УДК 530.1

ВПЛИВ ФЛУКТУАЦІЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ НА КОЛИВАННЯ У ПЛАЗМІ

О.Й. Соколовський, А.А. Ступка
Дніпропетровський національний університет, Дніпропетровськ, вул. Наукова 13, 49050
Надійшла до редакції 22 березня 2006 р.

У нерелятивістському випадку знайдено рівняння руху для однорідної й ізотропної системи з електромагнітного поля і плазми без зіткнень. Як незалежні змінні для опису поля використано другі кореляційні моменти напруженостей і потенціалів. Показано можливість коливань температури плазми і кореляцій поля з подвоєною плазмовою частотою. Передбачено коливання середньої кінетичної енергії пробної зарядженої частинки.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: електромагнітне поле, скорочений опис нерівноважних систем, другі кореляційні моменти, коливання температури, плазмова частота.

Електромагнітне (ЕМ) поле в плазмоподібних середовищах, як найбільш простих з погляду опису, успішно досліджувалося вітчизняною школою фізики. Основоположними в цьому напрямі є роботи Ю.Л. Клімонтовича [1 с.66, 2 с.136, 3 с.67] по врахуванню в описі нерівноважних станів кореляційних моментів поля, у яких, проте, не запропоновано регулярну процедуру дослідження. Автори даної праці ґрунтуються на ідеях скороченого опису нерівноважних процесів [4 с.175, 5] для побудови статистичного оператора (СО) системи з урахуванням кореляційних функцій ЕМ поля як нових незалежних змінних, що описують поле [6]. Простим прикладом нетривіального впливу кореляцій поля на середовище є просторово-однорідна ізотропна система із заряджених частинок різних сортів в квазірівноважному стані та ЕМ поля. Квазірівноважний стан деякої підсистеми частинок описується рівноважними параметрами, що залежать від часу. У разі плазми йдеться про її температуру або густину енергії. Таку постановку задачі було запропоновано Ю.Л. Клімонтовичем в [1 с.261], проте відповідних рішень одержано не було. У цьому випадку всі векторні величини: напруженості поля, масова швидкість - рівні нулю, а кореляції електромагнітного поля залежать лише від різниці просторових координат точок, у яких береться поле. Для повнішого врахування ступенів свободи ЕМ поля аналогічно [7] використовується калібрування Гамільтона, в якому повздовжнє поле фігурує рівноправно з поперечним. Далі в теорії збурень по взаємодії підсистем з точністю до другого порядку будуються рівняння руху і обчислюються кореляції поля із середовищем. Як застосування одержаної системи рівнянь руху в моделі ідеального газу знаходиться частота коливань температури (енергії) плазми і парних кореляцій ЕМ поля.

ОПИС СИСТЕМИ

Розглянемо ЕМ поле в квазірівноважній плазмі без зіткнень в однорідному й ізотропному випадку. Стан плазми описуватимемо її енергією. У такому разі доречно використовувати нерелятивістський гамільтоніан системи плазми та ЕМ поля

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}, \qquad \hat{H}_0 = \hat{H}_s + \hat{H}_b, \qquad \hat{H}_{\text{int}} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \tag{1}$$

де стандартним чином

$$\hat{H}_s = \int d^3x \frac{1}{8\pi}\left(\hat{E}^2(x) + \hat{B}^2(x)\right),$$

$$\hat{H}_1 = -\frac{1}{c}\int d^3x \hat{A}_n(x)\hat{j}_n(x), \qquad \hat{H}_2 = \frac{1}{2c^2}\int d^3x \hat{A}^2(x)\hat{\chi}(x). \tag{2}$$

