УДК 530.12:531.51:539.121.42

ОБЩЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПРЕЦЕССИЯ СПИНА КАК ПРОЯВЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФАЗЫ РЫТОВА-ВЛАДИМИРСКОГО-БЕРРИ

Е.Е. Занимонский[1], Ю.П. Степановский[2]
[1]Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, Физический факультет
пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина
E-mail: yevgenzan@mailru
[2]Институт теоретической физики имени А.И. Ахиезера
Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
ул. Академическая 1, Харьков, 61108, Украина
E-mail: yustep@kipt.kharkov.ua
Поступила в редакцию 15 июня 2007 г.

Для реализации больших возможностей современных прецизионных квантовых измерительных систем необходимо проводить комплексный анализ соответствующих задач теоретической физики. Для квантовой метрологии важным является исследование поведения спина частиц, в частности фотонов, при их движении во внешних полях. В работе обсуждается понятие волновой функции безмассовой частицы с произвольным спином и рассматриваются релятивистсткие волновые уравнения, которым удовлетворяют эти волновые функции. Исследуется квазиклассическое движение безмассовой частицы с произвольным спином в общей теории относительности. Для расчета изменения состояния поляризации частицы применен метод геометрической фазы Рытова-Владимирского-Берри. Предложен простой вывод вычисления угловой скорости общерелятивистской прецессии спина частицы. Показано, что определяющую роль при расчете общерелятивистской прецессии играет условие Борна-Фока-Саймона.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: безмассовая частица, спин, спиральность, прецессия, геометрическая фаза.

В связи с развитием экспериментальной техники, в частности квантовой метрологии, движение частиц со спином во внешних полях привлекает все больший интерес [1, 2]. Не остаются без внимания и безмассовые частицы, особенно, фотоны. Исследуется влияние неоднородной среды на движение и поляризацию фотонов [3], изучаются особенности движения поляризованных фотонов в общей теории относительности [4, 5]. При этом плодотворно используется метод геометрических фаз, развитый М. Берри [6] и восходящий к пионерским работам С.М. Рытова [7] и В.В. Владимирского [8].

Рассчитывая отклонение луча света в гравитационном поле Солнца в 1911 и в 1915 годах, А.Эйнштейн учитывал влияние гравитационного поля, как существование вокруг Солнца некоторой прозрачной среды с коэффициентом преломления, зависящим от координат. Несмотря на малость эффекта отклонения, его подтверждение в 1919 году было триумфом общей теории относительности. В настоящее время понимание того, как свет распространяется в гравитационном поле, приобрело особую актуальность, благодаря созданию и повсеместному использованию Глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), в которой существенную роль играют поправки, рассчитываемые с использованием теории Эйнштейна [9]. Исследование распространения света в гравитационном поле имеет и принципиальный интерес, в связи с популярностью неправильной трактовки этого явления, критика которой приведена в работе [10]. Весьма важной представляется также разработка и обоснование новых измерительных схем, использующих релятивистские эффекты уже как источник основной измерительной информации [11].

В 1957 г. вышла работа Г.В. Скроцкого «О влиянии силы тяжести на распространение света» [12], высоко оцененная Л. Инфельдом и В.А. Фоком[1]. Три года спустя вышла большая статья Е. Плебаньского «Электромагнитные волны в гравитационных полях» [13], в которой уравнения Максвелла в общей теории относительности трактовались как «электродинамика в макроскопической среде». В этих статьях распространение поляризованных электромагнитных волн в гравитационных полях было впервые подвергнуто серьезному и глубокому исследованию.

Вопрос о том, существует ли «волновая функция фотона», обсуждается с тех пор, как возникла квантовая механика и не перестает обсуждаться и в наши дни. Так, например, авторы серьезной монографии по квантовой оптике согласны с тем, что «понятие волновой функции фотона может вводить в заблуждение и его следует использовать с большой осторожностью» [14, с. 28]. Тем не менее, они справедливо считают, что есть основания полагать, что волновая функция фотона существует, и что описание фотона в этом смысле не отличается от описания безмассового нейтрино, или ультрарелятивистского электрона. Такую же точку зрения высказывает и автор фундаментальной монографии по квантовой электродинамике И. Бялыницкий-Бируля [15; 16, с. 316]. Этот взгляд на волновую функцию фотона не является новым и неожиданным. Он подробно излагается в монографии [17, с. 81] и впервые был сформулирован Э. Майораной в неопубликованной работе, датируемой 1928-1932 гг. [18].

