УДК 658.51.012

О ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПОДХОДАХ В ПОСТРОЕНИИ ФУНКЦИИ ЛАГРАНЖА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

В.П. Демуцкий[1], О.М. Пигнастый[2], В.Д. Ходусов[1]
[1]*Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,*
Физико-технический факультет, 61108, Харьков, пр. Курчатова 31, khodusov@pht. univer.kharkov.ua,
[2]*НПФ Технология, 61170, Харьков, ул. Котлова 10/12, к.16, E-mail: pom7@bk.ru*
Поступила в редакцию 1 июля 2007 г.

В фазовом технологическом пространстве определено состояние производственной системы. Технология производства задана нормативной технологической траекторией. Технологический процесс на каждой технологической операции представлен технологическими факторами с нормативными параметрами производства и допустимыми отклонениями от них. С использованием вариационного и дифференциального принципов записана функция Лагранжа производственной системы. Показаны различия в вариационном и дифференциальном подходе при построении функции Лагранжа производственных систем. Получены уравнения движения предметов труда в фазовом технологическом пространстве, связывающие между собой затраты производства и темп движения заготовок вдоль технологической цепочки производственной системы. Определены интегралы движения при описании производственных систем.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: синергетика, базовый продукт, микроскопическое описание, функция Лагранжа, уравнения Эйлера

Развитие экономической теории на основе сведений о технологических процессах дало повод к разработке производственных функций с использованием технических достижений инженерной науки. Подход к производственной функции на технической основе обладает значительными преимуществами. Во-первых, известна область применимости производственных функций, а во-вторых, он позволяет относительно легко использовать результаты технического прогресса. Основной предмет изучения - производственный процесс, определяется так, как это удобно с точки зрения инженерного анализа. Первой задачей является перевод технических единиц в величины, более подходящие для экономического анализа. Вторая и наиболее важная задача заключается в том, чтобы путем объединения этих процессов на отдельном предприятии получить производственную функцию предприятия. Традиционная производственная функция описывает эффективные технические способы производства, при которых производится максимум желаемого товара при заданных затратах ресурсов. Процесс поиска технических способов производства в экономической теории не рассматривается. Долгие годы эти вопросы считались задачами управления, выходящими за рамки экономики. Основные ограничения инженерных данных подобны ограничениям данных бухгалтерских затрат. Действительно, эти два набора данных часто очень тесно связаны. Бухгалтеры оценивают товарные затраты, разделяя производство на отдельные операции, и описывают затраты каждой операции, оценивая вложения труда, сырья и материалов и т.п. Инженерные данные, подобно цифрам бухгалтерских калькуляций, относятся к процессам. Одна из трудностей перевода этих результатов в функции затрат для некоторых отраслей заключается в том, что процессы и затраты на эти процессы могут взаимодействовать друг с другом и могут не быть сепарабельными. Однако на практике это может служить вполне достаточным приближением для множества разных отраслей. Второй главной трудностью является произвольность распределения комплексных затрат. Кажется, именно это послужило причиной того, что существует очень мало синтетических или инженерных исследований затрат многопродуктовых фирм. Важным шагом в применении экономистами синтетического подхода к исследованию затрат стали работы Мейера, Пека, Стенасона и Цвика [1]. Несмотря на все возражения, которые могут быть высказаны против синтетического подхода к затратам, во многих случаях он оказывается единственным приемлемым методом. Вероятно, он является единственным практическим подходом для фирмы, выпускающей множество разных продуктов. Целью настоящей работы является построение функции Лагранжа и уравнений Эйлера предметов труда для вывода инженерно-производственной функции предприятия.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Функционирование современного производства может быть представлено в виде процесса, в ходе которого производственная система переходит из одного своего состояния в другое. Состояние системы можно определить как состояние общего числа N базовых продуктов производственной системы [2,с.178]. Под базовым продуктом [3,с.183] понимается элемент производственной системы, на который происходит перенос стоимости живого труда, сырья, материалов и орудий труда при его движении по операционной цепочке технологических карт. В ходе такого движения происходит целенаправленное превращение исходного сырья и материалов (межоперационной заготовки) в готовый продукт путем целенаправленного воздействия общественно-полезного труда. Состояние j-го базового продукта может быть описано микроскопическими величинами (производственно-технологическими параметрами) (S_j, μ_j) [4], где S_j (грн) и $\mu_j = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta S_j}{\Delta t}$ (грн/час) соответственно сумма общих затрат и затрат в единицу времени, перенесенные производственной системой на j-й базовый продукт, $0 < j \le N$. Рассматриваемую производственную систему будем характеризовать функцией $J_П(t, S_1, S_2, ..., S_N, \mu_1, \mu_2, ..., \mu_N, S_0, \mu_0)$ [5]. Через переменные S_0 и μ_0 задана технология производства базового продукта [6] в фазовом технологическом пространстве (S, μ). Переменные S_0 и μ_0 в этом пространстве определяют для производственного процесса нормативную технологическую траекторию

