

УДК 539.172

АНАЛИЗ ЗАРЯДОВЫХ ФОРМФАКТОРОВ ЯДРА ${}^6\text{Li}$ НА ОСНОВЕ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

Ю.А. Бережной¹, В.В. Пилипенко²¹Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы 4, Харьков 61077²Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", ул. Академическая 1, Харьков 61108
Поступила в редакцию 7 мая 2007 г.

Рассмотрено применение различных вариантов феноменологической кластерной модели ядра ${}^6\text{Li}$ – модели $\alpha+d$ нуклонных ассоциаций и кластерной модели с дисперсией для систем $\alpha+d$ и $\alpha+p+n$ – для описания упругого зарядового формфактора ядра ${}^6\text{Li}$ и формфактора неупругого рассеяния с возбуждением в ядре мишени первого состояния 3^+ . Из анализа экспериментально измеренных формфакторов найдены значения параметров изучаемых моделей. Показано, что рассмотренные кластерные модели дают хорошее описание как упругого, так и неупругого формфакторов, причем наиболее предпочтительной выглядит кластерная $\alpha+d$ модель с дисперсией.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ядро ${}^6\text{Li}$, кластерная модель, зарядовый формфактор, неупругий формфактор, среднеквадратичный радиус, параметр дисперсии

Ядра изотопов лития принадлежат к числу легчайших атомных ядер. Исследование их структуры представляет значительный интерес, поскольку они являются малонуклонными системами, в которых могут проявляться эффекты кластеризации (см., например, [1 гл. 5, 2 гл. XI]). Поэтому изучению ядер лития посвящено значительное количество экспериментальных и теоретических работ.

Большое значение имеет изучение проявлений эффектов кластеризации ядер в процессах ядерного рассеяния и ядерных реакциях [3, 4]. Для описания кластерной структуры ядер применяются различные подходы [4], в частности, сложные микроскопические модели базируются на динамических уравнениях, которые описывают как движение кластеров в ядрах, так и нуклонные степени свободы. Тем не менее для описания столкновений частиц высокой энергии с ядрами при не очень больших переданных импульсах q можно использовать более простой подход, в котором ядро описывается как система из нескольких кластеров с помощью феноменологических волновых функций или плотностей распределения кластеров в ядре мишени. Высокая эффективность этого метода была показана в работах, в которых была развита α -кластерная модель с дисперсией для нескольких легких ядер [5–8]. Поэтому выглядит привлекательной разработка аналогичного подхода для описания столкновений высокоэнергетических частиц с ядрами лития. При этом, прежде всего, необходимо найти корректные феноменологические функции распределения кластеров в ядрах лития. Параметры этих функций можно найти из анализа зарядовых формфакторов этих ядер, полученных из экспериментов по рассеянию электронов. Данная работа посвящена рассмотрению такой задачи для ядер изотопа ${}^6\text{Li}$.

КЛАСТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ЯДРА ${}^6\text{Li}$

Естественно ожидать, что одним из структурных элементов ядер лития является α -кластер, который характеризуется высокой стабильностью и симметрией. При этом кластерные эффекты наиболее ярко проявляются в ядре изотопа ${}^6\text{Li}$, которое мы рассматриваем ниже. Распределение заряда в ядре ${}^6\text{Li}$ характеризуется довольно длинным “хвостом” [1], который нельзя объяснить в рамках простой оболочечной модели. Ядро ${}^6\text{Li}$ имеет также довольно большое значение среднеквадратичного радиуса распределения заряда $\langle r^2 \rangle_{{}^6\text{Li}}^{1/2} = 2,57$ фм, что превышает эту же величину для ядра ${}^7\text{Li}$ $\langle r^2 \rangle_{{}^7\text{Li}}^{1/2} = 2,41$ фм. О кластерной структуре ядер ${}^6\text{Li}$ свидетельствуют также большое значение приведенной вероятности электромагнитного перехода $B(E2)$ и данные о низших возбужденных состояниях этого ядра. В настоящее время можно считать установленным, что доминирующей кластерной модой в ядрах ${}^6\text{Li}$ является конфигурация из α -кластера и дейтрона ($\alpha+d$), тогда как конфигурация из тритона t и ${}^3\text{He}$, которая также рассматривалась в литературе, играет незначительную роль [1, 2]. Этот вывод подтверждается также величинами энергий связи: 31,99 МэВ для ядра ${}^6\text{Li}$ в целом, 28,29 МэВ для α -частицы, 2,224 МэВ для дейтрона и 1,474 МэВ для системы α - и d -кластеров. В то же время энергия связи ядра ${}^3\text{He}$ равна 7,717 МэВ, ядра ${}^3\text{H}$ – 8,48 МэВ и системы t - и ${}^3\text{He}$ -кластеров – 15,80 МэВ. Это позволяет считать, что ядро ${}^6\text{Li}$ является системой α - и d -кластеров, которые находятся достаточно далеко друг от друга.

Будем рассматривать ядро ${}^6\text{Li}$ как систему кластеров $\alpha+d$ в S -состоянии, которая описывается плотностью распределения $\rho_{{}^6\text{Li}}(\xi)$ этих кластеров в ядре, зависящей от относительной координаты кластеров $\mathbf{0} = \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_d$

(\mathbf{r}_α и \mathbf{r}_d – радиусы- векторы кластеров). Поскольку ядро ${}^6\text{Li}$ имеет спин 1, в общем случае для описания упругого рассеяния электронов на этом ядре следует ввести три формфактора: монопольный и квадрупольный зарядовые формфакторы и магнитный формфактор [9 гл. 3]. Ниже мы не рассматриваем описание магнитного формфактора, а при описании зарядового формфактора пренебрегаем квадрупольным вкладом, принимая во внимание малость значений квадрупольного момента дейтрона (2,86 мбн) и ${}^6\text{Li}$ в целом (–0,83 мбн). Зарядовую плотность $\rho_{{}^6\text{Li}}^{(\text{ch})}(r)$ ядра ${}^6\text{Li}$ представим через плотности заряда α -частицы $\rho_\alpha^{(\text{ch})}(r)$ и дейтрона $\rho_d^{(\text{ch})}(r)$:

$$\rho_{{}^6\text{Li}}^{(\text{ch})}(r) = \frac{1}{3} \int d^3\xi \left[2\rho_\alpha^{(\text{ch})}(|\mathbf{r} - \mathbf{0}/3|) + \rho_d^{(\text{ch})}(|\mathbf{r} + 2\mathbf{0}/3|) \right] \rho_{{}^6\text{Li}}(\xi). \quad (1)$$