[1] Авторы благодарны В.М. Конторовичу, обратившего их внимание на работу Г.В. Скроцкого [12] и на участие В.А. Фока в публикации этой работы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель работы состоит в получении простого вывода выражений для угловой скорости общерелятивистской прецессии спина безмассовой частицы.

В настоящей работе, используя метод геометрических (топологических) фаз в квантовой механике [19], мы рассмотрим квазиклассическое движение безмассовой частицы с произвольным спином в общей теории относительности и исследуем вопрос о том, как изменяется состояние поляризации такой частицы при ее движении.

Подобно тому, как безмассовые нейтрино описывается уравнениями Вейля

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm (\vec{\sigma}\frac{\partial}{\partial \vec{x}})\right]\psi = 0,$$

($\vec{\sigma}$ - матрицы Паули, ψ - двухкомпонентные спиноры, знаки $\pm$ соответствуют правым антинейтрино и левым нейтрино, $c = \hbar = 1$), фотоны и гравитоны описываются уравнениями [20]

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\lambda}(\frac{\partial}{\partial \vec{x}}\vec{S})\right]\psi = 0, \tag{1}$$

$\lambda = \pm 1$, или $\lambda = \pm 2$ - спиральности фотонов и гравитонов соответственно, $\vec{S}$ - спиновые матрицы спина 1 и спина 2. Естественно считать волновой функцией безмассовой частицы со спином *S* столбец из двух $2S+1$ компонентных волновых функций, левой (*L*) и правой (*R*),

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix},$$

а гамильтонианом - $2(2S+1)\times 2(2S+1)$ матрицу

$$H = \begin{pmatrix} \frac{i}{S}(\vec{S}\frac{\partial}{\partial \vec{x}}) & 0 \\ 0 & -\frac{i}{S}(\vec{S}\frac{\partial}{\partial \vec{x}}) \end{pmatrix}.$$

($\vec{S}$ - спиновые матрицы спина *S*). При таком подходе к безмассовым частицам нейтрино, фотоны, гравитоны и другие частицы с произвольным спином описываются совершенно однотипно.

Конечно же, величина $(\Psi^*\Psi)$ является 4-ой компонентой сохраняющегося 4-вектора тока только в случае спина ½ и только в этом случае может быть интерпретирована как плотность вероятности, в согласии с теоремой Вейнберга-Виттена [21] о связи спиральности безмассового поля и существованием сохраняющихся тензорных плотностей: ***сохраняющийся тензор*** $T_{\mu_1\mu_2\ldots\mu_n}$ ***может быть построен только для безмассового поля со спиральностью*** λ***, по модулю не большей чем*** $\frac{n}{2}$ ***(*** $|\lambda| \le \frac{n}{2}$ ***), а это означает, что сохраняющийся 4-вектор тока вероятности может быть построен только для безмассовых полей со спинами 0 и ½ .*** (Более подробное обсуждение этих вопросов можно найти в [22] и [23].)

ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ БЕЗМАССОВЫХ ПОЛЕЙ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СПИНОМ И КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ БЕЗМАССОВОЙ ЧАСТИЦЫ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

Уравнения (1)

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{1}{S}(\frac{\partial}{\partial \vec{x}}\vec{S})\right]\psi = 0$$

в случае произвольного спина *S* не являются релятивистски-инвариантными, (исключение представляет собой случай *S* = 1/2). ***Требование релятивистской инвариантности*** этих уравнений приводит к дополнительным уравнениям [24], аналогичным уравнению $div\,\vec{\psi} = 0$ для случая спина *S* = 1. Полная система релятивистски-инвариантных уравнений для безмассовых полей спина *S* имеет простой релятивистски-ковариантный вид (используем евклидову метрику и чисто мнимые четвертые компоненты 4-векторов)

$$(iS_{\mu\nu} + S\delta_{\mu\nu})\frac{\partial}{\partial x_\nu}\psi(x) = 0\,, \tag{2}$$