Нами використовується калібрування Гамільтона ЕМ поля. Тому в (2) магнітне та електричне поля даються формулами $\hat{\vec{B}}(x) = \operatorname{rot}\hat{\vec{A}}(x)$, $\hat{\vec{E}} = -\dot{\hat{\vec{A}}}(x)/c$, а також входять оператор густини струму $\hat{j}_n(x)$ і допоміжний оператор $\hat{\chi}(x) = \sum_a e_a^2 \hat{n}_a(x)/m_a$ ($\hat{n}_a(x)$, m_a, e_a - оператор густини числа частинок, маса і заряд частинок a -ої компоненти середовища). Оператор Гамільтона плазмового середовища $\hat{H}_b$ можна не конкретизувати. У ізотропному й однорідному випадку середнє значення ЕМ поля дорівнює нулю, тому стан ЕМ поля будемо описувати його кореляціями. При цьому обмежимося парними кореляціями, вважаючи $(\xi_{in}(x)\xi_{i'l}(x'))_t = \operatorname{Sp}\rho(t)\{\hat{\xi}_{in}(x), \hat{\xi}_{i'l}(x')\}$, де скорочено позначено $i, i' = 1,2$, $\xi_{1n}(x) = E_n(x)$, $\xi_{2n}(x) = A_n(x)$. Тут антикомутатор забезпечує ермітовість величин, що усереднюються. Вищі кореляційні моменти можна розглядати аналогічно, але вже наш розгляд дозволить показати сам факт впливу кореляцій на еволюцію системи.

Рівняння руху для кореляцій побудуємо, виходячи з операторних рівнянь для ЕМ поля [6] $\dot{\hat{\vec{A}}}(x) = -c\hat{\vec{E}}(x)$, $\dot{\hat{\vec{E}}} = c\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\hat{\vec{A}}(x) - 4\pi\hat{\vec{J}}(x)$. Сюди входить оператор густини струму при наявності ЕМ поля $\hat{\vec{J}}(x) = \hat{\vec{j}}(x) - \vec{A}(x)\hat{\chi}(x)/c$. У підсумку одержимо наступне рівняння руху для кореляцій

$$\partial_t(\xi_a\xi_b)_t = \sum_{cd}\mathbf{c}_{ab,cd}(\xi_c\xi_d)_t - 4\pi\{(\hat{J}_a\xi_b)_t + (\xi_a J_b)_t\} \tag{3}$$

($a = (i, n, x)$ і т.д.), де запроваджено кореляційні функції плазма-поле

$$(J_a\xi_b)_t = \mathrm{Sp}\,\rho(t)\{J_a, \xi_b\}; \qquad \hat{J}_{1n}(x) \equiv \hat{J}_n(x), \qquad \hat{J}_{2n}(x) \equiv 0. \tag{4}$$

Замість градієнтно неінваріантної (укороченої) енергії середовища без поля, використовуватимемо фізичну енергію середовища з урахуванням поля, якій відповідає оператор $\hat{H}_b + \hat{H}_{\mathrm{int}}$. Це фактично енергія всієї системи за винятком енергії ЕМ поля (таке означення використане, наприклад, в роботі [8]). Нескладно одержати рівняння руху для густини такої енергії $\varepsilon(t)$

$$\partial_t\varepsilon(t) = \frac{1}{2V}\int d^3x(J_n(x)E_n(x))_t \tag{5}$$

до якого увійшли кореляції (4), узяті при однакових координатах.

ЗНАХОДЖЕННЯ СТАТИСТИЧНОГО ОПЕРАТОРА СИСТЕМИ

Для обчислення кореляцій (4) необхідний СО системи $\rho(t)$. Згідно з Боголюбовим [5] СО системи, що її описано параметрами $\eta_\alpha(t), \varepsilon(t)$, має структуру $\rho(\eta(t), \varepsilon(t))$ (у нас $\eta_\alpha(t) \equiv (\xi_a\xi_b)_t$). Відомо проте, що рівняння Ліувілля має більше одного розв'язку такої структури (є нефізичний розв'язок, що відповідає незвротній еволюції в минуле). Тому рівняння Ліувілля для $\rho(\eta(t), \varepsilon(t))$ необхідно доповнити граничною умовою, що відбирає фізичне рішення. Оскільки еволюція з вільним гамільтоніаном $\hat{H}_0$ веде до факторизації СО системи, то є справедливою формула

$$e^{\tau\mathbf{L}_0}\rho(\eta, \varepsilon) \xrightarrow[\tau\to+\infty]{} e^{\tau\mathbf{L}_0}\rho_q(\eta)w(\varepsilon) \qquad (\mathbf{L}_0\rho \equiv -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_0, \rho]). \tag{6}$$