В формуле (1) мы учли, что заряды ядра ${}^6\text{Li}$, α -частицы и дейтрона равны $Z = 3$, $Z_\alpha = 2$ и $Z_d = 1$, а для их масс приближенно можно положить $M_\alpha / M \approx 2/3$, $M_d / M \approx 1/3$. В результате зарядовый формфактор ядра ${}^6\text{Li}$ приобретает вид:

$$F_{{}^6\text{Li}}(q) = \int d^3r \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \rho_{{}^6\text{Li}}^{(\text{ch})}(r) = \frac{2}{3} F_\alpha(q) S_{{}^6\text{Li}}(q/3) + \frac{1}{3} F_d(q) S_{{}^6\text{Li}}(2q/3), \quad (2)$$

где $F_\alpha(q)$ и $F_d(q)$ – зарядовые формфакторы α -частицы и дейтрона, а структурный формфактор $S_{{}^6\text{Li}}(q)$ ядра ${}^6\text{Li}$ определяется формулой

$$S_{{}^6\text{Li}}(q) = \int d^3\xi \exp(i\mathbf{q}\mathbf{0}) \rho_{{}^6\text{Li}}(\xi). \quad (3)$$

При выборе плотности $\rho_{{}^6\text{Li}}(\xi)$ мы рассмотрели несколько конкретных феноменологических кластерных моделей. Простейшие из них отвечают осцилляторной волновой функции относительного движения кластеров в модели нуклонных ассоциаций (МНА, см. [1, 2]), которая зависит от одного параметра β . Первый вариант волновой функции $\alpha+d$ системы (МНА1) имеет вид:

$$\psi(\xi) = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{4\beta}{3\pi} \right)^{\frac{3}{4}} \left(1 - \frac{8}{9} \beta \xi^2 \right) \exp\left(-\frac{2}{3} \beta \xi \right), \quad (4)$$

и отвечает случаю, когда наиболее вероятно положение кластеров в одной точке $\xi = 0$. Подставив $\rho_{{}^6\text{Li}}(\xi) = |\psi(\xi)|^2$ в (3), находим явный вид для структурного формфактора

$$S_{{}^6\text{Li}}(q) = \left(1 - \frac{1}{4\beta} q^2 + \frac{1}{64\beta^2} q^4 \right) \exp\left(-\frac{3q^2}{16\beta} \right). \quad (5)$$

Для второго варианта рассматриваемой модели МНА2 волновую функцию $\alpha+d$ системы возьмем в форме

$$\psi(\xi) = \sqrt{\frac{64}{135}} \left(\frac{4\beta}{3\pi} \right)^{\frac{3}{4}} \beta \xi^2 \exp\left(-\frac{2}{3} \beta \xi \right). \quad (6)$$

Выражение (6) отвечает наиболее вероятному расстоянию между кластерами $\xi \equiv d = \sqrt{3/(2\beta)}$. Собственно говоря, именно вариант модели МНА2 описывает конфигурацию ядра ${}^6\text{Li}$ с выраженной кластеризацией, в которой α - и d -кластеры хорошо отделены друг от друга и формируют структуру типа гантели с длиной d . Для варианта МНА2 структурный формфактор равен

$$S_{{}^6\text{Li}}(q) = \left(1 - \frac{1}{4\beta} q^2 + \frac{3}{320\beta^2} q^4 \right) \exp\left(-\frac{3q^2}{16\beta} \right). \quad (7)$$

Для обоих вариантов МНА среднеквадратичный зарядовый радиус ядра ${}^6\text{Li}$ определяется формулой:

$$\langle r^2 \rangle_{{}^6\text{Li}} = \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle_\alpha + \frac{1}{3} \langle r^2 \rangle_d + \frac{7}{12\beta}, \quad (8)$$

где $\langle r^2 \rangle_\alpha^{1/2}$ и $\langle r^2 \rangle_d^{1/2}$ – среднеквадратичные зарядовые радиусы α -частицы и дейтрона.

Рассмотрим далее $\alpha+d$ кластерную модель с дисперсией (КМД1) для ядра ${}^6\text{Li}$, которая является более реальной, чем описанные выше два варианта МНА. По аналогии с α -кластерной моделью с дисперсией из работ [5–8] представим плотность распределения кластеров в ${}^6\text{Li}$ в форме

$$\rho_{{}^6\text{Li}}(\xi) \equiv \rho_{\Delta}(\xi) = \int d^3 \xi' \rho_0(\xi') \Phi_{\Delta}(\mathbf{o} - \mathbf{o}'), \quad (9)$$

$$\rho_0(\xi) = (4\pi d^2)^{-1} \delta(\xi - d), \quad \Phi_{\Delta}(\xi) = (2\pi\Delta^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{1}{2\Delta^2} \xi^2\right). \quad (10)$$

Здесь плотность распределения $\rho_0(\xi)$ отвечает конфигурации системы $\alpha+d$ в виде жесткой гантели длиной d , а размывающая функция $\Phi_{\Delta}(\xi)$ описывает возможные отклонения рассматриваемой системы от этой жесткой формы, вероятность которых характеризуется параметром дисперсии Δ . Плотность распределения (9) можно представить в виде:

$$\rho_{\Delta}(\xi) = (2\pi\Delta^2)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\xi^2 + d^2}{2\Delta^2}\right) \frac{\Delta^2}{\xi d} \text{sh}(\xi d / \Delta^2). \quad (11)$$

