УДК 533.951

ИОННЫЕ ЦИКЛОТРОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ С ПРОДОЛЬНЫМ ТОКОМ И ШИРОМ ПОТОКОВОЙ СКОРОСТИ

В.С. Михайленко[1], Д.В. Чибисов[2]
[1]*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4*
[2]*Харьковский национальный аграрный университет им. В.В. Докучаева, 62483, Харьковская обл. п/о Коммунист-1*
Поступила в редакцию 28 марта 2006г.

В плазме с потоками ионов и электронов вдоль магнитного поля исследуется влияние неоднородности плазмы на ионные циклотронные неустойчивости, возбуждение которых обусловлено градиентом (широм) потоковой скорости ионов. К таким неустойчивостям относятся гидродинамическая ионная циклотронная неустойчивость, а также две кинетические ионно-циклотронные неустойчивости. Одна из них является модификацией ионной циклотронной неустойчивости плазмы с продольным током. Причиной появления второй неустойчивости является поперечный магнитному полю градиент потоковой скорости ионов (шир потоковой скорости). Показано, что неоднородность плазмы увеличивает диапазон продольных волновых чисел, в котором возбуждается гидродинамическая ионная циклотронная неустойчивость. Учёт неоднородности плазмы приводит также к понижению порога кинетических ионных циклотронных неустойчивостей.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сдвиговое течение плазмы, ионная циклотронная неустойчивость, неоднородная плазма, шир потоковой скорости.

Исследования коллективных процессов в ионосфере Земли показали наличие интенсивных низкочастотных колебаний плазмы ионосферы, которые во многих случаях связываются с существованием течений плазмы вдоль магнитного поля [1-3]. Такие течения характеризуются неоднородностью потоковой скорости и плотности плазмы в направлении, перпендикулярном к магнитному полю. Неоднородность параметров плазменных потоков, а также относительное движение ионов и электронов вдоль магнитного поля могут служить причиной разного рода неустойчивостей ионосферной плазмы. Одной из причин неустойчивостей неоднородных плазменных потоков является зависимость потоковой скорости от поперечной к магнитному полю координаты (шир потоковой скорости) [4-6]. В работе [4] показано, что шир потоковой скорости ионов может приводить к развитию кинетической ионной циклотронной неустойчивости в результате взаимодействия ионов с ионными циклотронными волнами в условиях ионного циклотронного резонанса. Помимо кинетической неустойчивости на ионах в плазме с широм потоковой скорости возможно возбуждение гидродинамической ионно-циклотронной неустойчивости и кинетической ионной циклотронной неустойчивости, возникающей вследствие взаимодействия электронов с ионными циклотронными волнами в условиях черенковского резонанса [5]. Кроме ионных циклотронных неустойчивостей шир потоковой скорости ионов может быть причиной низкочастотной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [6], основной особенностью которой является то, что в пределе однородной плазмы данная неустойчивость имеет нулевую частоту. Учёт неоднородности плазмы в данном случае играет стабилизирующую роль и приводит к возникновению порога неустойчивости по ширу потоковой скорости. Инкремент неустойчивости при этом уменьшается, а частота колебаний становится отличной от нуля. Такое влияние неоднородности плазмы на неустойчивости не является типичной. В общем случае неоднородность плазмы приводит к развитию многочисленных неустойчивостей, а также понижению порогов и росту инкрементов неустойчивостей, не связанных с ней непосредственно [7].

В настоящей работе исследуется влияние неоднородности плазмы на развитие ионных циклотронных неустойчивостей плазмы с потоками ионов и электронов вдоль магнитного поля, вызванных широм потоковой скорости ионов [4, 5].

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим плазму с неоднородной плотностью $n_0 = n_0(x)$, находящуюся в магнитном поле B_0, направленным вдоль оси z. Предположим, что ионы и электроны плазмы движутся вдоль магнитного поля с различными скоростями $V_{0\alpha}$ относительно лабораторной системы, при этом скорости потоков являются функциями поперечной магнитному полю координаты: $V_{0\alpha} = V_{0\alpha}(x)$. Считаем, что параметры плазмы медленно изменяются с координатой x так что применимо условие локального приближения: $k_\perp L_n \gg 1$, $k_\perp L_V \gg 1$, где L_n и L_V – характерные размеры изменения плотности плазмы и величины скорости $V_{0\alpha}$ поперёк магнитного поля соответственно, $k_\perp$ – поперечное магнитному полю волновое число. Предположим, что невозмущенная функция распределения $f_{\alpha 0}$ имеет вид:

$$f_{\alpha 0}=\frac{n_0(x)}{\sqrt{2\pi}V_{T\alpha}^3}e^{-\frac{V_\perp^2}{2V_{T\alpha}^2}-\frac{(V_z-V_{0\alpha}(x))^2}{2V_{T\alpha}^2}}, \tag{1}$$

