УДК 658.51.012

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТАЦИОНАРНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ

В.П. Демуцкий[1], О.М. Пигнастый[2], В.Д. Ходусов[1], М.Н. Азаренкова[1]
[1]Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,
Физико-технический факультет, 61108, Харьков, пр. Курчатова 31, demutskie@mail.ru,
[2]НПФ Технология, 61170, Харьков, ул. Котлова 10/12, E-mail: techpom@online.kharkov.ua
Поступила в редакцию 21 февраля 2006 г.

Построена математическая модель экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции. Состояние производственной системы в любой момент времени задается точкой в двумерном фазовом пространстве. Введена функция распределения для базового продукта и для нее записано уравнение, являющееся аналогом кинетического уравнения в физике. Определены инженерно-производственная и генераторные функции. В нулевом приближении записана замкнутая система уравнений для моментов функции распределения. Для замкнутой системы уравнений состояния макропараметров производственной системы получены уравнения возмущенного состояния. Записаны условия устойчивости функционирования производственной системы. Определена взаимосвязь между заделом и темпом перемещения базовых продуктов вдоль технологической цепочки, обеспечивающая устойчивое функционирование технологического процесса.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: синергетика, базовый продукт, микроскопическое описание, функция распределения, инженерно-производственная функция, генераторная функция, уравнения балансов

Роль неопределенности в поведении реальных производственных систем поистине огромна [1]. На уровне сравнительно простых моделей описания производственных систем для решения возникающих при их исследовании задач достаточно статистического аппарата классической теории вероятностей [2]. В настоящее время не испытывают затруднений в решении задач контроля качества продукции научными методами, хотя эти задачи неотделимы от неопределенности [3]. Хорошо известно, что распределение отклонений средних значений, определенных по результатам измерений малых выборок, относительно некоторого заданного значения (например, предельно допустимого размера изделия, обрабатываемого на металлорежущем станке) является гауссовым [4]. Системы выборочного контроля изделий, основанные на этом принципе, получили широкое распространение и оказались весьма эффективными. Ведущую роль математико-статистические исследования экономики сохраняли вплоть до середины 20-го века. Однако для исследования более сложных производственных процессов требуется привлекать и более сложный математический аппарат статистики. Первые признаки перемен появились в 30-е годы 20-го века. В США были опубликованы первые работы нобелевского лауреата В.В Леонтьева по балансу межотраслевых связей [5], в СССР первые работы нобелевского лауреата Л.В. Канторовича по математическим методам организации и планирования производства. Понимание того, что параметры, используемые в расчетах (нормативные затраты, данные о ресурсах, спрос на продукцию и т.д.) представляют случайные величины, обусловило использование теории стохастических процессов (успешно себя зарекомендовавшей в ядерной физике при исследовании излучения альфа-частиц) для решения поставленных перед обществом производственных задач.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Описания систем функционирование современного массового производства может быть представлено в виде стохастического процесса, в ходе которого производственная система переходит из одного состояния в другое [6, с.178]. Состояние системы можно определить как состояние общего числа N базовых продуктов производственной системы. Под базовым продуктом (или условным изделием [7, с.183]) будем понимать элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья, материалов и орудий труда в ходе его движения по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит превращение исходного сырья и материалов в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно-полезного труда. Состояние базового продукта будем описывать микроскопическими величинами $\left(S_j, \mu_j\right)$, где S_j (грн) и $\mu_j = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S_j}{\Delta t}$ (грн/час) соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенные производственной системой на j-й базовый продукт, $0 < j \le N$. Рассматриваемую производственную систему будем характеризовать функцией $J_{\Pi}(\mathrm{t}, \mathrm{S}, \mu)$.