Подставляя выражения (9) и (10) в формулу (3), находим структурный формфактор для ядра ${}^6\text{Li}$ в форме

$$S_{{}^6\text{Li}}(q) = j_0(qd) \exp\left(-\frac{1}{2} q^2 \Delta^2\right). \quad (12)$$

Среднеквадратичный зарядовый радиус ядра ${}^6\text{Li}$ в этой модели определяется выражением

$$\langle r^2 \rangle_{{}^6\text{Li}} = \frac{2}{3} \langle r^2 \rangle_{\alpha} + \frac{1}{3} \langle r^2 \rangle_d + \frac{2}{9} d^2 + \frac{2}{3} \Delta^2. \quad (13)$$

Поскольку дейтрон является слабо связанной системой, можно допустить, что d -кластер может испытывать значительную деформацию внутри ядра ${}^6\text{Li}$. Поэтому рассмотрим также это ядро как кластерную систему $\alpha+p+n$, которую будем описывать плотностью распределения кластеров $\rho_{{}^6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z})$, зависящей от координат Якоби для трех кластеров $\mathbf{o} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_n$, $\mathbf{z} = \mathbf{r}_{\alpha} - (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_n) / 2$. Пренебрегая вкладом зарядового формфактора нейтрона, представим зарядовую плотность $\rho_{{}^6\text{Li}}^{\text{(ch)}}(r)$ ядра ${}^6\text{Li}$ через плотности заряда α -частицы $\rho_{\alpha}^{\text{(ch)}}(r)$ и протона $\rho_p^{\text{(ch)}}(r)$:

$$\rho_{{}^6\text{Li}}^{\text{(ch)}}(r) = \frac{1}{3} \int d^3 \xi d^3 \eta \left[2\rho_{\alpha}^{\text{(ch)}}(|\mathbf{r} - \mathbf{z} / 3|) + \rho_p^{\text{(ch)}}(|\mathbf{r} + 2\mathbf{z} / 3 - \mathbf{o} / 2|) \right] \rho_{{}^6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z}). \quad (14)$$

Искомую плотность распределения кластеров $\rho_{{}^6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z})$ запишем в кластерной модели с дисперсией (КМД2):

$$\rho_{{}^6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z}) \equiv \rho_{\Delta}(\mathbf{o}, \mathbf{z}) = \int d^3 \xi' d^3 \eta' \rho_0(\mathbf{o}', \mathbf{z}') \Phi_{\Delta}(\mathbf{o} - \mathbf{o}', \mathbf{z} - \mathbf{z}'), \quad (15)$$

$$\rho_0(\mathbf{o}, \mathbf{z}) = (8\pi^2 d_N d_{\alpha})^{-1} \delta(\xi - d_N) \delta(\eta - d_{\alpha}) \delta(\mathbf{o} \cdot \mathbf{z}), \quad (16)$$

$$\Phi_{\Delta}(\xi, \eta) = (2\pi\Delta_N \Delta_{\alpha})^3 \exp\left(-\frac{1}{2\Delta_N^2} \xi^2 - \frac{1}{2\Delta_{\alpha}^2} \eta^2\right). \quad (17)$$

Здесь плотность распределения $\rho_0(\mathbf{o}, \mathbf{z})$ описывает систему $\alpha+p+n$ в форме жесткого равнобедренного треугольника с основанием d_N (расстояние между протоном и нейтроном) и высотой d_{α} , а вероятность отклонения кластеров от положений равновесия в вершинах этого треугольника описывается размывающей функцией $\Phi_{\Delta}(\xi, \eta)$ с параметрами дисперсии Δ_N и Δ_{α} .

В данной модели зарядовый формфактор ядра ${}^6\text{Li}$ выражается через формфакторы α -частицы $F_{\alpha}(q)$ и протона $F_p(q)$ соотношением

$$F_{6\text{Li}}(q) = \frac{2}{3}F_{\alpha}(q)S_{6\text{Li}}^{(\alpha)}(q) + \frac{1}{3}F_p(q)S_{6\text{Li}}^{(N)}(q), \quad (18)$$

где два структурных формфактора ядра ${}^6\text{Li}$ определяются формулами

$$S_{6\text{Li}}^{(\alpha)}(q) = \int d^3\xi d^3\eta \exp(i\mathbf{q}\mathbf{o}/3) \rho_{6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z}) = j_0\left(\frac{1}{3}qd_{\alpha}\right) \exp\left(-\frac{1}{18}q^2\Delta_{\alpha}^2\right), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} S_{6\text{Li}}^{(N)}(q) &= \int d^3\xi d^3\eta \exp\left[i\mathbf{q}\left(\frac{1}{2}\mathbf{o} - \frac{2}{3}\mathbf{z}\right)\right] \rho_{6\text{Li}}(\mathbf{o}, \mathbf{z}) = \\ &= j_0\left(q\sqrt{\frac{4}{9}d_{\alpha}^2 + \frac{1}{4}d_N^2}\right) \exp\left[-q^2\left(\frac{2}{9}\Delta_{\alpha}^2 + \frac{1}{8}\Delta_N^2\right)\right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Для среднеквадратичного зарядового радиуса ядра ${}^6\text{Li}$ согласно КМД2 легко найти такое выражение

$$\langle r^2 \rangle_{6\text{Li}} = \frac{2}{3}\langle r^2 \rangle_{\alpha} + \frac{1}{3}\langle r^2 \rangle_p + \frac{2}{9}d_{\alpha}^2 + \frac{1}{12}d_N^2 + \frac{2}{3}\Delta_{\alpha}^2 + \frac{1}{4}\Delta_N^2, \quad (21)$$

где $\langle r^2 \rangle_p^{1/2}$ – среднеквадратичный зарядовый радиус протона.