где $V_{T\alpha}$ – тепловая скорость частиц сорта α. Исходя из системы уравнений Власова – Пуассона для функции распределения (1) в локальном приближении можно получить следующее дисперсионное уравнение:

$$\varepsilon=1+\sum_\alpha\frac{1}{k^2\lambda_{D\alpha}^2}\left(1-\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{c\alpha}}\frac{dV_{0\alpha}}{dx}+i\sqrt{\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\omega-k_zV_{0\alpha}-k_yV_{d\alpha}}{\sqrt{2}k_zV_{T\alpha}}-\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{c\alpha}}\frac{dV_{0\alpha}}{dx}z_\alpha\right)W(z_\alpha)\Gamma_{n\alpha}(b_\alpha)\right)=0, \tag{2}$$

где $\lambda_{D\alpha}^2=T_\alpha/4\pi n_0e^2$, $\Gamma_n(b)=e^{-b}I_n(b)$, $b_\alpha=(k_\perp\rho_{T\alpha})^2$, $\rho_{T\alpha}=V_{T\alpha}/\omega_{c\alpha}$, $\omega_{c\alpha}=eB/m_\alpha c$,

$$V_{d\alpha}=\left(\frac{V_{T\alpha}^2}{\omega_{c\alpha}}\right)\frac{d\ln n_0}{dx},\qquad z_\alpha=\frac{\omega-n\omega_{c\alpha}-k_zV_{0\alpha}}{\sqrt{2}|k_z|V_{T\alpha}},\qquad W(z)=e^{-z^2}\left(1+\frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{\xi^2}d\xi\right).$$

Для ионных циклотронных колебаний с частотой $\omega\approx n\omega_{ci}+k_zV_{0i}$ можно пренебречь вкладом поперечного градиента потоковой скорости электронов, который практически не влияет на исследуемые колебания.

Рассмотрим решение уравнения (2) в следующих диапазонах изменения волновых чисел: $k_z\ll\omega_{ci}/V_{Ti}$, $k^2\lambda_{D\alpha}^2\ll 1$, $k_\perp\rho_{Te}\ll 1$, $k_\perp\rho_{Ti}\gg 1$. В этом случае в уравнении (2) из суммы по n для ионной компоненты можно оставить только одно слагаемое и получить следующее уравнение для отдельной ионной циклотронной гармоники n:

$$\varepsilon=1+\frac{1}{k^2\lambda_{D\,e}^2}\left(1+i\sqrt{\pi}\frac{\omega-k_zV_{0e}-k_yV_{de}}{\sqrt{2}|k_z|V_{Te}}W(z_e)\right)+\frac{1}{k^2\lambda_{D\,i}^2}\left[1-\Gamma_{ni}(b_i)\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}+\right.$$
$$\left.+i\sqrt{\pi}W(z_i)\Gamma_{ni}(b_i)\left(z_i\left(1-\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}\right)+\frac{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}{\sqrt{2}|k_z|V_{Ti}}\right)\right]=0, \tag{3}$$

где для функции $\Gamma_n(b)$ можно использовать асимптотику при большом значении аргумента: $\Gamma_n(b)\sim 1/\sqrt{2\pi b}$.

Найдём сначала границу ионной циклотронной неустойчивости со стороны коротких вдоль магнитного поля волн. Полагая $z_e\ll 1$ и оставляя z_i произвольной величиной, приравняем к нулю реальную и мнимую части уравнения (3). В результате получим систему уравнений, определяющую значения величин k_{z0} и z_{i0}, которые соответствуют границе неустойчивости:

$$\begin{cases} z_i\left(1-\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}\right)+\frac{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}{\sqrt{2}|k_z|V_{Ti}}=0,\\ 1+\frac{1}{k^2\lambda_{D\,e}^2}+\frac{1}{k^2\lambda_{D\,i}^2}\left(1-\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}\Gamma_{ni}(b_i)\right)=0. \end{cases} \tag{4}$$

Решение системы (4) имеет вид:

$$k_{z0}=\frac{k_y\Gamma_{ni}}{1+\tau}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}\simeq\frac{1}{\sqrt{2\pi}\rho_{Ti}(1+\tau)}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}, \tag{5}$$

$$z_{i0}=\frac{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}{\sqrt{2}|k_{z0}|V_{Ti}}\frac{\Gamma_{ni}}{(1+\tau)}\simeq\frac{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}{\sqrt{2}k_\perp\rho_{Ti}\left|\frac{dV_{0i}}{dx}\right|}, \tag{6}$$

где $\tau=T_i/T_e$.