Тут $w(\varepsilon)$ - рівноважний СО підсистеми зарядів з оператором Гамільтона $\hat{H}_b$, що відповідає густині енергії середовища ε, $\rho_q(\eta)$ - квазірівноважний СО поля. У важливому частинному випадку, коли оператори $\hat{\eta}_\alpha$, що відповідають параметрам $\eta_\alpha(t)$, мають властивість

$$\mathbf{L}_0\hat{\eta}_\alpha = -i\sum\nolimits_\beta c_{\alpha\beta}\hat{\eta}_\beta, \tag{7}$$

квазірівноважний СО знайдено Пелетмінським і Яценком [4] у вигляді

$$\rho_q(\eta) = \exp\{F(\eta) - \sum_\alpha Z_\alpha(\eta)\hat{\eta}_\alpha\}, \qquad \mathrm{Sp}\,\rho_q(\eta) = 1, \qquad \mathrm{Sp}\,\rho_q(\eta)\hat{\eta}_\alpha = \eta_\alpha$$

(Sp_s - шпур у просторі станів поля). Цей СО не змінюється при подальшій еволюції в тому розумінні, що права частина формули (6) не спрощується із часом. Легко перевірити, що наші оператори $\hat{\xi}_a = \hat{\xi}_{in}(x)$ задовольняють умові (7) через операторні рівняння Максвелла для $\hat{E}_n(x)$ і вирази для $\hat{E}_n(x)$ через $\hat{A}_n(x)$, причому відмінні від нуля зі всіх коефіцієнтів $\mathbf{c}_{ab}$ тільки

$$\mathbf{c}_{1n,2l}(x, x') = c\,(\frac{\partial^2}{\partial x_n\partial x_l} - \delta_{nl}\Delta)\delta(x - x'), \qquad \mathbf{c}_{2n,1l}(x, x') = -c\,\delta_{nl}\delta(x - x'). \tag{8}$$

Звідси можна бачити, що величини $\{\hat{\xi}_a, \hat{\xi}_b\}$ також задовольняють умові (7).

Використовуючи рівняння Ліувілля для СО $\rho(\eta(t), \varepsilon(t))$, а також граничну умову (6) можна одержати [7] наступний вираз для СО системи з точністю до членів першого порядку по взаємодії

$$\rho(\eta,\varepsilon)=\rho_q(\eta)w(\varepsilon)+\frac{i}{c\hbar}\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x\left[\hat{A}_n(x,\tau)\hat{j}_n(x,\tau),\rho_q(\eta)w(\varepsilon)\right]. \qquad (9)$$

Сюди входять оператори густини струму $\hat{j}_n(x,\tau)\equiv e^{-\tau\mathbf{L}_0}\hat{j}_n(x)$ і векторного потенціалу $\hat{A}_n(x,\tau)\equiv e^{-\tau\mathbf{L}_0}\hat{A}_n(x)$ у картині взаємодії. У (9) прийнято до уваги, що струм у рівновазі відсутній $\mathrm{Sp}_b\, w\hat{j}_n(x)=0$ (Sp_b - слід у просторі станів термостату). Розглянемо комутатор з (9)

$$\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x\left[\hat{A}_n(x,\tau)\hat{j}_n(x,\tau),\rho_q(\eta)w\right]=$$

$$=\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x\left(\left[\hat{A}_n(x,\tau),\rho_q(\eta)\right]\hat{j}_n(x,\tau)w+\rho_q(\eta)\hat{A}_n(x,\tau)\left[\hat{j}_n(x,\tau),w\right]\right). \qquad (10)$$