Функция $J_{\Pi}(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu)$ может быть получена из принципа наименьшего действия, является функцией Лагранжа производственной системы предприятия и для партии базовых продуктов размером $N_{парт}$ имеет вид [8,9]:

$$J_{\Pi}(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu). = \sum_{j=1}^{N} \frac{a_S \cdot \mu_j^2}{2} - \sum_{j=1}^{N} \Phi(t,S_j), \tag{1}$$

где a_S - коэффициент пропорциональности, определяющий выбор размерности системы единиц для описания производственной системы; $\Phi(t,S_j)$ - интегральная инженерно-производственная функция предприятия, задаваемая документооборотом предприятия через таблицы норм расхода сырья (материалов), нормативных цен на сырье (материалы), сменных норм и расценок за выполнение работником технологических операций. Тот факт, что функция Лагранжа производственной системы содержит только $S_j(t)$, $\mu_j(t)$, но не более высокие производные является выражением утверждения, что состояние производственной системы предприятия полностью определяется знанием координат $S_j(t)$ и их скоростей изменения во времени $\mu_j(t)$. Состояние системы в некоторый момент времени будет определено, если определены микроскопические величины $(S_1,\mu_1;........S_N,\mu_N)$, а в любой другой момент времени найдено из уравнений состояния базовых продуктов:

$$\frac{dS_j}{dt} = \mu_j, \qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial J_{\Pi}(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu)}{\partial \mu_j}\right) = \frac{\partial J_{\Pi}(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu)}{\partial \mathrm{S}_{\mathrm{j}}}, \tag{2}$$

где $f_j(t,S) = \frac{\partial J_{\Pi}(\mathrm{t},\mathrm{S},\mu)}{\partial \mathrm{S}_{\mathrm{j}}}$ - инженерно-производственная функция, характеризующая установленный на предприятии технологический процесс изготовления продукции в соответствии с производственным планом, наличием трудовых ресурсов и оборудования. Однако, если количество базовых продуктов N много больше единицы, то решить систему (2) из $2 \cdot N$ -уравнений практически невозможно. Последнее уточнение требует перехода от микроскопического описания производственной системы к макроскопическому с элементами вероятностной природы. Вместо того, чтобы рассматривать состояние производственной системы с микровеличинами $(S_1,\mu_1;........S_N,\mu_N)$, введем соответствующим образом нормированную функцию распределения числа N базовых продуктов в фазовом пространстве (S,μ). Каждая точка в данном пространстве будет задавать состояние базового продукта. В силу того, что величина $\chi(t,S,\mu)\cdot d\Omega$ представляет собой число базовых продуктов в бесконечно малой ячейке $\Delta\Omega$ фазового пространства (S,μ), мы можем по изменению фазовой координаты S и фазовой скорости μ базового продукта со временем судить и об изменении самой функции $\chi(t,S,\mu)$ [10]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S}\cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu}\cdot f(t,S) = J(t,S,\mu). \tag{3}$$

Уравнение (3) есть кинетическое уравнение для функции распределения $\chi(t,S,\mu)$. Скорость изменения затрат μ базового продукта и функция $f(t,S)$ может быть найдена из системы уравнений состояния центрального базового продукта (2) [8,9]:

$$f(t,S) = -\frac{\partial \Phi(t,S)}{\partial S} \approx \left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}}{[\chi]_0}\right)\cdot \frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}}{[\chi]_0}\right) + 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{([\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi})^2}\right), \tag{4}$$

где $[\chi]_{1\psi}$ - производительность работы технологического оборудования, усредненная по единичному производственному участку, k_{ψ} - коэффициент загрузки оборудования [7,10], $0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{([\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi})^2}\right)$ - члены более высокого порядка малости, определяемые отношением величины дисперсии P потока базовых продуктов плотности $[\chi]_0$ к производительности работы $[\chi]_{1\psi}\cdot k_{\psi}$ технологического оборудования.