Из (5) и (6) следует, что граничное значение продольного волнового числа k_{z0} не зависит от градиента плотности. В то же время учёт неоднородности плазмы приводит к уменьшению величины z_{i0}, если $k_yV_{di}>0$, при этом влияние неоднородности становится существенным для коротковолновой части спектра поперёк магнитного поля, когда $k_\perp\rho_{Ti}\sim L_n/\rho_{Ti}$. Из (5) и (6) можно найти значение поправки к ионной циклотронной частоте колебаний $\delta\omega=\omega-n\omega_{ci}-k_zV_{0i}$, соответствующей порогу неустойчивости:

$$\delta\omega_0=\frac{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}{\sqrt{2\pi}k_\perp\rho_{Ti}(1+\tau)}. \tag{7}$$

Перейдем к решению уравнения (3) вдали от границы устойчивости (5) в пределе малых значений k_z, когда справедливы неравенства: $z_i \gg 1$, $z_e < 1$. В этом случае используем асимптотики W - функции:

$$W(z_e) \approx 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} z_e, \qquad W(z_i) \approx e^{-z_i^2} + \frac{i}{\sqrt{\pi} z_i}\left(1 + \frac{1}{2z_i^2}\right).$$

Уравнение (3) запишется следующим образом:

$$\varepsilon = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_{D\,e}^2}\left(1 + i\sqrt{\pi}\frac{\omega - k_z V_{0e} - k_y V_{de}}{\sqrt{2}|k_z| V_{Te}}\right) + \frac{1}{k^2 \lambda_{D\,i}^2}\left[1 - \frac{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}{\omega - n\omega_{ci} - k_z V_{0i}}\Gamma_{ni}(b_i) - \frac{k_z^2 V_{Ti}^2}{(\omega - n\omega_{ci} - k_z V_{0i})^2}\Gamma_{ni}(b_i)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(1 - \frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}\right) + i\sqrt{\pi}\, e^{-z_i^2}\Gamma_{ni}(b_i)\left(\frac{\omega - n\omega_{ci} - k_z V_{0i}}{\sqrt{2}|k_z| V_{Ti}}\left(1 - \frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x}\right) + \frac{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}{\sqrt{2}|k_z| V_{Ti}}\right)\right] = 0 \tag{8}$$

Решение уравнения (8) будем искать в виде $\omega = k_z V_{oi} + n\omega_{ci} + \delta\omega$ при условии $\delta\omega << k_z V_{0i} + n\omega_{ci}$. Пренебрегая в нулевом приближении мнимыми слагаемыми, получим уравнение для величины $\delta\omega$:

$$(1+\tau)\delta\omega^2 - \Gamma_{ni}(n\omega_{ci} - k_y V_{di})\delta\omega + \Gamma_{ni} k_z^2 V_{Ti}^2\left(\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x} - 1\right) = 0. \tag{9}$$

Уравнение (9) аналогично уравнению (5), полученному в нашей работе [5], в котором неоднородность плазмы не учитывалась. Решение уравнения (9) имеет вид:

$$\delta\omega_{1,2} = \frac{\Gamma_{ni}(n\omega_{ci} - k_y V_{di})}{2(1+\tau)}\left(1 \pm \sqrt{1 - 4\frac{(1+\tau)}{\Gamma_{ni}}\left(\frac{k_z V_{Ti}}{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}\right)^2\left(\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{\partial V_{0i}}{\partial x} - 1\right)}\right) \tag{10}$$

Из (10) следует, что при выполнении условия:

$$\frac{k_z}{k_y}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx} > \frac{1}{4(k_\perp \rho_{Ti})^2}\frac{\Gamma_{ni}}{1+\tau}\left(\frac{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}{\omega_{ci}}\right)^2 \sim \frac{1}{4\sqrt{2\pi}(k_\perp \rho_{Ti})^3}\frac{1}{1+\tau}\left(\frac{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}{\omega_{ci}}\right)^2 \tag{11}$$

в плазме возбуждается гидродинамическая ионная циклотронная неустойчивость плазмы, причиной которой является шир продольной скорости ионов. При этом неоднородность плазмы приводит к снижению порога неустойчивости для шира скорости, если $k_y V_{di} > 0$, и увеличению порога, если $k_y V_{di} < 0$. Порог неустойчивости k_{z1} со стороны меньших значений k_z определяется значением:

$$k_{z1} \sim \frac{k_y}{4\sqrt{2\pi}(k_\perp \rho_{Ti})^3}\frac{1}{1+\tau}\left(\frac{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}{\omega_{ci}}\right)^2\left(\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}\right)^{-1}. \tag{12}$$

Очевидно, что при заданных значениях V'_{0i} и k_y, неоднородность плазмы приводит к уменьшению порогового значения k_{z1}.