Кроме описания упругого зарядового формфактора ядра ${}^6\text{Li}$, в настоящей работе рассмотрено также применение феноменологической кластерной модели для описания квадрупольного формфактора неупругого рассеяния электронов на ядрах ${}^6\text{Li}$, отвечающего переходу $1^+ \rightarrow 3^+$ с возбуждением в ядре первого уровня 3^+ , $E_3^* = 2,18$ МэВ. При этом мы ограничились использованием только трех вариантов кластерной модели $\alpha+d$: МНА1, МНА2 и КМД1. В таком подходе конечный уровень 3^+ ядра ${}^6\text{Li}$ рассматривается как вращательное состояние системы $\alpha+d$ с орбитальным моментом $l = 2$. В общем виде кулоновский формфактор для неупругого перехода системы $\alpha+d$ из состояния $\Psi_{J_i M_i}(\mathbf{o})$ в состояние $\Psi_{J_f M_f}(\mathbf{o})$, где J_i , M_i и J_f , M_f – начальные и конечные значения момента и его проекции, дается следующим выражением

$$F_{M_f M_i}(q) = \frac{1}{3} \int d^3 r \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \int d^3 \xi \left[2\rho_{\alpha}^{(\text{ch})}(|\mathbf{r} - \xi/3|) + \rho_d^{(\text{ch})}(|\mathbf{r} + 2\xi/3|) \right] \Psi_{J_f M_f}^*(\mathbf{o}) \Psi_{J_i M_i}(\mathbf{o}). \quad (22)$$

Волновая функция относительного движения кластеров в ядре ${}^6\text{Li}$ имеет вид:

$$\Psi_{JM}(\mathbf{o}) = \sum_{m\mu} (l1m\mu | JM) \varphi_l(\xi) Y_{lm}(\mathbf{n}_{\xi}) \chi_{1\mu}, \quad (23)$$

где l , m – орбитальный момент системы кластеров и его проекция, $\varphi_l(\xi)$ – радиальная волновая функция движения кластеров, $\chi_{1\mu}$ – спиновая функция дейтрона.

Проекция момента M_i и M_f не фиксируются в эксперименте. Поэтому по ним надо провести соответствующее усреднение, которое дает для перехода $1^+ \rightarrow 3^+$ неупругий квадрупольный формфактор в форме

$$\left| F_{1 \rightarrow 3}(q) \right|^2 \equiv \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_f} \left| F_{M_f M_i}(q) \right|^2 = \left| \frac{2}{3}F_{\alpha}(q)S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(q/3) + \frac{1}{3}F_d(q)S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(2q/3) \right|^2. \quad (24)$$

Здесь структурный квадрупольный формфактор ядра ${}^6\text{Li}$ для рассматриваемого неупругого перехода определяется формулой

$$S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(q) = 4\pi\sqrt{7/3} \int d\xi \xi^2 j_2(q\xi) \rho_{1 \rightarrow 3}(\xi), \quad (25)$$

где радиальная переходная плотность связана с радиальными волновыми функциями соотношением $\rho_{1 \rightarrow 3}(\xi) = \varphi_2^*(\xi)\varphi_0(\xi)/4\pi$. Предполагая, что при вращении в конечном состоянии система $\alpha+d$ не претерпевает значительной деформации, положим $\varphi_2(\xi) \approx \varphi_0(\xi) \equiv \varphi(\xi)$. В этом случае мы получаем, что переходная плотность равна $\rho_{1 \rightarrow 3}(\xi) = |\varphi(\xi)|^2/4\pi = |\psi(\xi)|^2 = \rho_{6\text{Li}}(\xi)$, т.е. совпадает с плотностью распределения кластеров в основном состоянии ядра ${}^6\text{Li}$.

Для варианта МНА1, используя выражение (4) для волновой функции $\psi(\xi)$, получаем из (25) переходный структурный формфактор в виде

$$S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(q) = 8\sqrt{7\pi}\beta^{3/2} \frac{1}{q^3} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{3}{\beta}} \frac{q}{4}\right) - \sqrt{21} \left(\frac{1}{2} + \frac{4\beta}{q^2} - \frac{q^2}{48\beta} + \frac{q^4}{128\beta^2}\right) \exp\left(-\frac{3q^2}{16\beta}\right). \quad (26)$$

Аналогично для варианта МНА2, используя выражение (6), находим

$$S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(q) = \frac{\sqrt{21}q^2}{960\beta^2} (56\beta - 3q^2) \exp\left(-\frac{3q^2}{16\beta}\right). \quad (27)$$

Для получения структурного переходного формфактора в КМД1 используем выражения (9), (10) для плотности распределения кластеров, что дает

$$S_{1 \rightarrow 3}^{(2)}(q) = \sqrt{\frac{14}{3\pi}} \frac{1}{\Delta d} \exp\left(-\frac{d^2}{2\Delta^2}\right) \int d\xi \xi j_2(q\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\Delta^2}\right) \operatorname{sh}(\xi d/\Delta^2). \quad (28)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ФОРМФАКТОРОВ

На основе описанного выше подхода в рамках феноменологической кластерной модели нами был проведен теоретический анализ экспериментальных данных по зарядовому формфактору ядра ${}^6\text{Li}$, найденных из упругого рассеяния электронов на ядрах ${}^6\text{Li}$, а также данных по неупругому формфактору для рассеяния электронов с возбуждением в ядрах мишени первого уровня 3^+ , $E_3^* = 2,18$ МэВ. При этом анализ упругого зарядового формфактора проводился на основе всех рассмотренных выше кластерных моделей с помощью формулы (2) и формул (5) для МНА1, (7) для МНА2 и (12) для КМД1, а также по формулам (18)–(20) для КМД2. Неупругий формфактор рассчитывался по формуле (24) и формулам (26) для МНА1, (27) для МНА2 и (28) для КМД1.