где *S* – спин частицы, $S_{\mu\nu}$ – инфинитезимальные операторы группы Лоренца,

$$S_{ik} = \varepsilon_{ikl}S_l, \quad S_{i4} = -S_{4i} = \pm S_i,$$

S_i – спиновые матрицы спина *S*. При произвольном преобразовании Лоренца, бесконечно мало отличающемся от единичного,

$$x'_\mu = (\delta_{\mu\nu} + \Delta\omega_{\mu\nu})x_\mu, \quad \Delta\omega_{\mu\nu} = -\Delta\omega_{\nu\mu},$$

волновые функции частицы преобразуется следующим образом:

$$\psi'(x') = (1 + \frac{i}{2} S_{\mu\nu}\Delta\omega_{\mu\nu})\psi(x(x')).$$

Уравнения (2) легко обобщаются на общерелятивистский случай (начиная с этого момента греческие индексы мы будем считать общерелятивистскими, а лоренцевские индексы пространства Минковского будем обозначать латинскими буквами *a, b, c …*),

$$(iS^{\mu\nu} + Sg^{\mu\nu})(\frac{\partial}{\partial x^\nu} - \Gamma_\nu)\psi(x) = 0, \tag{3}$$

где Γ_ν – соответствующие спиновые связности, по существу, найденные В.А. Фоком еще в 1929 г. в работе [25]. В.А. Фок нашел спиновые связности Γ_ν для дираковского электрона, но поскольку спиновые связности определяются только перестановочными соотношениями для операторов S_{ab}, то выраженные через операторы S_{ab}, формулы, полученные В.А. Фоком, будут пригодны для любого спина:

$$\Gamma_\nu = \frac{i}{4} h_{\nu c}(t_{abc} + t_{bca} - t_{cab})S_{ab},$$

где

$$t_{abc} = h_b^\mu h_c^\nu (h_{a\mu,\nu} - h_{a\nu,\mu}),$$

h_a^μ и $h_{a\mu}$ – соответствующие тетрады ([26, с. 377]. Используя тетрады, мы можем переписать уравнения (3) в следующем виде

$$(iS_{ab} + S\delta_{ab})h_b^\nu(\frac{\partial}{\partial x^\nu} - \Gamma_\nu)\psi(x) = 0. \tag{4}$$

Далее мы будем искать решение уравнений (4) в виде

$$\psi(x) = \exp(iR(x))\varphi(x)$$

и считать, что выполняется условие квазиклассичности, то есть считать, что градиент действия *R* много больше спиновых связностей Γ_ν, которыми поэтому можно пренебречь. Окончательно мы получаем уравнения

$$(iS_{ab} + S\delta_{ab})p_b\psi(x) = 0, \quad p_b = h_b^\nu P_\nu = h_b^\nu\, \partial R/\partial x_\nu. \tag{5}$$

(Отметим, что в случае высших спинов $S \geq 2$ существует серьезная проблема совместности дифференциальных уравнений (3) и (4) [27], но алгебраические уравнения (5), решения которых мы будем обсуждать в следующем разделе, безусловно совместны).

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФАЗЫ И ПРЕЦЕССИЯ СПИНА ПРИ ДВИЖЕНИИ БЕЗМАССОВЫХ ЧАСТИЦ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В 1984 г. М. Берри [6] обратил внимание на следующее. Пусть гамильтониан некоторой невырожденной (и невырождающейся) квантовой системы адиабатически (то есть очень медленно) изменяется со временем $H = H(t)$. Тогда, если произойдет циклическое изменение гамильтониана $H(t+T) = H(t)$, то, согласно адиабатической гипотезе Эренфеста [28], волновая функция системы вернется к исходному состоянию, в общем случае приобретя некоторый фазовый множитель,

$$\psi(t+T) = e^{i\theta}\psi(t). \tag{6}$$

До Берри никто не обращал внимания на этот множитель, он же показал, что этот множитель не только можно измерить, но и что он обладает замечательными геометрическими и топологическими свойствами. Берри представил решение уравнения Шрёдингера