Учитывая ограничения со стороны коротких (5) и длинных (12) волн, получим диапазон продольных волновых чисел, в которых гидродинамическая ионная циклотронная неустойчивость существует:

$$|k_{z1}| < |k_z| < |k_{z0}|. \tag{13}$$

Из (13) следует, что данная неустойчивость возможна только при выполнении условия: $|k_{z0}| > |k_{z1}|$, которое приводит к существованию порога неустойчивости по ширу продольной скорости ионов при заданном волновом числе поперёк магнитного поля:

$$\left|\frac{dV_{0i}}{dx}\right| > \frac{|n\omega_{ci} - k_y V_{di}|}{2k_\perp \rho_{Ti}}. \tag{14}$$

При этом неоднородность плазмы приводит к снижению данного порога, а также к расширению диапазона волновых чисел (13) неустойчивости. Отметим также, что условие (14) фактически совпадает с неравенством $z_{i0} < 1$, где z_{i0} определяется соотношением (6).

Оценим условие применимости приближения $z_i \gg 1$. На границе неустойчивости со стороны длинных волн (12) получим, что

$$z_{i1} = \frac{\delta\omega}{\sqrt{2}|k_{z1}| V_{Ti}} \simeq \sqrt{2} k_\perp \rho_{Ti}\frac{1}{n\omega_{ci} - k_y V_{di}}\left|\frac{dV_{0i}}{dx}\right| \gg 1. \tag{15}$$

Сравнение неравенств (14) и (15), свидетельствует об идентичности условий существования гидродинамической неустойчивости и $z_{i1} \gg 1$. Таким образом, выполнение неравенства $z_{i1} \gg 1$ автоматически приводит к существованию гидродинамической ионно-циклотронной неустойчивости.

Максимальный инкремент ионной циклотронной гидродинамической неустойчивости достигается, когда поперечное волновое число k_y удовлетворяет равенству: $k_y V_{di} = n\omega_{ci}$. При этом реальная часть поправки к частоте ионно-циклотронных колебаний равна нулю, $\mathrm{Re}\,\delta\omega = 0$, а инкремент неустойчивости равен:

$$\gamma = |k_z| V_{Ti} \sqrt{\frac{\Gamma_{ni}}{(1+\tau)} \frac{k_y}{k_z} \frac{1}{\omega_{ci}} \frac{\partial V_{0i}}{\partial x}} \,. \tag{16}$$

Из (16) следует, что в данном случае не существует ограничений по продольным волновым числам со стороны малых значений k_z. Такая ситуация аналогична случаю неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, когда неоднородностью плазмы пренебрегают [6]. Следует также отметить, что результаты работы [6] можно получить из настоящей работы, положив номер циклотронной гармоники n равной нулю.

Кроме гидродинамической неустойчивости в плазме с широм потоковой скорости ионов возможно возбуждение кинетических ионных циклотронных неустойчивостей, обусловленных тепловым движением ионов и электронов вдоль магнитного поля [4, 5]. Оценим степень влияния на данные неустойчивости неоднородности плазмы. Предположим, что возбуждение гидродинамической неустойчивости невозможно, что может быть в трёх случаях: вблизи порога устойчивости (5), при $|k_z| < |k_{z1}|$, а также при невыполнении условия (14). Рассмотрим каждый из этих случаев.

Найдём приближённое решение уравнения (3) вблизи порога устойчивости, полагая значение величины z_{i0} произвольным и не прибегая к асимптотическому представлению W - функции. Для этого запишем величину z_i, имеющую смысл нормированной к величине $|k_z| V_{Ti}$ комплексной частоты неустойчивых колебаний, в виде ряда Тейлора по степеням $(k_z - k_{z0})$, в котором оставим нулевой и линейный члены этого разложения:

$$z \simeq z_0 + z'_{k_z}(k_{z0})(k_z - k_{z0}) \,. \tag{17}$$

Здесь производная $z'_{k_z}(k_{z0})$ вычисляется, как производная функции заданной неявно уравнением (3),

$$z'_{k_z} = -\frac{\varepsilon'_{k_z}}{\varepsilon'_z} \,, \tag{18}$$

где

$$\varepsilon'_{k_z} = \varepsilon'_{k_z}(z_0, k_{z0}) \simeq \frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} \frac{1+\tau}{k_{z0}} \,, \qquad \varepsilon'_z = \varepsilon'_z(z_0, k_{z0}) \simeq -\frac{1}{k^2 \lambda_{Di}^2} i\sqrt{\pi} W(z_0)(1+\tau) \,.$$