Генераторная функция $J(t,S,\mu)$ определяется плотностью размещения оборудования вдоль технологической цепочки и его техническими характеристиками [11], стремится при $t \to \infty$ свести начальное распределение базовых продуктов по скоростям изменения затрат к состоянию с равновесной функцией распределения в соответствии с технологическим процессом. Функция $\chi(t,S,\mu)$ является нормированной:

$$\int_0^\infty dS \cdot \int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = N\,. \tag{5}$$

Условие нормировки (5) представляет собой закон сохранения количества базовых продуктов, находящихся в производственном процессе. Инженерно-производственная функция $f(t,S)$ определяется из сводного графика технологического процесса. По своему смыслу инженерно-производственная функция представляет собой некий аналог силы, перемещающий базовый продукт вдоль технологической цепочки производственного процесса. При таком перемещении на базовый продукт оказывается воздействие со стороны орудий труда (оборудования). Таким образом происходит увеличение затрат, перенесенных на базовый продукт при его движении вдоль технологической цепочки производственного процесса. Оборудование воздействует на базовый продукт, изменяя его качественно и количественно. Мы можем говорить только о вероятности того, что после воздействия со стороны технологического оборудования базовый продукт будет находиться в том или ином состоянии. Процесс воздействия со стороны технологического оборудования на базовый продукт будем обозначать $[\mu \to \widetilde{\mu}]$, где μ и $\widetilde{\mu}$ - соответственно скорости изменения затрат, которые несет базовый продукт до и после воздействия. Полное же количество базовых продуктов, находящихся в единице объема фазового пространства и испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования, можно написать в виде произведения потока базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)\cdot\mu$ на вероятность для каждого из них испытать воздействие $[\mu \to \widetilde{\mu}]$ в некотором малом элементе $d\Omega$ фазового пространства (S,μ). Что касается вероятности испытать воздействие $[\mu \to \widetilde{\mu}]$, то о ней можно, по крайней мере, утверждать, что вероятности испытать воздействие пропорциональна плотности расположения оборудования $\lambda_{оборуд}$ вдоль технологической цепочки. Таким образом, число базовых продуктов, испытавших в единицу времени воздействие со стороны технологического оборудования и принявшие значения в пределах $(\widetilde{\mu};\widetilde{\mu}+d\widetilde{\mu})$, можно написать в виде

$$\psi[\mu \to \widetilde{\mu}]\cdot \lambda_{оборуд}\cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\cdot d\widetilde{\mu}\cdot dS \cdot d\mu\,, \tag{6}$$

где $\psi[\mu \to \widetilde{\mu}]$ - функция, определяемая паспортными данными работы технологического оборудования. Некоторые свойства этой функции могут быть получены из весьма общих соображений, если представить, что полная вероятность перехода в любое состояние равна единице:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \widetilde{\mu}]\cdot d\widetilde{\mu} = 1\,, \quad \text{(нулевой момент функции } \psi[\mu \to \widetilde{\mu}]\text{)}, \tag{7}$$

а производительность работы оборудования $[\chi]_{1\psi}$ и среднеквадратичное отклонение σ_ψ^2 могут быть определены через первый и второй моменты функции работы технологического оборудования $\psi[\mu \to \widetilde{\mu}]$, которые имеют, соответственно, следующий вид:

$$\int_0^\infty \psi[\mu \to \widetilde{\mu}]\cdot \widetilde{\mu}\cdot d\widetilde{\mu} = \mu_\psi = \left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right); \qquad \int_0^\infty \psi[\mu \to \widetilde{\mu}]\cdot \widetilde{\mu}^2\cdot d\widetilde{\mu} = \mu_\psi^2 + \sigma_\psi^2\,. \tag{8}$$

Первый момент функции работы технологического оборудования $\psi[\mu \to \widetilde{\mu}]$ характеризует зависимость скорости изменения затрат при прохождении базовым продуктом единицы технологического оборудования, второй – среднеквадратичное отклонение скорости изменения затрат при прохождении базовым продуктом единицы технологического оборудования от своего среднего значения μ_ψ, определяемого характеристиками оборудования и особенностями технологического процесса.