Другий у (10) комутатор зі СО Гіббса дає похідну через запровадження інтегрування [1]

$$\left[\hat{j}_n(x,\tau),w\right]=\int_{-1}^{0}d\lambda w^{\lambda}\left[\hat{j}_n(x,\tau),\ln w\right]w^{1-\lambda}=-i\hbar\beta\int_{-1}^{0}d\lambda w^{\lambda}\,\frac{\partial\hat{j}_n(x,\tau)}{\partial\tau}\,w^{1-\lambda} \qquad (11)$$

($\beta=T^{-1}$). Тоді, інтегруючи частинами та враховуючи, що з умови (6) нижня межа зникає, замість (9) маємо

$$\rho(\eta,\varepsilon)=\rho_q(\eta)w+\frac{i}{c\hbar}\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x\left[\hat{A}_n(x,\tau),\rho_q(\eta)\right]\hat{j}_n(x,\tau)+$$

$$+\beta\int_{-\infty}^{0}d\tau\int dx\int_{-1}^{0}d\lambda\rho_q(\eta)\hat{E}_n(x,\tau)\hat{j}_n(x,\tau,\lambda)w+\frac{\beta}{c}\int d^3x\int_{-1}^{0}d\lambda\rho_q(\eta)\hat{A}_n(x)\hat{j}_n(x,\lambda)w, \qquad (12)$$

де позначено $\hat{A}(\lambda)\equiv w^{\lambda}\hat{A}w^{-\lambda}$.

МОДЕЛЬ МАКСВЕЛЛІВСЬКОЇ ПЛАЗМИ

Далі при обчисленні середніх джерел (4) за допомогою (12) обмежимось випадком класичного середовища. Більш того, будемо вважати, що воно є максвеллівською плазмою, тобто ідеальним газом з розподілом Максвелла. Запровадивши кореляційну функцію струмів

$$I_{nl}(x,t)=\mathrm{Sp}_b\, w\hat{j}_n(0)\hat{j}_l(x,t), \qquad (13)$$

легко переконатися, що у цьому випадку її Фур'є-образ має вигляд

$$I_{nl}(\vec{k},t)=\sum_a e_a^2\int d^3\upsilon\,\upsilon_n\upsilon_l f_a^0(\upsilon)e^{it\vec{k}\vec{\upsilon}}, \qquad f_a^0(\upsilon)\equiv n_a\left(\tfrac{m_a}{2\pi T}\right)^{3/2}e^{-\frac{m_a\upsilon^2}{2T}}. \qquad (14)$$

Звідси бачимо справедливість рівності $\beta I_{nm}\left(x,t=0\right)=\chi\delta\left(x-x'\right)\delta_{nm}$, що скоротить у розрахунку джерел (4) внески з $\hat{H}_2$. В обчисленні середніх (4) нам будуть потрібні мікроскопічні вирази для полів у представленні взаємодії

$$\hat{A}_n(x,t)=e^{-t\mathbf{L}_0}\hat{A}_n(x)=\int dx'\{\mu_{nl}(x-x',t)\hat{A}_l(x')+\nu_{nl}(x-x',t)\hat{E}_l(x')\},$$

$$\mu_{nl}(x,t)=\tilde{k}_n\tilde{k}_l+\tilde{\delta}_{nl}\cos\omega_k t, \qquad \nu_{nl}(x,t)=-\tilde{k}_n\tilde{k}_l ct-\tilde{\delta}_{nl}\frac{\sin\omega_k t}{k};$$

$$\hat{E}_n(x,t)=e^{-t\mathbf{L}_0}\hat{E}_n(x)=\int dx'\{\lambda_{nl}(x-x',t)\hat{B}_l(x')+\mu_{nl}(x-x',t)\hat{E}_l(x')\},$$

$$\lambda_{nl}(k,t)=i\varepsilon_{nlm}\tilde{k}_m\sin\omega_k t \qquad (\tilde{k}_n\equiv k_n/k, \quad \tilde{\delta}_{nl}\equiv\delta_{nl}-\tilde{k}_n\tilde{k}_l, \qquad \omega_k\equiv ck), \qquad (15)$$