Из разложения (17) можно получить величину дисперсионной поправки к частоте ионных циклотронных волн:

$$\delta\omega \simeq \delta\omega_0 + \frac{1}{\pi(1+\tau)} \left| \frac{dV_{0i}}{dx} \right| \frac{\mathrm{Im}\, W(z_{i0})}{|W(z_{i0})|^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} k_\perp \rho_{Ti} (1+\tau)} \frac{k_y}{k_z} \frac{dV_{0i}}{dx} - 1 \right), \tag{19}$$

а также инкремент неустойчивости:

$$\gamma \simeq \frac{1}{\pi(1+\tau)} \left| \frac{dV_{0i}}{dx} \right| \frac{\mathrm{Re}\, W(z_{i0})}{|W(z_{i0})|^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi} k_\perp \rho_{Ti} (1+\tau)} \frac{k_y}{k_z} \frac{dV_{0i}}{dx} - 1 \right). \tag{20}$$

Решения (19), (20) свидетельствуют о том, что основным механизмом развития неустойчивости в данном случае является взаимодействие ионов с ионными циклотронными волнами в условиях ионного циклотронного резонанса при наличии сдвигового течения ионов. Наибольший инкремент неустойчивости достигается при $z_i \sim 1$. Поскольку при удалении от границы устойчивости (5) значение z_i увеличивается и инкремент уменьшается, для оптимального развития неустойчивости необходимо, чтобы на границе устойчивости (6) выполнялось неравенство $z_{0i} < 1$. Это требование совпадает с условием существования гидродинамической неустойчивости (14). Следовательно, при удалении от границы устойчивости (5) кинетическая неустойчивость на ионах плавно переходит в гидродинамическую неустойчивость. Влияние неоднородности плазмы на решение (19), (20) происходит через величину z_{i0} (6). При этом учёт неоднородности плазмы приводит к увеличению инкремента неустойчивости.

Если условие (14) выполняется, но $|k_z| < |k_{z1}|$, то $|z_i| \gg 1$ и частоты колебаний определяются соотношением (10), а инкременты неустойчивости равны:

$$\gamma_{1,2} = -\frac{\operatorname{Im}\varepsilon}{\partial \operatorname{Re}\varepsilon/\partial\omega} = \mp\sqrt{\pi}\,\frac{2\delta\omega_{1,2}^2}{\delta\omega_1-\delta\omega_2}\left(\tau\frac{n\omega_{ci}-k_z\left(V_{0e}-V_{0i}\right)-k_yV_{de}}{\sqrt{2}\left|k_z\right|V_{Te}}+\right.$$
$$\left.+\frac{e^{-z_i^2}\Gamma_{ni}\left(b_i\right)}{\sqrt{2}\left|k_z\right|V_{Ti}}\left(n\omega_{ci}-k_yV_{di}-\delta\omega_{1,2}\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}\right)\right), \tag{21}$$

где знак минус относится к первой ветви колебаний, $\delta\omega_1$, а плюс – ко второй, $\delta\omega_2$. Первая ветвь является модификацией классических ионных циклотронных колебаний, а вторая – ветвь ионных циклотронных колебаний, возникающая при наличии шира скорости течения ионов V_{0i}' и которая в пределе $V_{0i}'=0$ отсутствует.

Ионная циклотронная ветвь с частотой $\delta\omega_1$ неустойчива при выполнении условия:

$$k_z\left(V_{0e}-V_{0i}\right)+k_yV_{de} > n\omega_{ci}+\frac{1}{\tau^{3/2}}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}\Gamma_{ni}\left(b_i\right)\ e^{-z_i^2}\left(n\omega_{ci}-k_yV_{di}-\delta\omega_1\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}\right). \tag{22}$$

Неравенство (22) включает в себя три механизма, каждый из которых сам по себе может приводить к возбуждению ионной циклотронной неустойчивости, а в совокупности понижать порог неустойчивости. Относительное движение ионов и электронов плазмы вдоль магнитного поля при $k_z\left(V_{0e}-V_{0i}\right) > n\omega_{ci}$, а также неоднородность плазмы при $k_yV_{de} > n\omega_{ci}$, приводят к возбуждению соответственно, неустойчивости плазмы с продольным током [8] и дрейфово-циклотронной неустойчивости [7], которые связаны с черенковским взаимодействием ионных циклотронных волн с электронами. Данные неустойчивости имеют максимальный инкремент при $z_e \sim 1$. Механизм неустойчивости, связанный с взаимодействием ионных циклотронных волн с ионами, в данном случае не вносит заметного вклада из-за экспоненциально малого множителя.