$$S_0 = S_0(t), \qquad \mu_0 = \frac{dS_0(t)}{dt}. \tag{1}$$

Нормативная технологическая траектория является детерминированной. Детерминированность нормативной технологической траектории вытекает из однозначности заданной технологии изготовления базового продукта. Каждая технологическая операция имеет нормативные технологические параметры производства базового продукта и допустимые отклонения от нормативных технологических параметров. Технологическая операция, выполненная с превышением значений предельных отклонений, приводит к нарушению технологического процесса, и как следствие, к появлению бракованной заготовки. Пусть технологический процесс на каждой m-ой технологической операции задан k технологическими факторами $Z_{m,k}$ с определяющими их параметрами

$$\langle Z_{m,k} \rangle - \Delta Z_{2\,m,k} \le Z_{m,k} \le \langle Z_{m,k} \rangle - \Delta Z_{1\,m,k}, \quad m = 1..\ N_m, \quad \kappa = 1..\ N_k, \tag{2}$$

где N_m и N_k соответственно, количество технологических операций и количество технологических факторов, которое допускается технологической операцией. Каждый технологический фактор $Z_{m,k}$ является случайной величиной с математическим ожиданием (нормативным значением) $\langle Z_{m,k} \rangle$. Верхние и нижние допуски $\Delta Z_{1\,m,k}$ и $\Delta Z_{2\,m,k}$ определяют позволяемые технологией изготовления базового продукта верхние и нижние отклонения параметров технологического процесса от заданной нормативной технологической траектории. При изготовлении базового продукта с технологическими параметрами в пределах допустимых технологией производства верхних $\Delta Z_{1\,m,k}$ и нижних $\Delta Z_{2\,m,k}$ отклонений от нормативных значений считается, что базовый продукт изготавливается в соответствии с заданной технологией. Тогда с использованием аппарата теории случайных процессов [7] могут быть получены значения технологических параметров $\mu_{0\,m} - \sigma_{\mu_{0\,m}} \le \mu_m \le \mu_{0\,m} - \sigma_{\mu_{0\,m}}$ для m-ой технологической операции [7, с.294]

$$\begin{gathered} \mu_{0\,m} = \mu_{0\,m}\left(Z_{m,k}, \Delta Z_{1\,m,k}, \Delta Z_{2\,m,k}\right), \\ \sigma_{\mu_{0\,m}} = \sigma_{\mu_{0\,m}}\left(Z_{m,k}, \Delta Z_{1\,m,k}, \Delta Z_{2\,m,k}\right), \quad \kappa = 1..\ N_k. \end{gathered} \tag{3}$$

При большом количестве технологических операций $N_m >> 1$ удобен переход от дискретного описания значений технологического процесса через величины $\mu_{0\,m}, \sigma_{\mu_{0\,m}}$ к непрерывному описанию через функции $\mu_0(t)$, $\sigma_\mu(t)$ [4]. Значения технологического процесса $S_0(t)$, $\sigma_S(t)$ могут быть получены путем интегрирования технологических параметров $\mu_0(t)$, $\sigma_\mu(t)$ [7, с.287]. Каждый j-й базовый продукт в процессе технологической обработки переходит из своего начального состояния (начальной заготовки) в конечное состояние (готовое изделие) в соответствии с заданной технологией производства базового продукта и образует в фазовом технологическом пространстве (S,μ) технологическую траекторию. Данная технологическая траектория является реализацией технологического процесса для j-го базового продукта. Технологический процесс реализуется в окрестности известной технологии производства базового продукта, которая ограничивается зоной допустимых технологических траекторий (рис.1). Производственный процесс определяется совокупностью состояний базовых продуктов. Если известно все о состоянии каждого базового продукта в любой момент времени, то разумно полагать, что все известно и о состоянии производственной системы. Изменение во времени свойств каждого базового продукта производственной системы может быть представлено в виде движения базового продукта в фазовом пространстве (S,μ), а закон движения может быть получен с помощью методов вариационного исчисления. Если в моменты времени t_1 и t_2 система находится соответственно в состояниях $J_П\big((t_1,S_1(t_1),S_2(t_1),...,S_N(t_1),\mu_1(t_1),\mu_2(t_1),...,\mu_N(t_1),S_0(t_1),\mu_0(t_1)\big)$ и $J_П\big((t_2,S_1(t_2),S_2(t_2),...,S_N(t_2),\mu_1(t_2),\mu_2(t_2),...,\mu_N(t_2),S_0,\mu_0\big)$, тогда между этими положениями реализация технологического процесса должна осуществляться таким образом, чтобы целевой функционал