Наряду с переходом базовых продуктов $[\mu \to \widetilde{\mu}]$ в элемент объема $dS\cdot d\mu$ поступают базовые продукты из объема $dS\cdot d\widetilde{\mu}$ посредством обратного перехода $\psi[\widetilde{\mu} \to \mu]$ в количестве:

$$\psi[\widetilde{\mu} \to \mu]\cdot \lambda_{оборуд}\cdot \widetilde{\mu}\cdot \chi(t,S,\widetilde{\mu})\cdot d\widetilde{\mu}\cdot dS \cdot d\mu\,, \tag{9}$$

а общее число базовых продуктов в элементе объема $d\Omega$ изменяется в единицу времени на величину:

$$d\Omega \cdot J = d\Omega \cdot \lambda_{оборуд} \cdot \int_0^\infty \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) - \psi[\mu \to \tilde{\mu}] \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\} d\tilde{\mu} . \qquad (10)$$

Принимая во внимание нормировочное свойство (7) функции $\psi[\mu \to \tilde{\mu}]$, уравнение (3) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t,S) = \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \int_0^\infty [\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})] \cdot d\tilde{\mu} - \mu \cdot \chi \right\} . \qquad (11)$$

В большинстве интересных с практической точки зрения случаях функция $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ не зависит от состояния базового продукта до испытания воздействия $\tilde{\mu}$ со стороны технологического оборудования, что приводит к упрощению интегро-дифференциального уравнения (11):

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \chi}{\partial S} \cdot \mu + \frac{\partial \chi}{\partial \mu} \cdot f(t,S) = \lambda_{оборуд} \cdot \{\psi[\tilde{\mu} \to \mu] \cdot [\chi]_1 - \mu \cdot \chi\} . \qquad (12)$$

Нулевой $\int_0^\infty d\mu \cdot \chi(t,S,\mu) = [\chi]_0$ и первый $\int_0^\infty d\mu \cdot \mu \cdot \chi(t,S,\mu) = [\chi]_1$ моменты функции распределения имеют простую производственную интерпретацию: заделы базовых продуктов и их темп движения вдоль технологической цепочки. С помощью моментов функции распределения можно записать систему уравнений для описания макровеличин производственной системы.

УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАКРОПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

Умножив уравнение (12) соответственно на 1, μ, $\frac{\mu^2}{2}$ и проинтегрировав по всему диапазону μ, получим уравнения балансов [10]:

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = \int_0^\infty d\mu \cdot J ,$$

$$\frac{\partial [\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_2}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_0 + \int_0^\infty d\mu \cdot \mu \cdot J , \qquad (13)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [\chi]_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [\chi]_3}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_1 + \int_0^\infty d\mu \cdot \frac{\mu^2}{2} \cdot J ,$$

в которых по определению

$$\int_0^\infty d\mu \cdot \mu^\alpha \cdot \chi(t,S,\mu) = [\chi]_\alpha . \qquad (14)$$

Уравнения балансов (13), представляющие собой уравнения заделов, темпа и дисперсии базовых продуктов вдоль технологической цепочки, незамкнуты. Возможность получить замкнутую систему уравнений основана на свойствах функции $\psi[\tilde{\mu} \to \mu]$ и наличии малого параметра $K_v = \frac{l_{св}}{\xi} << 1$ [11], представляющего собой отношение длины свободного движения $l_{св}$ базовых продуктов вдоль технологической цепочки между единицами оборудования к характерному размеру технологической цепочки. В нулевом приближении по малому параметру $K_v << 1$ имеем [10]:

$$J = \sum_{m=0}^{\infty} \left(K_v\right)^m \cdot J_m; \qquad J_0 = \lambda_{оборуд} \cdot \left\{ \psi\left[\tilde{\mu} \to \mu\right] \cdot \left[\chi\right]_1 - \mu \cdot \chi \right\} = 0\,; \tag{15}$$

и из уравнения балансов (13) следует замкнутая система уравнений для описания производственной системы

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = 0,$$

$$\frac{\partial [\chi]_1}{\partial t} + \frac{\partial [\chi]_2}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_0\,, \tag{16}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [\chi]_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [\chi]_3}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_1\,.$$

Равенство (15) определяет вид функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ через вид функции работы технологического оборудования $\psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right]$ в нулевое приближение по малому параметру $K_v << 1$:

$$\psi\left[\tilde{\mu} \to \mu\right] \cdot [\chi]_1 = \mu \cdot \chi(t,S,\mu)\,. \tag{17}$$