Рассмотрим условие неустойчивости второй ветви ионных циклотронных колебаний, которое, фактически, является противоположным (22):

$$n\omega_{ci}+\frac{1}{\tau}k_yV_{di} > k_z\left(V_{0e}-V_{0i}\right)+\frac{1}{\tau^{3/2}}\left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}\Gamma_{ni}\left(b_i\right)\ e^{-z_i^2}\left(\delta\omega_2\frac{k_y}{k_z}\frac{1}{\omega_{ci}}\frac{dV_{0i}}{dx}-\left(n\omega_{ci}-k_yV_{di}\right)\right), \tag{23}$$

где $V_{di}=-\tau V_{de}$. Оценим вклад неоднородности плазмы в развитие данной неустойчивости. Очевидно, что неоднородность плазмы, которая учитывается во втором слагаемом в левой части (23), при $k_yV_{di}>0$ снижает порог неустойчивости. Для того чтобы определить, как с учётом неоднородности плазмы изменяется циклотронное затухание на ионах (второе слагаемое в правой части (23)), рассмотрим предельный случай длинных вдоль магнитного поля волн, когда $k_z\to 0$, но $\left|k_yV_{di}\right| \ll n\omega_{ci}$. Из соотношения (10) получим, что поправка к частоте циклотронных колебаний $\delta\omega_2$ и соответствующее значение z_{i2} в этом случае равны:

$$\delta\omega_2 \simeq k_zV_{Ti}\frac{k_y\rho_{Ti}}{n\omega_{ci}-k_yV_{di}}\frac{dV_{0i}}{dx}, \qquad z_{i2}=\frac{k_y\rho_{Ti}}{\sqrt{2}\left(n\omega_{ci}-k_yV_{di}\right)}\frac{dV_{0i}}{dx}. \tag{24}$$

Отметим, что значение z_{i2} в два раза меньше, чем z_{i1} (15). Из (24) и (23) следует, что неоднородность плазмы при $k_yV_{di}>0$ приводит к увеличению значения z_{i2} и соответствующему уменьшению циклотронного затухания на ионах за счёт экспоненциально малого множителя. Это дополнительно уменьшает порог неустойчивости и увеличивает инкремент колебаний. Со стороны длинных волн данная неустойчивость ограничена условием $z_e\sim 1$, которое определяет граничное значение волнового числа k_{z2}:

$$\left|k_{z2}\right| \sim \frac{n\omega_{ci}+\tau^{-1}k_yV_{di}}{\sqrt{2}V_{Te}+\left|V_{0e}-V_{0i}\right|}. \tag{25}$$

Учитывая ограничение со стороны коротких волн значением k_{z1} (12), получим диапазон волновых чисел, в котором ионная циклотронная ветвь колебаний $\delta\omega_2$ неустойчива:

$$\left|k_{z2}\right| < \left|k_z\right| < \left|k_{z1}\right|. \tag{26}$$

Предположим теперь, что гидродинамическая неустойчивость невозможна из-за невыполнения условия (14). Вблизи границы устойчивости решение дисперсионного уравнения по-прежнему определяется соотношениями (19) и (20), а механизмом неустойчивости является взаимодействие ионов с ионными циклотронными волнами в условиях ионного циклотронного резонанса при наличии сдвигового течения ионов. Однако неустойчивость на ионах в этом случае имеет экспоненциально малый инкремент, поскольку на границе неустойчивости $z_{0i}>1$. Вдали от границы устойчивости, когда $z_i \gg 1$, дисперсионное уравнение (9) имеет только одно решение $\delta\omega_1$ (10), поскольку для второй ветви колебаний условие $z_i \gg 1$ не выполняется. Основным механизмом возбуждения неустойчивости здесь является черенковское взаимодействие ионных циклотронных волн с электронами вследствие относительного движения электронов и ионов, а также неоднородности плазмы.