які є наслідком рівнянь Максвелла для вільного електромагнітного поля. У цих позначеннях справедливі такі вирази для комутаторів полів

$$\left[\hat{A}_n(x,t),\hat{E}_l(x')\right]=4\pi i\hbar c\mu_{nl}(x-x',t)\,,\qquad \left[\hat{A}_n(x,t),\hat{B}_l(x')\right]=4\pi i\hbar c\lambda_{nl}(x-x',t)\,. \tag{16}$$

Зручно також позбавитися аксіального вектора індукції, запровадивши натомість поперечний векторний потенціал

$$\hat{E}_n(x,t)=e^{-t\mathbf{L}_0}\hat{E}_n(x)=\int d^3x'\{\kappa_{nl}(x-x',t)\hat{A}_l(x')+\mu_{nl}(x-x',t)\hat{E}_l(x')\}\,,$$

$$\kappa_{nl}(k,t)=-\tilde{\delta}_{nl}k\sin\omega_k t\,. \tag{17}$$

З урахуванням формул (12), (15) – (17) середні кореляції струм – поле (4) після відповідної симетризації набувають вигляду

$$(\xi_a J_b)_t=\sum\nolimits_c \sigma_{bc}(\xi_a\xi_c)_t+S_{ab}\,, \tag{18}$$

$$\sigma_{1n,1l}(x,x')=M_{nl}(x-x')\,,\qquad \sigma_{1n,2l}(x,x')=N_{nl}(x-x')\,;$$

$$S_{1n,1l}(x,x')=-8\pi TN_{nl}(x-x')\,,\qquad S_{2n,1l}(x,x')=-8\pi TM_{nl}(x-x')\,, \tag{19}$$

де наведено тільки відмінні від нуля компоненти матриць σ_{ab}, S_{ab}. Внески S_{ab}, що не залежать від ПСО $(\xi_a\xi_b)_t$, виникають з другого доданку у СО (12) при врахуванні формул (16). Рівняння (18) є матеріальними рівняннями теорії з матеріальними коефіцієнтами

$$M_{nl}(x)=\beta\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x'\mu_{nm}(x-x',\tau)I_{ml}(x-x',\tau)\,,$$

$$N_{nl}(x)=\beta\int_{-\infty}^{0}d\tau\int d^3x'\lambda_{nm}(x-x',\tau)I_{ml}(x-x',\tau)\,, \tag{20}$$

які визначають ЕМ властивості середовища з урахуванням просторової дисперсії. Структуру Фур'є-компонент таких тензорів зручно описувати, поділяючи їх з урахуванням позначень (15) на повздовжню та поперечну частини за прикладом

$$A_{nl}(k)=\tilde{k}_n\tilde{k}_lA_k^l+\tilde{\delta}_{nl}A_k^{tr}\,,\qquad A_k^l=\tilde{k}_n\tilde{k}_lA_{nl}(k)\,,\qquad A_k^{tr}=\frac{1}{2}\tilde{\delta}_{nl}A_{nl}(k)\,. \tag{21}$$

З формул (18) бачимо, що отримана система часових рівнянь (3), (5) у наведеному наближенні є лінійною за кореляціями.

Рівняння (3) для кореляцій ЕМ поля і (5) для енергії плазми разом з матеріальними рівняннями (20) повністю описують часову еволюцію даної системи і можуть бути покладені в основу вивчення явищ у ній. Нижче буде показано, що нефізична повздовжня компонента векторного потенціалу поля, що з'явилася при врахуванні ступенів свободи повздовжнього поля, випадає з рівнянь руху для фізичних величин. Продемонструємо це на прикладі максвеллівської плазми. Тепер можна конкретизувати малий параметр теорії збурень. В ідеальному газі є єдиний процес – прямолінійний рух з характерною тепловою швидкістю υ_T і, відповідно, одна характерна частота – черенковська $k\upsilon_T$ (k - характерне значення хвильового числа даних рухів). У наближенні малої взаємодії ця частота повинна значно перевищувати характерну частоту взаємодії, яку ми оцінимо плазмовою частотою Ω $\left(\Omega^2=\sum\nolimits_a 4\pi e_a^2 n_a/m_a\right)$. Це веде до умови $k\upsilon_T\gg\Omega$, яка обмежує довжини хвиль, що розглядаються, радіусом Дебая $\lambda\ll r_D$.