Зарядовые формфакторы α - и d -кластеров, которые входят в формулу (2), мы считали совпадающими с формфакторами свободных ядер и выбирали для них безмодельные выражения в виде суммы гауссианов для α -частицы [10, 11]

$$F_\alpha(q) = \exp(-q^2\gamma^2/4) \sum_i \frac{Q_i}{1+2R_i^2/\gamma^2} \left[\cos(qR_i) + 2R_i^2 \sin(qR_i) / (\gamma^2 q R_i) \right], \quad (29)$$

и так называемой Параметризации I из работы [12] для дейтрона

$$F_d(q) = \left[1 - (q/q_0)^2 \right] \left[1 + \sum_{i=1}^5 a_i q^{2i} \right]^{-1}. \quad (30)$$

Константы в формулах (29), (30) являются определенными феноменологическими параметрами, определенными из анализа экспериментов по рассеянию электронов. Используемые безмодельные формфакторы α - и d -кластеров (29) и (30) отвечают значениям зарядовых радиусов $\langle r^2 \rangle_\alpha^{1/2} = 1,676$ фм и $\langle r^2 \rangle_d^{1/2} = 2,093$ фм. Для входящего в формулу (18) зарядового формфактора протона мы использовали хорошо известную дипольную форму [9] с $r_0 = 0,234$ фм:

$$F(q) = \left[1 + r_0^2 q^2 \right]^{-2}, \quad (31)$$

что отвечает среднеквадратичному зарядовому радиусу протона $\langle r^2 \rangle_p^{1/2} = \sqrt{12}r_0 = 0,811$ фм.

Рассчитанные формфакторы сравнивались с экспериментально измеренными упругим и неупругим зарядовыми формфакторами ядра ${}^6\text{Li}$ из работ [13, 14]. На основе анализа рассмотренных экспериментальных данных нами были определены величины параметров для использованных модельных распределений кластеров, которые приведены в табл. 1 вместе со значениями среднеквадратичного зарядового радиуса ядра ${}^6\text{Li}$, вычисленными по формуле (8) для МНА1 и МНА2, (13) для КМД1 и (21) для КМД2, и величины χ^2 для описания упругого и неупругого формфакторов. Для сравнения приведем также экспериментальные значения среднеквадратичного радиуса: $\langle r^2 \rangle_{\text{Li}}^{1/2} = 2,56 \pm 0,05$ фм $^{-1}$ из [13] и $\langle r^2 \rangle_{\text{Li}}^{1/2} = 2,57 \pm 0,10$ фм $^{-1}$ из [14]. Первое из них получено из обработки данных по рассеянию электронов в диапазоне $0,56 \text{ фм}^{-1} \leq q \leq 3,66 \text{ фм}^{-1}$, а второе – в диапазоне $0,09 \text{ фм}^{-1} \leq q \leq 0,90 \text{ фм}^{-1}$.

Результаты проведенных нами расчетов формфакторов ядра ${}^6\text{Li}$ вместе с соответствующими экспериментальными данными приведены на рис. 1–4. На графиках упругого зарядового формфактора ${}^6\text{Li}$ для сравнения также показаны кривые для зарядовых формфакторов кластеров, составляющих ядро лития.

При расчетах по моделям МНА1 и МНА2 сначала использовалось значение $\beta = 0,176$ фм $^{-2}$ (см. варианты расчетов 1, штриховые кривые на рис. 1, 2), определенное в [15] из экспериментального значения $\langle r^2 \rangle_{\text{Li}}^{1/2}$.

Затем было проведено уточнение параметра β путем фитирования упругого формфактора (см. варианты расчетов 2, сплошные кривые на рис. 1, 2). Это привело к некоторому увеличению $\langle r^2 \rangle_{\text{Li}}^{1/2}$ для МНА1 и его уменьшению для МНА2. Значения параметров для КМД1 (d и Δ) и КМД2 (d_α , d_N , Δ_α и Δ_N) также были найдены из фитирования упругого формфактора.

Табл. 1. Параметры расчетов.

Модель	Параметры модели	$\langle r^2 \rangle_{\text{Li}}^{1/2}$, фм	χ_{el}^2	χ_{in}^2
МНА1, 1	$\beta=0,1760 \text{ фм}^{-2}$	2,579	46,2	9,9
МНА1, 2	$\beta=0,1611 \text{ фм}^{-2}$	2,637	16,0	9,2
МНА2, 1	$\beta=0,1760 \text{ фм}^{-2}$	2,579	51,6	2,4
МНА2, 2	$\beta=0,1987 \text{ фм}^{-2}$	2,504	11,6	3,8
КМД1	$d=2,991 \text{ фм}, \Delta=1,429 \text{ фм}$	2,586	2,7	2,9
КМД2	$d_\alpha=3,239 \text{ фм}, \Delta_\alpha=1,116 \text{ фм}$ $d_N=0,0023 \text{ фм}, \Delta_N=2,400 \text{ фм}$	2,588	1,8	—

Все рассмотренные модели позволили описать изучаемые формфакторы ядра ${}^6\text{Li}$ при переданных импульсах $q < 3 \text{ фм}^{-1}$, в связи с чем величины χ^2 в табл. 1 вычислены для экспериментальных точек, лежащих в этой области q . При этом, однако, модель с выраженным разделением α - и d -кластеров МНА2 по сравнению МНА1 дает несколько лучшее описание упругого формфактора и заметно улучшает описание неупругого формфактора. Кластерная модель с дисперсией КМД1 обеспечивает существенно лучшее согласие рассчитанного упругого

зарядового формфактора с экспериментом по сравнению с обеими моделями МНА и не менее хорошее описание неупругого формфактора, чем МНА2. При этом КМД1 дает также лучшее значение для среднеквадратичного зарядового радиуса ${}^6\text{Li}$. Отметим, что МНА2 (см. табл. 1, вариант расчетов 2) дает расстояние между α - и d -кластерами $d=2,748 \text{ фм}$, а КМД1 – $d=2,991 \text{ фм}$. При этом параметр дисперсии в КМД1 имеет большое значение $\Delta=1,429 \text{ фм}$, что свидетельствует о большой вероятности отклонения расстояния между кластерами от равновесного значения.