ВЫВОДЫ

Получено дисперсионное уравнение, которое описывает ионные циклотронные колебания в сдвиговом течении плазмы вдоль магнитного поля с широм потоковой скорости поперёк магнитного поля V'_{0i}, в котором учитывается неоднородность плазмы. На основании данного уравнения исследуется влияние неоднородности плазмы на три ионные циклотронные неустойчивости: гидродинамическую и две кинетические, возбуждение которых связано с тепловым движением ионов и электронов вдоль магнитного поля.

Показано, что спектр волновых чисел вдоль магнитного поля k_z ионных циклотронных неустойчивостей ограничен со стороны больших значений величиной k_{z0} (5). Значение z_{i0} и дисперсионная поправка к частоте ионных циклотронных колебаний $\delta\omega_0$ на границе устойчивости определяются соотношениями (6) и (7). Неоднородность плазмы не влияет на величину k_{z0}. В то же время учёт неоднородности плазмы приводит к уменьшению величин z_{i0} и $\delta\omega_0$, если $k_y V_{di} > 0$. При этом влияние неоднородности становится существенным для коротковолновой части спектра поперёк магнитного поля, когда $k_\perp \rho_{Ti} \sim L_n / \rho_{Ti}$.

При выполнении условия $z_i \gg 1$ в плазме возбуждается гидродинамическая ионная циклотронная неустойчивость. Частота ионных циклотронных колебаний определяется выражением (10). Спектр неустойчивости по продольным волновым числам ограничен двойным неравенством $|k_{z1}| < |k_z| < |k_{z0}|$, где k_{z1} определяется соотношением (12). При заданных значениях V'_{0i} и k_y неоднородность плазмы приводит к уменьшению порогового значения k_{z1} и расширению диапазона неустойчивых волновых чисел k_z.

Для поперечных волновых чисел, удовлетворяющих равенству $k_y V_{di} = n\omega_{ci}$, значение $k_{z1} = 0$ и гидродинамическая неустойчивость не имеет ограничений со стороны длинноволновой части спектра. В этом случае поправка к ионно-циклотронной частоте колебаний $\delta\omega = 0$, а инкремент неустойчивости определяется соотношением (16). Такая ситуация аналогична случаю неустойчивости Кельвина-Гельмгольца [6] в однородной плазме. Данная аналогия не является случайной, поскольку причиной обоих неустойчивостей является шир потоковой скорости ионов. Отметим, что результаты работы [6] можно получить из настоящей работы, положив номер циклотронной гармоники n равной нулю.

Необходимым условием гидродинамической ионной циклотронной неустойчивости является неравенство $|k_{z0}| > |k_{z1}|$. При этом условии возникает порог неустойчивости по ширу продольной скорости ионов (14); неоднородность плазмы понижает этот порог.

Кроме гидродинамической неустойчивости в плазме с широм потоковой скорости ионов возможно возбуждение кинетических ионных циклотронных неустойчивостей, обусловленных тепловым движением ионов и электронов вдоль магнитного поля [4, 5]. Условия возбуждения данных неустойчивостей рассматриваются в предположении, что гидродинамическая неустойчивость невозможна. Это может быть в трёх случаях: вблизи границы устойчивости (5, 6), при $|k_z| < |k_{z1}|$, а также при невыполнении условия (14).

Приближённое решение дисперсионного уравнения (3) вблизи границы устойчивости определяется соотношениями (11) и (12). Возбуждение ионной циклотронной неустойчивости вблизи границы устойчивости происходит в результате взаимодействия ионов с ионными циклотронными волнами в условиях ионного циклотронного резонанса при наличии сдвигового течения ионов. Данная кинетическая неустойчивость имеет максимальный инкремент при $z_i \sim 1$ и, следовательно, для оптимального развития неустойчивости необходимо выполнение неравенства $z_{i0} < 1$. Учёт неоднородности плазмы приводит к снижению порога неустойчивости по ширу продольной скорости. Условие оптимального развития кинетической неустойчивости на ионах фактически совпадет с условием существования гидродинамической неустойчивости (14) и при удалении от границы устойчивости k_{z0} в сторону меньших значений k_z и больших значений z_i гидродинамический и кинетический механизмы неустойчивости становятся конкурирующими. Вдали от границы устойчивости, когда $z_i \gg 1$, инкремент кинетической неустойчивости становится экспоненциально малым и основным механизмом неустойчивости является гидродинамический.