Замкнутая система уравнений балансов заметно упрощается в случае стационарного протекания производственного процесса. Под стационарным (или установившимся) подразумевается такое протекание производственного процесса, при котором в каждой точке технологической цепочки макроскопические величины $[\chi]_0$, $[\chi]_1$, $[\chi]_2$ остаются постоянными во времени. Другими словами, макроскопические величины $[\chi]_0$, $[\chi]_1$, $[\chi]_2$ являются функцией одной только координаты S, так что

$$\frac{\partial [\chi]_0}{\partial t} = 0\,, \qquad \frac{\partial [\chi]_1}{\partial t} = 0\,, \qquad \frac{\partial [\chi]_2}{\partial t} = 0\,. \tag{18}$$

Система уравнений балансов (13) сводится в этом случае к виду

$$\frac{\partial [\chi]_1}{\partial S} = 0, \qquad \frac{\partial [\chi]_2}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_0\,, \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial [\chi]_3}{\partial S} = f(t,S) \cdot [\chi]_1\,. \tag{19}$$

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ БАЛАНСОВ МАКРОПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

Используя равенство (17) и определение для моментов функции распределения (14), выражения (7) и (8) могут быть записаны в виде:

$$\int_0^{\infty} \psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right] \cdot d\tilde{\mu} = \int_0^{\infty} \frac{\tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})}{[\chi]_1} \cdot d\tilde{\mu} = \frac{1}{[\chi]_1} \cdot \int_0^{\infty} \tilde{\mu} \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} = \frac{1}{[\chi]_1} \cdot [\chi]_1 = 1, \tag{20}$$

$$\int_0^{\infty} \psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right] \cdot \tilde{\mu} \cdot d\tilde{\mu} = \int_0^{\infty} \frac{\tilde{\mu}^2 \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})}{[\chi]_1} \cdot d\tilde{\mu} = \frac{1}{[\chi]_1} \cdot \int_0^{\infty} \tilde{\mu}^2 \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} = \frac{[\chi]_2}{[\chi]_1}\,, \tag{21}$$

$$\int_0^{\infty} \psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right] \cdot \tilde{\mu}^2 \cdot d\tilde{\mu} = \int_0^{\infty} \frac{\tilde{\mu}^3 \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu})}{[\chi]_1} \cdot d\tilde{\mu} = \frac{1}{[\chi]_1} \cdot \int_0^{\infty} \tilde{\mu}^3 \cdot \chi(t,S,\tilde{\mu}) \cdot d\tilde{\mu} = \frac{[\chi]_3}{[\chi]_1}\,. \tag{22}$$

Нулевой момент функции работы технологического оборудования $\psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right]$ (20) есть тождество, определяемое условием нормировки (7), первый (21) и второй (22) моменты представляют зависимость между моментами функции работы технологического оборудования $\psi\left[\mu \to \tilde{\mu}\right]$ и моментами функции распределения базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)$.

Второй момент функции распределения базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)$ может быть записан как

$$\frac{[\chi]_2}{[\chi]_1}=\frac{1}{[\chi]_1}\cdot\int_0^\infty\left(\tilde\mu-\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}\right)^2\cdot\chi(t,S,\tilde\mu)\cdot d\tilde\mu+\frac{1}{[\chi]_1}\cdot\int_0^\infty\left(\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}\right)^2\cdot\chi(t,S,\tilde\mu)\cdot d\tilde\mu=$$

$$=\frac{1}{[\chi]_1}\cdot\int_0^\infty\left(\tilde\mu-\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}\right)^2\cdot\chi(t,S,\tilde\mu)\cdot d\tilde\mu+\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}=\frac{P}{[\chi]_1}+\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}, \tag{23}$$

где $\int_0^\infty\left(\tilde\mu-\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}\right)^2\cdot\chi(t,S,\tilde\mu)\cdot d\tilde\mu=P$ - дисперсия скорости изменения затрат базовых продуктов.