Другая кластерная модель с дисперсией, КМД2, рассматривающая ядро ${}^6\text{Li}$ как систему $\alpha+p+n$, дает результаты для упругого формфактора ${}^6\text{Li}$, близкие к результатам КМД1. При этом величина параметра d_N , характеризующего наиболее вероятное расстояние между протоном и нейтроном, оказывается очень малой, а величина параметра дисперсии $\Delta_N=2,400 \text{ фм}$ близка к характерному размеру дейтрона. Таким образом, полученная в этой модели конфигурация близка к рассматриваемой в КМД1 конфигурации $\alpha+d$.

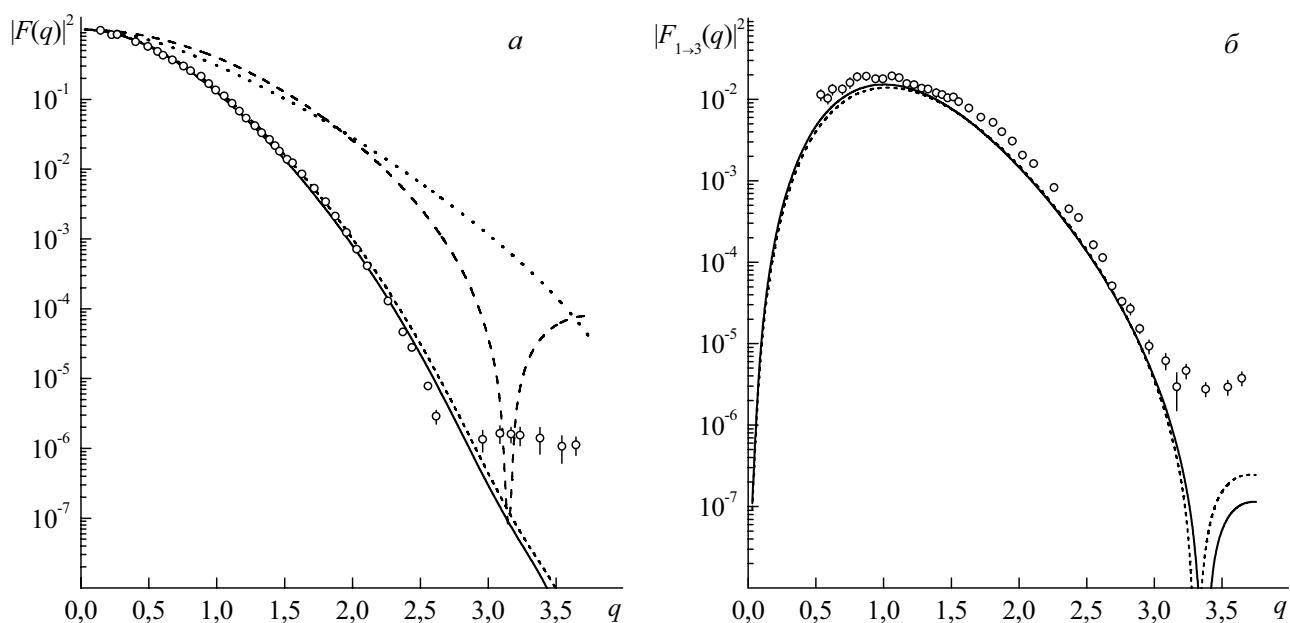


Рис. 1. Зарядовые формфакторы ядра ${}^6\text{Li}$, рассчитанные по модели МНА1, как функции переданного импульса q (фм^{-1}). Короткие штрихи – вариант расчетов 1, сплошные кривые – вариант расчетов 2. а) упругий формфактор, длинные штрихи и точечная кривая – зарядовые формфакторы α -частицы и дейтрона соответственно; б) неупругий формфактор для перехода $1^+(\text{g.s.}) \rightarrow 3^+ (E_3^* = 2,18 \text{ МэВ})$. Экспериментальные данные из работ [13, 14].

Заметим, что в работах [5–8] при использовании α -кластерной модели с дисперсией для описания зарядовых формфакторов других легких ядер (например, ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{16}\text{O}$) хорошее согласие с экспериментальными данными также имело место в той же области переданных импульсов $q < 3 \text{ фм}^{-1}$. Наблюдаемое расхождение

рассчитанных и измеренных формфакторов при больших значениях $q > 3 \text{ фм}^{-1}$ объясняется тем, что в этой области q в картине рассеяния электронов должны уже проявляться имеющиеся отклонения от крупномасштабной кластерной структуры и наблюдаться более тонкие детали структуры ядра, не описываемые простыми кластерными моделями.