$$i\frac{\partial}{\partial t}\psi(t) = H(t)\psi(t) \tag{7}$$

в виде:

$$\psi(t) = e^{-i\int_0^t E(t)dt}\phi(t), \tag{8}$$

где $\phi(t)$ и $E(t)$ – «мгновенные» волновые функции и собственные значения «мгновенного» гамильтониана $H(t)$,

$$H(t)\phi(t) = E(t)\phi(t). \tag{9}$$

Если мы перепишем соотношение (6) в виде:

$$\psi(t+T) = e^{i\theta_B} e^{-i\int^{+T} E(t)dt} \psi(t),$$

то θ_B определяется как фаза Берри. Уравнение (9) определяет функции $\phi(t)$ с точностью до множителя. Б. Саймон [29] показал, что если этот множитель фиксировать условием

$$\left(\phi, \frac{d\phi}{dt}\right) = 0,$$

то функции (8) с хорошей точностью представляют собой решения уравнения Шрёдингера (7). Подход Берри и условие Саймона были обобщены на случай вырожденных систем Ф. Вильчеком и А. Зи [30]. При этом условие Саймона обобщается следующим простым образом

$$\left(\phi_A, \frac{d\phi_B}{dt}\right) = 0,$$

где индексы *A* и *B* нумеруют вырожденные состояния. Отметим, что условие Саймона содержалось в работе М. Борна и В.А. Фока 1928 г. [31], а условия Вильчека и Зи в еще более ранней работе В.А. Фока [32]. Сейчас, на основе подхода, развитого в работе [33], мы убедимся в том, что условия Борна-Фока-Саймона играют определяющую роль при расчете общерелятивистской прецессии спина безмассовых частиц. Временная компонента 4-векторного уравнения (5) сводится к уравнению вида (для определенности будем считать спиральность частицы положительной)

$$(\vec{S}\vec{n})\phi = S\phi, \tag{10}$$

где $\vec{n}(\vec{x}(t),t)$ – некоторый единичный вектор, зависимость $\vec{x} = \vec{x}(t)$ описывает траекторию частицы, определяемую уравнением Гамильтона-Якоби

$$(p_b)^2 = (h_b^\nu P_\nu)^2 = (h_b^\nu\, \partial R/\partial x_\nu)^2 = g^{\mu\nu}\, \partial R/\partial x_\mu\, \partial R/\partial x_\nu = 0. \tag{11}$$

Продифференцируем уравнение (10) по времени

$$(\vec{S}\frac{d}{dt}\vec{n})\phi + [(\vec{S}\vec{n}) - S]\frac{d}{dt}\phi = 0.$$

Так как $(\vec{n}\, d\vec{n}/dt) = 0$ и $(\phi, d\phi/dt) = 0$, то

$$(\vec{S}\vec{n})\frac{d}{dt}\phi = (S-1)\frac{d}{dt}\phi \tag{12}$$

($d\phi/dt$ ортогонально ϕ и поэтому не содержит проекции спина *S*, вот о чем говорит условие Борна-Фока-Саймона, а оператор $(\vec{S}\, d\vec{n}/dt) = 0$ изменяет значение проекции спина *S* на *S*-1). Окончательно получаем следующее выражение для общерелятивистской прецессии,

$$\frac{d}{dt}\phi = i(\vec{S}\vec{\omega})\phi,$$

где угловая скорость прецессии $\vec{\omega}$ не зависит от знака спиральности и величины спина *S* и равна:

$$\vec{\omega} = \vec{n} \times \frac{d}{dt}\vec{n},$$

а единичный вектор $\vec{n}$ выражается через тетрады и 4-импульс безмассовой частицы следующим образом:

$$n_j = i\, h_j^\mu P_\mu \big/ h_4^\mu P_\mu\,.$$

(Равенство $\vec{n}^2 = 1$ следует из уравнения Гамильтона-Якоби (11)). В случае линейно поляризованного фотона получаем из (12) общерелятивистское обобщение прецессии Рытова-Владимирского [7, 8]:

$$\frac{d}{dt}\vec{e} = \vec{\omega}\times\vec{e} = (\vec{n}\times\frac{d}{dt}\vec{n})\times\vec{e} = -(\vec{e}\frac{d}{dt}\vec{n})\vec{n}.$$