ОБЧИСЛЕННЯ КІНЕТИЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Розрахуємо для максвеллівської плазми кінетичні коефіцієнти σ_{ab} і вільні члени S_{ab} у матеріальному рівнянні (18). Для цього достатньо обчислити матеріальні коефіцієнти (20), використовуючи відразу k - представлення та запроваджуючи повздовжні та поперечні частини тензорів (21). У відповідності до (15), (21) повздовжній внесок в $M_{ln}(k)$ очевидно зникає

$$M_k^l=\beta\int_{-\infty}^{0}d\tau I^l(k,\tau)=\sum_a\frac{\pi\beta e_a^2}{k^2}\int d^3\upsilon f_a^0(\upsilon)(\vec{\upsilon}\vec{k})^2\delta(\vec{\upsilon}\vec{k})=0\,. \tag{22}$$

Аналогічно отримуємо наступні вирази для поперечного внеску в $M_{ln}(k)$ та в $N_{ln}(k)$

$$M_k^{tr}=\beta\int_{-\infty}^{0}d\tau I^{tr}(k,\tau)\cos\omega_k\tau=-\sum_a\frac{n_ae_a^2}{m_a\omega_k}\operatorname{Im}J_+\left(\frac{c}{\upsilon_{Ta}}\right) \tag{23}$$

$$N_k^{tr} = \beta \int_{-\infty}^{0} d\tau I^{tr}(k,\tau) k \sin\omega_k \tau = \sum_a \frac{n_a e_a^2 k}{m_a \omega_k} \mathrm{Re}\, J_+\left(\frac{c}{\upsilon_{Ta}}\right). \tag{24}$$

Тут запроваджено добре відому функцію

$$\int d^3\upsilon f_a^0(\upsilon) \frac{[\vec{\upsilon},\vec{k}]^2}{kc - \vec{k}\vec{\upsilon} + i0} = \frac{2n_a}{m_a \omega_k \beta} J_+\left(\frac{c}{\upsilon_{Ta}}\right) \tag{25}$$

(дивіться, наприклад, [1с.102, 4с.63]). У нерелятивістському наближенні, яке нами розглядається, $\upsilon_{Ta}/c \ll 1$ і $J_+(c/\upsilon_{Ta}) \simeq 1$. Тому використання повного виразу (25) є перевищенням точності та остаточно маємо

$$M_k^{tr} \simeq 0, \quad M_k^l = 0; \quad N^{tr} \simeq \sum_a \frac{\Omega_a^2}{4\pi c} \quad (\Omega_a = \sqrt{4\pi e_a^2 n_a / m_a}). \tag{26}$$

ЗВ'ЯЗАНІ КОЛИВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ ТА КОРЕЛЯЦІЙ ПОЛЯ

Перейдемо тепер до вивчення коливань у системі поблизу рівноваги. Оскільки в даному однорідному стані системи всі кореляції поля $(\xi_{in}(x)\xi_{i'l}(x'))_t$, провідності $\sigma_{in,i'l}(x,x')$ і джерела $S_{in,i'l}(x,x')$ залежать тільки від різниці координат, то зручно використовувати k - представлення і запровадити їхні повздовжні й поперечні частини $(\xi_i\xi_{i'})_t^{l,tr}$, $\sigma_{ii'}^{l,tr}(k)$, $S_{ii'}^{l,tr}(k)$. Для спрощення запису будемо однаково позначати величину та її відхилення від рівноважного значення і вважати, що $\varepsilon(t) = \varepsilon\, e^{-zt}$, $(\xi_i\xi_{i'})_t = (\xi_i\xi_{i'})\, e^{-zt}$. Рівняння (4), (5) відповідно дають

$$(j_n E_l) = -(AE)^{tr} \tilde{\delta}_{nl} \Omega^2 / c, \qquad z\varepsilon = \int d^3k (AE)^{tr} \Omega^2 / 2c, \tag{27}$$

