid hydrodynamics, first and second sound, rotons, coupled waves.