Приравниваем выражения для первого момента функции работы технологического оборудования $\psi[\mu\to\tilde\mu]$ (7) и (23):

$$\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}=\frac{[\chi]_1}{[\chi]_0}+\frac{P}{[\chi]_1} \quad \text{или} \quad [\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi=[\chi]_1+\frac{P\cdot[\chi]_0}{[\chi]_1}. \tag{24}$$

Равенство (24) связывает производительность работы оборудования $[\chi]_{1\psi}$ с учетом коэффициента загрузки оборудования k_ψ с темпом прохождения базовых продуктов $[\chi]_1$ через фиксированный элемент технологической цепочки. Разность $([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi-[\chi]_1)$ определяется величиной произведения дисперсии базовых продуктов на их плотность в заданной точке технологической цепочки и обратно пропорциональна значению темпа базовых продуктов. Разрешение уравнения (24) относительно темпа прохождения базовых продуктов $[\chi]_1$ имеет вид:

$$[\chi]_1=\frac{([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)}{2}\cdot\left(1\pm\sqrt{1-\frac{P\cdot[\chi]_0}{([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)^2}}\right). \tag{25}$$

Для большинства практических случаев функционирования производства с массовым выпуском продукции $([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)^2>>P\cdot[\chi]_0$, откуда следует

$$[\chi]_1\approx[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi, \qquad ([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)^2>>P\cdot[\chi]_0. \tag{26}$$

Подставим выражение для инженерно-производственной функции (4) и выражения для второго (21)

$$\int_0^\infty\psi[\mu\to\tilde\mu]\cdot\tilde\mu\cdot d\tilde\mu=\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)=\frac{[\chi]_2}{[\chi]_1} \tag{27}$$

и третьего (22) момента функции распределения базовых продуктов $\chi(t,S,\mu)$

$$\int_0^\infty\psi[\mu\to\tilde\mu]\cdot\tilde\mu^2\cdot d\tilde\mu=\mu_\psi^2+\sigma_\psi^2=\frac{[\chi]_3}{[\chi]_1} \tag{28}$$

в стационарные уравнения балансов (19):

$$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0, \tag{29}$$

$$\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_1\cdot[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)=([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+[\chi]_0\cdot 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)^2}\right), \tag{30}$$

$$\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{(\mu_\psi^2+\sigma_\psi^2)\cdot[\chi]_1}{2}\right)=[\chi]_1\cdot\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+[\chi]_1\cdot 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi)^2}\right). \tag{.31}$$

С учетом (29), уравнения (30), (31) принимают вид:

$$[\chi]_1 \cdot \frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)=\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+[\chi]_0\cdot 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2}\right), \tag{32}$$

$$\frac{\partial[\chi]_1}{\partial S}=0, \qquad \frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{\mu_\psi^2+\sigma_\psi^2}{2}\right)=\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2}\right). \tag{33}$$

Используя (24) и условие малости (26) $\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2} << 1$, стационарное уравнения для темпа базовых продуктов (32) может быть представлено в виде членов первого порядка малости:

$$0=\frac{P\cdot[\chi]_0}{[\chi]_1}\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+[\chi]_0\cdot 0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2}\right). \tag{34}$$

Из определения инженерно-производственной функции (4) следует

$-\frac{\partial\Phi(t,S)}{\partial S}\approx\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial S}\left(\frac{[\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi}{[\chi]_0}\right)+0\left(\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2}\right)$, тогда выражение (33) может быть записано как:

$$\frac{\partial}{\partial S}\left\{\frac{\mu_\psi^2+\sigma_\psi^2}{2}+\Phi(t,S)\right\}=0 \quad \text{или} \quad \frac{\mu_\psi^2+\sigma_\psi^2}{2}+\Phi(t,S)=const, \tag{35}$$

где в силу условия (26) $\frac{\sigma_\psi^2}{\mu_\psi^2}\approx\frac{\left(\sigma_\psi\cdot[\chi]_0\right)^2}{\left(\mu_\psi\cdot[\chi]_0\right)^2}\approx\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2} << 1$.