ВЫВОДЫ

В работе обсуждается вопрос о том, что следует считать волновой функцией безмассовой частицы с произвольным спином. Рассмотрено общее релятивистское волновое уравнение, описывающее частицу с произвольным спином. Уравнения Вейля для нейтрино и уравнения Максвелла для фотонов представляют собой частные случаи этого уравнения. Исследовано квазиклассическое движение безмассовой частицы с произвольным спином в общей теории относительности и с помощью метода геометрической фазы получены простые выражения для изменения состояния поляризации такой частицы при ее движении. Показано, что определяющую роль при расчете общерелятивистской прецессии играет условие Борна-Фока-Саймона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Померанский А.А., Сеньков Р.А., Хриплович И.Б. Релятивистткие частицы с внутренним моментом во внешних полях // УФН. – 2000. – Т. 170, № 10. – С. 1129-1141.
2. Bliokh K.Yu., Bliokh Yu.P. Spin Gauge Fields: from Berry Phase to Topological Spin Transport and Hall Effects // Ann. of Phys. – 2005. – V. 319, № 1. – P. 13-47.
3. Bliokh K.Yu., Freilikher V.D. Topological Spin Transport of Photons: Magnetic Monopole Gauge Field in Maxwell's Equations and Polarizations Splitting of Rays in Periodically Inhomogeneous Media // Phys. Rev. B. – 2005. – V. B72. – P. 035108-1– 035108-10.
4. Duval C., Horvathy Z, Horvathy P.A. Fermat Principle for Spinning Light // Phys. Rev. D. – 2006. – V. D74. – P. 021701-1– 021701-5.
5. Gosselin P., Bérard A., Mohrbach H. Spin Hall Effect of Photons in a Static Gravitational Field // Phys. Rev. D. – 2007. – V. D75. – P. 084035-1– 084035-6.
6. Berry M. V. Quantal Phase Factors Accompanying Adiabatic Changes // Proc. Roy. Soc. Lond. A. – 1984. – V. 392, № 1802. – P. 45-57.
7. Рытов С.М. О переходе от волновой к геометрической оптике // ДАН СССР. – 1938. – Т. XVIII, № 4-5. – С. 263-266.
8. Владимирский В.В. О вращении плоскости поляризации в искривленном световом луче // ДАН СССР. – 1941. – Т. XXXI, № 3. – С. 222-225.
9. Ashby N. Relativity and the Global Positioning System // Phys. Today. – 2002. – V.55, № 5. – P. 41-47.
10. Окунь Л.Б., Селиванов К.Г., Телегди В.Л. Гравитация, фотоны, часы // УФН. – 1999. – Т. 169, № 10. – С. 1141-1147.
11. Занимонский Е.Е., Омельченко А.В. Оценка неопределенности измерения релятивистских эффектов при периодическом движении в гравитационном поле // Системы обработки информации. – Харьков, 2007. - Вып.4 (65). - С. 39 — 41.
12. Скроцкий Г.В. О влиянии силы тяжести на распространение света // ДАН СССР. – 1957. – Т. 114, № 1. – С. 73-76.
13. Plebansky J. Electromagnetic Waves in Gravitational Fields // Phys. Rev. – 1960. – V. 118, № 5. – P. 1396-1408.
14. Скалли М.О., Зубайри М.С. Квантовая оптика. – Москва: Физматлит, 2003. – 512 с.
15. Bialynicki-Birula I., Bialynicki-Birula Z. Quantum electrodynamics. – Warszawa: Pergamon Press Ltd. and PWN, 1975. – 550 p.
16. Bialynicki-Birula I. The Photon Wave Funktion // in: Coherence and Quantum Optics VII, Eds. Eberly J.H, Mandel L., Wolf E. – New York: Plenum, 1996. – P. 313-323.
17. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика, 4-ое изд. – Москва: Наука, 1981. – 432 с.
18. Mignani R., Recami E., Baldo M. About a Dirac-like Equation for the Photon According to Ettore Majorana // Lett. al Nuovo Cim. – 1974. – V. 11, № 12. – P. 568-569.
19.Виницкий С.И., Дербов В.Л., Дубовик В.М., Марковски Б., Степановский Ю.П. Топологические фазы в квантовой механике и поляризационной оптике // УФН. – 1990. – Т.160. - Вып. 6. - С. 1-49.
20. Степановский Ю.П. Малая группа Лоренца и уравнения свободных безмассовых полей с произвольными спинами // УФЖ. – 1964. – Т. IX, № 11. – С. 1165-1168.
21. Weinberg S., Witten E. Limits on massless particles // Phys. Lett. B. – 1980. – V. 96. – P. 59-62.
22. Степановский Ю.П. От уравнений Максвелла до фазы Берри и сонолюминесценции: проблемы теории электромагнитного и других безмассовых полей // Электромагнитные явления. – 1998. – Т. 1, № 2. – С. 180-219.
23. Afanasiev G.N., Stepanovsky Yu.P. The Helicity of the Free Electromagnetic Field and its Physical Meaning // Il Nuovo Cimento A. – 1996. – V.109A, №3. – P.271-279.
24. Степановский Ю.П. О волновых уравнениях безмассовых полей // ТМФ. – 1981. – Т. 47, № 3. – С. 343-351.
25. Fock V. Geometrisierung der Diracschen Theorie des Electrons // Zs. Phys. – 1929. – Bd.57, H. 3-4. – S. 261-277.
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – Москва: Наука, 1988. – 512 с.
27. Illge R., Schimming R. Consistent Field Equations for Higher Spin on Curved Spacetimes // Annalen der Physik. – 1999. – B. 8. – S. 319-329.
28. Бакай А.С., Степановский Ю.П. Адиабатические инварианты. – Киев: Наукова думка, 1981. – 284 с.
29. Simon B. Holonomy, the Quantum Adiabatic Theorem, and Berry's Phase // Phys. Rev. Lett. – 1983. – V. 51, № 24. – P. 2167-2170.
30. Wilczek F., Zee A. Appearance of Gauge Structures in Simple Dynamical Systems // Phys. Rev. Lett. – 1984. – V. 52. – P. 2111-2114.
31. Born M., Fock V. Beweis des Adiabatensatzes // Z. Phys. – 1928. – Bd. 51, H. 3. – S. 165-180.
32. Fock V. Über die Bezleung zwischen den Integralen der quantenmechanischen Bewegungsglelchungen und der Schrödingerschen Wellengleichung // Z. Phys. – 1928. – Bd. 49, H. 5-6. – S. 323-338.
33. Зазунов Л.Г., Степановский Ю.П. Геометрические фазы и поляризационные явления при движении релятивистских частиц в неоднородных средах // УФЖ. – 1990. – Т. 35, № 10. – С. 1591-1595.