$$I=\int_{t_1}^{t_2} J_П\big((t,S_1(t),S_2(t),...,S_N(t),\mu_1(t),\mu_2(t),...,\mu_N(t),S_0(t),\mu_0(t)\big)dt \qquad (4)$$

имел минимум по отношению к возможным отклонениям от нормативной технологии.

Рис.1. Зона допустимых технологических траекторий

Такой подход, который при построении законов движения механических систем называется принципом наименьшего действия, используется в построении экономических теорий производственных систем [6]. Вариация целевого функционала (4) позволяет определить уравнения движения каждого отдельно взятого базового продукта в фазовом пространстве (S,μ). Интегрируя уравнения движения базовых продуктов, получаем сведения о параметрах состояния каждого базового продукта, а значит и сведения о состоянии производственной системы в целом. Так как все известно о состоянии каждого базового продукта, то известно все и о состоянии производственной системы. В большинстве случаев целевой функционал (4) содержит параметры, которые описывают случайные факторы реализации технологического процесса. В таком случае при вариации целевого функционала (4) получаются уравнения движения базового продукта, включающие в себя случайные функции реализации технологического процесса. В результате интегрирования уравнений движения получается технологическая траектория для j-го базового продукта, которая является реализацией технологического процесса.

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ЛАГРАНЖА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Пусть нормативная технологическая траектория (1) изготовления базового продукта в фазовом пространстве (S,μ) определяется функцией возрастания затрат (ФВЗ) при движении базового продукта вдоль технологической цепочки. ФВЗ строится на основании операционных карт технологического процесса, которые определяют последовательность операций производства базового продукта и необходимые производственные ресурсы для выполнения технологических операций (сырье, трудовые ресурсы, электроэнергия и т.д.) [4]. ФВЗ описывает процесс накопления затрат в соответствии с выбранной технологией изготовления базового продукта. Потребуем, чтобы целевой функционал (4) имел для производственного процесса с нормативной технологией производства базового продукта экстремальное значение (рис.2) на множестве возможных траекторий $S_j(t,\alpha)$. Целевой функционал (4), вычисленный вдоль конкретной технологической траектории, представляет собою функцию параметра α :

$$I(\alpha)=\int_{t_1}^{t_2} J_П\big((t,S_1(t,\alpha),S_2(t,\alpha),\ldots S_N(t,\alpha),\mu_1(t,\alpha),\mu_2(t,\alpha),\ldots\mu_N(t,\alpha),S_0(t),\mu_0(t)\big)dt. \qquad (5)$$

Вычислим вариацию функционала (4), т.е. дифференциал по α функционала (5):

$$\delta I=\int_{t_1}^{t_2}\delta J_П dt=\int_{t_1}^{t_2}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial J_П}{\partial S_j}\cdot\delta S_j+\frac{\partial J_П}{\partial\mu_j}\cdot\delta\mu_j\right)dt=\sum_{j=1}^{N}\frac{\partial J_П}{\partial\mu_j}\cdot\delta S_j\Bigg|_{t_1}^{t_2}+\int_{t_1}^{t_2}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial J_П}{\partial S_j}-\frac{d}{dt}\frac{\partial J_П}{\partial\mu_j}\right)\cdot\delta S_j dt=$$

$$=\int_{t_1}^{t_2}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial J_П}{\partial S_j}-\frac{d}{dt}\frac{\partial J_П}{\partial\mu_j}\right)\cdot\delta S_j dt\,. \qquad (6)$$