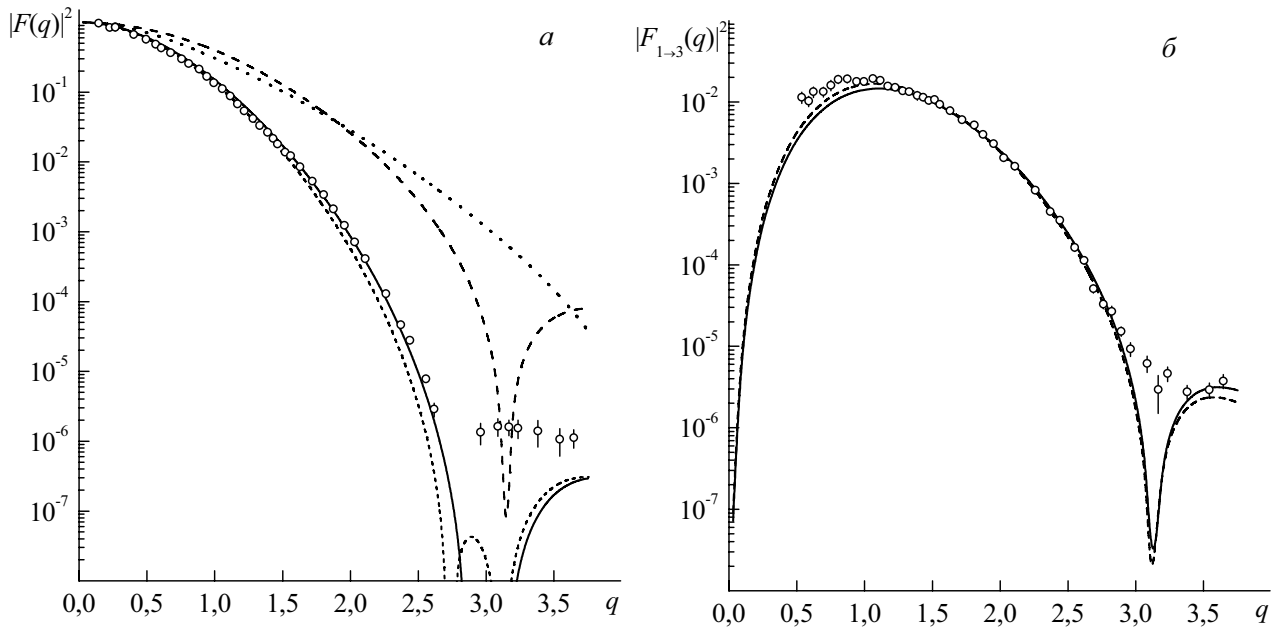


Рис. 2. То же самое, что на рис. 1, для расчетов по модели МНА2.

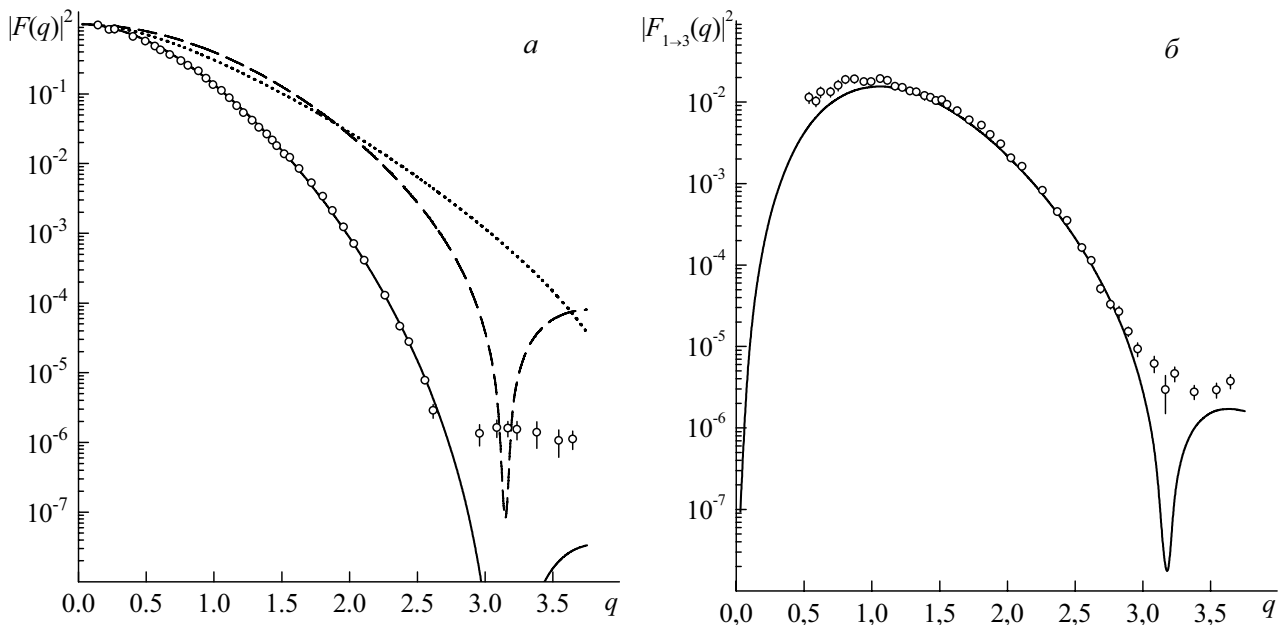


Рис. 3. То же самое, что на рис. 1, для расчетов по модели КМД1.

ВЫВОДЫ

На основе современных представлений о кластерной структуре ядер ${}^6\text{Li}$ был изучен ряд феноменологических моделей распределения кластеров в этих ядрах. Рассмотрены два варианта кластерной модели $\alpha+d$, для которых волновая функция относительного движения кластеров отвечает модели нуклонных ассоциаций, причем вариант МНА1 соответствует сильному перекрытию кластеров, а МНА2 – хорошо разделенным кластерам. Также предложены два варианта кластерной модели с дисперсией. В первом из них (КМД1) для ядра ${}^6\text{Li}$ рассматривается конфигурация $\alpha+d$ в форме нежесткой гантели, а во втором (КМД2) ядро

${}^6\text{Li}$ описывается как система $\alpha+p+n$ в форме равнобедренного треугольника с возможными отклонениями кластеров от положений равновесия в вершинах этого треугольника. Зарядовые формфакторы входящих в состав ядра ${}^6\text{Li}$ кластеров задаются в виде известных из литературы безмодельных аппроксимаций.

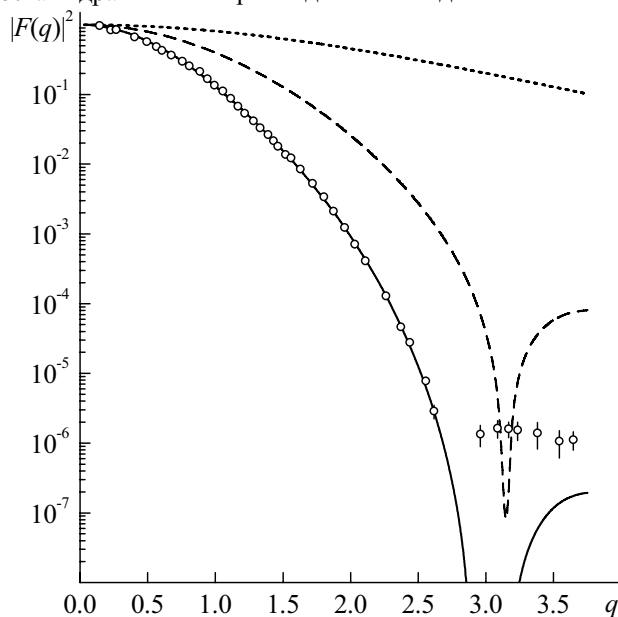


Рис. 4. Упругий зарядовый формфактор (сплошная кривая), рассчитанный по модели КМД2, как функция переданного импульса q (фм^{-1}). Штриховая и точечная кривые – зарядовые формфакторы α -частицы и протона соответственно. Экспериментальные данные из [13, 14].