GENERAL RELATIVISTIC SPIN PRECESSION AS MANIFESTATION OF RYTOV-VLADIMIRSKY-BERRY GEOMETRICAL PHASE

Y.Y. Zanimonskiy [1], Yu.P. Stepanovsky [2]
[1] Physics Department of Karazin National University,4, Svobody Square, Kharkov, 61077, Ukraine.
E-mail: yevgen@online.kharkiv.com
[2]Akhiezer Institute for Theoretical Physics,National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology",
1, Academicheskaja Street, Kharkov, 61108, Ukraine.
E-mail: yustep@kipt.kharkov.ua

Realization of great opportunities of modern accurate quantum measuring systems needs to perform the complex analysis of corresponding problems of theoretical physics. For quantum metrology it is important to investigate the spin movement of particles, in particular photons, moving in external fields. In the paper the notion of wave function for arbitrary spin massless particle is discussed. These wave functions satisfy some relativistic wave equations under consideration in the paper. The semiclassical motion of arbitrary spin massless particle in general relativity is considered. The evolution of particle polarization state is investigated by using the method of Rytov-Vladimirsky-Berry geometrical phase. A simple derivation is given for calculating of general relativistic spin precession of the particle. It is shown that Born-Fock-Simon condition is of great importance for general relativistic spin precession calculation.
KEY WORDS: massless particle, spin, helicity, precession, geometrical phase.