Во втором случае, когда гидродинамическая неустойчивость невозможна – в диапазоне волновых чисел $|k_z| < |k_{z1}|$, в плазме возбуждаются две ветви ионных циклотронных колебаний, частоты и инкременты которых определяются выражениями (10) и (21). Первая ветвь ионных циклотронных колебаний существует и в плазме без сдвиговых течений. Вторая же ветвь ионных циклотронных колебаний возникает, если имеется шир скорости потока ионов V'_{0i}; в пределе $V'_{0i}=0$ эта ветвь отсутствует. Условие возбуждения первой ветви колебаний определяется неравенством (22). Механизмами неустойчивости являются черенковское взаимодействие ионных циклотронных волн с электронами, а также взаимодействие ионных циклотронных волн с ионами в условиях ионного циклотронного резонанса при наличии шира скорости течения; при этом последний механизм неустойчивости не вносит заметного вклада в инкремент из-за экспоненциально малого множителя. Условие неустойчивости второй ветви ионных циклотронных колебаний определяется неравенством (23). Неустойчивость возбуждается в результате черенковского взаимодействия ионных циклотронных волн с электронами при наличии шира скорости течения. Учёт неоднородности плазмы приводит к снижению порога и увеличению инкремента данной неустойчивости.

В третьем случае, когда значения шира потоковой скорости малы и неравенство (14) не выполняется, решение дисперсионного уравнения вблизи границы устойчивости определяется соотношениями (19) и (20). Механизмом неустойчивости является взаимодействие ионов с ионными циклотронными волнами при наличии сдвигового течения ионов. Однако неустойчивость на ионах в этом случае имеет экспоненциально малый инкремент, поскольку на границе неустойчивости $z_{0i}>1$. Вдали от границы устойчивости, когда $z_i \gg 1$, дисперсионное уравнение (9) имеет только одно решение $\delta\omega_1$ (10), поскольку для второй ветви колебаний условие $z_i \gg 1$ не выполняется. Основным механизмом неустойчивости в данном пределе является черенковское взаимодействие ионных циклотронных волн с электронами вследствие относительного движения электронов и ионов, а также неоднородности плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. B.G.Fejer, M.C.Kelley Ionospheric irregularities // Rev. Geophys.–1980.–V.18.–P.401-454.
2. R.T.Tsunoda High-altitude F region irregularities: A review and synthesis // Rev. Geophys.–1988.–V.26.–P.719-760.
3. B.G.Ledley, G.Farthihng Field-aligned current observations in the polar casp ionosphere // Journ.Geophys.Res.–1975.–V.79.–P.3124-3128.
4. G. Ganguli, S. Slinker, V. Gavrishchaka, W. Scales Low frequency oscillations in a plasma with spatially variable field-aligned flow // Phys. Plasmas.–2002.–V.9.–P.2321-2329.
5. В. С. Михайленко, Д. В. Чибисов Ионные циклотронные неустойчивости потока плазмы вдоль магнитного поля, имеющего поперечный градиент потоковой скорости // Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна, серія фізична. "Ядра, частинки, поля".–2005.–№710.–Вип.3 /28/.–С.113-117.
6. N. D'Angelo Kelvin-Helmholtz instability in a fully ionized plasma in a magnetic field // Phys. Fluids.–1965.–V.8.–P.1748-1750.
7. А.Б. Михайловский Теория плазменных неустойчивостей. Т. 2.–М.: Атомиздат, 1977.–360 с.
8. W. E. Drummond, M. N. Rosenbluth Anomalous diffusion arising from microinstabilities in a plasma // Phys. Fluids.–1962.–V.5.–P.1507-1522.

THE ION CYCLOTRON INSTABILITIES OF INHOMOGENEOUS PLASMA WITH MAGNETIC-FIELD-ALIGNED FLOW AND TRANSVERSE VELOSITY SHEAR

V. S. Mikhailenko[1], D. V. Chibisov[2]
[1]*V.N. Karasin Kharkov National University, 61077, Kharkov, Svoboda sq., 4*
[2]*V.V. Dokuchaev Kharkov National agricultural University, 62483, Kharkov reg., p/o Kommunist-1*

The influence of plasma inhomogeneity on ion cyclotron instabilities in magnetic-field-aligned plasma flow with transverse velocity shear is investigated. In this plasma hydrodynamic and two kinetic ion cyclotron instabilities are exited. One of kinetic instability is a modification of the ion cyclotron instability of plasma with parallel current. The cause of the second kinetic instability branch is a transverse to magnetic field velocity shear. It was shown, that plasma inhomogeneity to increase the range of longitudinal wave number where hydrodynamic ion cyclotron instability is exited. The inhomogeneity of plasma density also reduces the threshold of kinetic ion cyclotron instabilities.

KEY WORDS: plasma shear flow, velocity flow shear, inhomogeneous plasma, ion cyclotron instability.