Показано, что рассмотренные кластерные модели дают возможность успешно описать экспериментально измеренные упругий зарядовый формфактор ядра ${}^6\text{Li}$ и неупругий формфактор для перехода с возбуждением в ядре мишени первого состояния 3^+ , $E_3^* = 2,18$ МэВ, в области переданных импульсов $q < 3$ фм^{-1} . Такой диапазон q является характерной областью применимости простых кластерных моделей, не учитывающих процессы обмена нуклонами между кластерами и имеющиеся отклонения реальной структуры рассматриваемых ядер от кластерной конфигурации.

Из теоретического анализа экспериментальных данных были определены значения параметров, входящих в предложенные выражения для плотностей распределений кластеров. Расчеты показали, что модели с выраженным разделением кластеров дают несколько лучшее согласие с экспериментальными данными. Наилучшее описание изучаемых формфакторов дается кластерными моделями с дисперсией, причем КМД2 для конфигурации $\alpha+p+n$ фактически эквивалентна КМД1 для конфигурации $\alpha+d$. Предложенные модели для описания кластерной структуры ядер ${}^6\text{Li}$ могут далее быть применены для описания процессов рассеяния высокоэнергетических протонов на этих ядрах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра. -М.: Мир, 1980. – 502 с.
2. Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. -М: Наука, 1969. – 414 с.
3. Antonov A.N., Hodgson P.E., Petkov I.Zh. Nucleon correlations in nuclei. -Berlin: Springer-Verlag, 1993. -293 p.
4. Levin F.S. Clusters and reactions // Nucl. Phys. A. -1987. -V. 463, No 1, 2. -P. 487-501.
5. Berezhnoy Yu.A., Mikhailyuk V.P., Pilipenko V.V. Scattering of protons antiprotons and pions on ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{16}\text{O}$ nuclei // Acta. Phys. Pol. B. -1990. -V. 21, No 9. -P. 723-740.
6. Berezhnoy Yu.A., Mikhailyuk V.P., Pilipenko V.V. Elastic and inelastic intermediate-energy proton multiple scattering on ${}^{12}\text{C}$ and ${}^{16}\text{O}$ nuclei // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. -1992. -V. 18, No 1. -P. 85-97.
7. Бережної Ю.А., Михайлюк В.П. Упругое рассеяние протонов с энергией 800 МэВ ядрами ${}^{20}\text{Ne}$ // ЯФ. - 2000. -Т. 63, вып. 5. -С. 783-786.
8. Berezhnoy Yu.A., Mikhailyuk V.P. 1 GeV proton elastic scattering on ${}^9\text{Be}$ nuclei in the α -cluster model with dispersion // Eur. Phys. J. A. -2004. -V. 22, No. 3. -P. 443-447.
9. Ахизер А. И., Ситенко А. Г., Тартаковский В. К. Электродинамика ядер. - Киев: Наукова думка, 1989. – 432 с.
10. De Vries H. et al. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering // Atom. Data & Nucl. Data Tabl. -1987. - V. 36, No 3. - P. 495–536.
11. Sick I. Precise nuclear radii from electron scattering // Phys. Lett. B. -1982. -V. 116, No 4. -P. 212-214.
12. Abbott D. Phenomenology of the deuteron electromagnetic form factors // Eur. Phys. J. A. -2000. -V. 7. - P. 421-427.
13. Li G.C., Sick I., Whitney R.R., Yerian M.R. High-energy electron scattering from ${}^6\text{Li}$ // Nucl. Phys. A. - 1971. -V. 162, No 6. - P. 583-592.
14. Bumiller F.A., Buskirk F.R., Dyer J.N., Monson W.A. Elastic electron scattering from ${}^6\text{Li}$ and ${}^7\text{Li}$ at low momentum transfer // Phys. Rev. C. -1972. -V. 5, No 2. - P. 391-395.
15. Пересыпкин В.В. Рассеяние протонов и дейтронов на ядре ${}^6\text{Li}$ в области промежуточных энергий // ЯФ. - 1983. -Т. 38, вып. 10. - С. 895-900.

ANALYSIS OF CHARGE FORM FACTORS OF THE ${}^6\text{Li}$ NUCLEUS ON THE BASIS OF CLUSTER MODEL Yu.A. Berezhnoy¹, V.V. Pilipenko²

¹Kharkov National University, Svobody Sq. 4, Kharkov 61077, Ukraine

²National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology", Akademichna Str. 1, Kharkov 61108, Ukraine

Several variants of the phenomenological cluster model of the ${}^6\text{Li}$ nucleus – namely, the $\alpha+d$ model of nucleon associations and the cluster model with dispersion for the $\alpha+p+n$ systems – have been considered to be applied to description of the elastic charge form factor of the ${}^6\text{Li}$ nucleus and of the form factor of inelastic scattering with excitation of the first 3^+ state in the target nucleus. The values of the model parameters have been determined from the analysis of experimentally measured form factors. It has been shown that the cluster models under consideration provide a good description of both elastic and inelastic form factors but the cluster model with dispersion looks to be most preferable.

KEY WORDS: the ${}^6\text{Li}$ nucleus, cluster model, charge form factor, inelastic form factor, root-mean-square radius, dispersion parameter.