Уравнение (35) представляет собою функцию Гамильтона для «центрального» базового продукта производственной системы [8].

ВЫВОДЫ

Таким образом, в нулевом приближении по малому параметру K_v форма функции распределения базовых продуктов по скоростям изменения затрат $\chi(t,S,\mu)$ для описания функционирования производственной системы определяется уравнением (12). Моменты функции распределения $\chi(t,S,\mu)$ (14) удовлетворяют замкнутой системе уравнений (16), которая служит для описания поведения макроскопических параметров идеальной производственной системы. Идеальность производственной системы заключается в отсутствии для замкнутой системы уравнений (16) в нулевом приближении по малому параметру K_v членов, описывающих диссипативные производственные процессы. В стационарном случае функционирования производственной системы при выполнение условия малости $\frac{P\cdot[\chi]_0}{\left([\chi]_{1\psi}\cdot k_\psi\right)^2} << 1$, характерного для большинства практических случаев, уравнение темпа базовых продуктов (30) вырождается в равенство (21), а уравнение дисперсии (31) представляет собою функцию Гамильтона производственной системы: построенной посредством сводного сетевого графика технологического процесса.

Авторы искренне признательны и благодарны сотрудникам экономического факультета Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина профессору Михайленко В.Г., доцентам Дидиченко Н.П., Дубровину А.А. за обсуждение материалов статьи при подготовке ее к печати.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия.- М.: Прогресс, 1961. - 341с.

2. Балашевич В.А. Математические методы в управлении производством. – Минск: Вышэйш. школа, 1976. – 334 с.
3. Басовский Л.Е., Протасьев В.Б. Управление качеством. – М.: ИНФРА-М, 2004.-212 с.
4. Курс для высшего управленческого персонала. – М.: Экономика, 1970. – 807 с.
5. Леонтьев В.В. Исследования структуры американской экономики. – М.: Государственное статистическое издательство, 1958. - 640 с.
6. Прыткин Б.В. Технико-экономический анализ производства. –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. -399с.
7. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием. Ч. 2. Внутризаводское планирование. - М.: Высшая школа, 1979. – 232 с.
8. Пигнастый О.М. Инженерно-производственная функция предприятия серийным или массовым выпуском продукции, Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: Сб. науч. тр. Нац. аэрокосмич. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». - 2005. - Вып.42(3). – N42(3). – С.111-117.
9. Пигнастий О.М. Мікроскопіний метод автоматизованого опису соціально-економічних систем в АПК //Вестник ХНТУСГ. - 2005. –N37. - Т.2 – С.191-196.
10. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции //Доповіді Національної академії наук України. - 2005. – N7 – С.66 – 71.
11. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок. - Х.: ХНУ, 2003 .-272с.

APPLICATION OF METHODS OF THE STATISTICAL PHYSICS FOR THE DESCRIPTION OF STATIONARY OPERATION OF INDUSTRIAL SYSTEMS

V.P. Demutsky[1], O.M. Pignasty[2], V.D. Khodusov[1], M.N. Azarenкova[1]
[1] *V.N. Karazin Kharkov National University , Dept. of Physics and Technology. 31 Kurchatov, 61108 Kharkov,Ukraine*
E-mail: demutskie@mail.ru,
[2]*NPF Technology, 10/12 Kotlova st., 61170, Kharkov,Ukraine.*
E-mail techpom@online.kharkov.ua

The mathematical model of economic - industrial systems with mass production is constructed. The state of production system at any moment is set by a point in two-dimention phase space. The distribution function for a base product is introdused and for it the equation being analog of a rate equation in physics is noted. The engineering - industrial and generating functions are determined. In a zero approximation the closed system of the equations for the moments of a distribution function is written. For a closed system of equations of state of macroparameters of an industrial system the equations of a perturbed state are obtained. Stability conditions of operation of an industrial system are defined. The correlation between a reserve and rate of transition of base products along the technological line-up, providing stable operation of a process is determined.
KEY WORDS: synergetic, base product, the microscopic description, distribution function, engineering-production function, generating function, the balances equations