тобто повздовжні кореляції ЕМ поля на зміну енергії плазми не впливають. У свою чергу рівняння руху для кореляцій поля (3) набувають вигляду

$$\begin{gathered} z(EA)^{tr} = (ck^2 + 4\pi\sigma_{12}^{tr})(AA)^{tr} + c(EE)^{tr} + 4\pi S_{11}^{tr}, \\ z(AA)^{tr} = 2c(EA)^{tr}, \quad z(EE)^{tr} = 2(ck^2 + 4\pi\sigma_{12}^{tr})(EA)^{tr}. \end{gathered} \tag{28}$$

Це виражає кореляцію $(AE)^{tr}$ через густину енергії ε, яка входить в S_{11}^{tr}, оскільки у наближенні, що розглядається, температура плазми T є пов'язаною з ε формулою $\varepsilon = 3nT/2 \quad (n = \sum_a n_a)$. Звідси разом з другим рівнянням з (27) маємо дисперсійне рівняння для коливань, що досліджуються

$$1 = \int d^3k \frac{(4\pi\Omega^2)^2}{3nc^2k^2(z^2 - 4k^2c^2 + 4\Omega^2)}. \tag{29}$$

Виконуючи інтегрування, приходимо до наступного алгебраїчного рівняння для z: $z^2 + 4\Omega^2 = -\Omega^2\left((2\pi)^4\Omega^3/3nc^3\right)^2$. У нашій постановці задачі права частина цього рівняння містить малий множник $\Omega^3/nc^3 \sim (\upsilon_T/c)^3/nr_D^3$. Величина z виявляється чисто уявною, що описує дві моди незгасаючих коливань кореляцій поля і густини енергії (температури) плазми з частотою $\omega \simeq 2\Omega$. З тією ж частотою коливається густина енергії ЕМ поля, оскільки її оператор має вигляд $(\hat{\vec{B}}^2 + \hat{\vec{E}}^2)/8\pi$ і її середнє значення виражається через кореляції, що розглядаються нами. Цікаво у зв'язку з цим відзначити, що в нерелятивістській плазмі без зіткнень згасання поперечних ЕМ хвиль поля відсутнє. Легко бачити також, що в даній ситуації коливання повздовжніх частин кореляцій поля відсутні.

ПРОБНА ЧАСТИНКА

Теорія, яку побудовано, може бути корисною ще з одного боку. Для демонстрації властивостей однорідного поля кореляцій зручно спостерігати за пробною частинкою. В [9] показано, що через макроскопічність об'єму системи у рівняннях (3) можна нехтувати зворотнім впливом частинки на поле та вважати температуру середовища сталою. В цьому випадку маємо замкнену систему рівнянь для кореляцій поля (28) зі сталим вільним членом (19). Розв'язком цих рівнянь будуть хвилі відхилень кореляцій від їх рівноважних значень [6]

$$z = \pm 2\omega_p(k), \qquad \omega_p(k) \equiv \sqrt{c^2k^2 + \Omega^2}, \tag{30}$$

які у найпростішому випадку можна подати як плоскі монохроматичні $(EA)_t^{tr} = (EA)^{tr} cos(kx \pm 2\omega_p(k)t)$. У наближенні ідеального газу, яке розглядається, пробна частинка безпосередньо з плазмою не взаємодіє. Розгляд повторює вищенаведений і веде до рівняння (5), в якому зліва стоїть густина кінетичної енергії частинки. Кореляція поля виступає у (5) як зовнішнє джерело, тому після її знаходження хвильовий вектор k слід вважати фіксованим. Використовуючи першу формулу з (27) та наведений вираз для $(EA)_t^{tr}$, з рівняння (5) для пробної частинки отримаємо

$$\partial_t \frac{m\langle \upsilon^2 \rangle_t}{2} = (EA)^{tr} \frac{\Omega^2}{2c} \cos 2\omega_p(k)t \, . \tag{31}$$

Звідси легко бачити, що середня кінетична енергія зарядженої частинки в такому полі буде коливатися за законом

$$\langle \upsilon^2 \rangle_t = \frac{(EA)^{tr}\Omega^2}{2mc\omega_p(k)} sin2\omega_p(k)t \, . \tag{32}$$

ВИСНОВКИ

Передбачено ефект зв'язаних коливань кореляцій ЕМ поля і температури плазми в однорідній нерелятивістській плазмі без зіткнень з частотою, що приблизно дорівнює двом плазмовим. Повідомлення про це було зроблено авторами раніше на міжнародних конференціях [10,11] як результат дослідження розв'язків рівнянь електромагнітної гідродинаміки [8]. У ситуації, що вивчається, середнє ЕМ поле в системі відсутнє. Описане явище є найочевиднішим кореляційним ефектом у даній системі. Варто відзначити, що подібний ефект можливий і в інших бінарних системах. Окрім цього вивчено рух пробної частинки у такому електромагнітному полі з фіксованим хвильовим вектором. Виявлено ефект коливань квадрату її швидкості з частотою коливань кореляцій поля.

Ця робота підтримана Державним фондом фундаментальних досліджень України (проект 2.7/418).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Климонтович Ю.Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. - Москва: Наука, 1964. - 281 с.
2. Климонтович Ю.Л. Кинетическая теория неидеальных газов и неидеальной плазмы. - Москва: Наука, 1975. - 352 с.
3. Климонтович Ю.Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. - Москва: Наука, 1980. - 376 с.
4. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Методы статистической физики. - Москва: Наука, 1977. - 368 с.
5. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. - Москва: Гостехиздат, 1946. - 119 с.
6. Соколовський О.Й., Ступка А.А. Кінетична теорія електромагнітних процесів у рівноважному середовищі //Вісник ДНУ. Серія Фізика. Радіоелектроніка. - 2003. -Т.10. - С. 57-64.
7. Соколовський О.Й., Ступка А.А. Моди електромагнітного поля в рівноважній плазмі //Вісник ХНУ, Серія фізична. - 2004. - №628. - Т.2(24). - С. 87-92.
8. Соколовський О.Й., Ступка А.А. Рівняння електродинаміки у гідродинамічному середовищі з урахуванням нерівноважних флуктуацій //Український математичний журнал. - 2005. - Т.57. - №6. - С. 852-864.
9. Соколовський О.Й. До питання про кінетику броунівської частинки у нерівноважній рідині //УФЖ. – 1999. - Т. 44. - №6. - С. 722-729.
10. Sokolovsky A., Stupka A. Influence of fluctuations of electromagnetic field on charged liquid //International Conference "Physics of Liquid Matter: Modern Problems". - Kyiv, May 27-31, 2005. - P. 66.
11. Соколовський О.Й., Ступка А.А. Хвилі малої амплітуди у гідродинамічній слабкойонізованій плазмі з урахуванням флуктуацій електромагнітного поля. // VII міжнародна конференція "Людина і Космос": - Дніпропетровськ, 2005. - Тез.докл. - С. 73.

INFLUENCE OF FLUCTUATIONS OF ELECTROMAGNETIC FIELD ON OSCILLATIONS IN PLASMA

A.I. Sokolovsky, A.A. Stupka
Dnipropetrovs'k National University, 13, Naukova str. Dnipropetrovs'k, Ukraine, 49050

In non-relativistic case equations of motion for the homogeneous and isotropic system of electromagnetic field and collisionless plasma have been obtained. The second correlation moments of intensities and potentials are used as independent variables for description of the field. Possibility of connected oscillations of plasma temperature and field correlations with the double plasma frequency is shown. Oscillations of kinetic energy of a probe charged particle are predicted too.
KEY WORDS: electromagnetic field, reduced description of the nonequilibrium systems, second correlation moments, oscillation of temperature, plasma frequency.