Интеграл преобразован при помощи интегрирования по частям, используя для этого перестановочность операций варьирования δ и дифференцирования по времени $\frac{d}{dt}$:

$$\delta\mu_j=\delta\frac{d}{dt}S_j(t,\alpha)=\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\alpha}S_j(t,\alpha)\cdot\delta\alpha=\frac{d}{dt}\delta S_j\,. \qquad (7)$$

Технологические траектории $S_j(t,\alpha)$ для отдельного j-го базового продукта производственной системы имеют общее начало $(t_1,S_j(t_1))$ и общее окончание $(t_2,S_j(t_2))$. Поэтому при $t=t_1$ и при $t=t_2$ вариации δS_j равны нулю и проинтегрированная часть обращается в ноль.

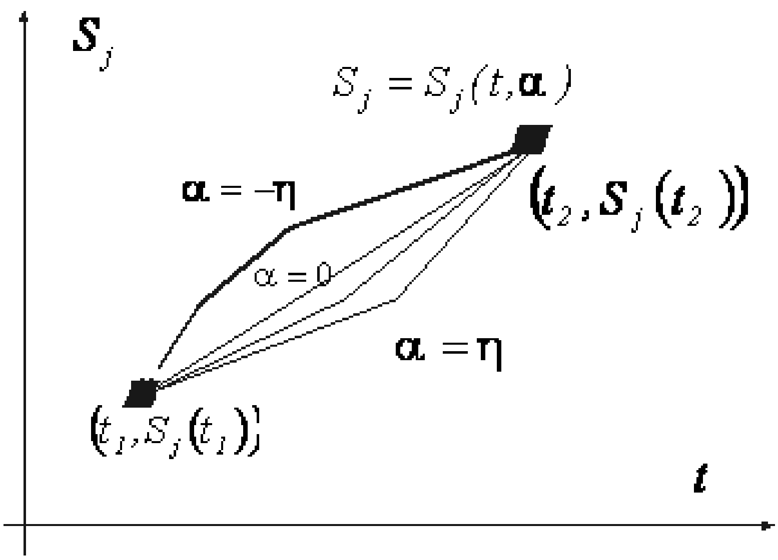

Рис.2. Вариация целевого функционала производственной системы

Так как реализация технологического процесса должна осуществляться таким образом, чтобы целевой функционал (4) для производственного процесса имел минимум, следует равенство нулю вариации целевого функционала (5)

$$\int_{t_1}^{t_2}\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\partial J_П}{\partial S_j}-\frac{d}{dt}\frac{\partial J_П}{\partial \mu_j}\right)\cdot \delta S_j dt=0\,, \tag{8}$$

которое определяет уравнения Эйлера для каждого отдельного базового продукта

$$\frac{\partial J_П}{\partial S_j}-\frac{d}{dt}\frac{\partial J_П}{\partial \mu_j}=0\,. \tag{9}$$

Для производственных систем известна как технология производства базового продукта, так и критерии, характеризующие отклонения технологических параметров базового продукта при его движении вдоль технологической цепочки. Последнего достаточно, чтобы построить функцию Лагранжа $J_П\left(t,S_1,S_2,...,S_N,\mu_1,\mu_2,...,\mu_N,S_0,\mu_0\right)$ в явном виде и записать уравнения Эйлера (9) для каждого отдельного базового продукта, определяющие состояния базового продукта при его движении от одной технологической операции к другой. Уравнения Эйлера для каждого отдельного базового продукта (9) могут быть получены и при помощи дифференциальных уравнений движения базовых продуктов вдоль технологической цепочки. Однако между дифференциальными уравнениями и вариационными принципами имеется одно принципиальное различие: дифференциальные уравнения выражают некоторую зависимость, связывающую между собой положение базовых продуктов вдоль технологической цепочки производственной системы, скорости переноса затрат и ускорения переноса затрат на базовый продукт в момент времени t. Вариационный же принцип характеризует нормативный технологический процесс в целом. Он формулирует стационарное свойство целевого функционала для заданного технологического процесса. Вариационный принцип имеет более обозримую и компактную форму и часто используется в качестве фундамента для построения новых методов описания систем.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИИ ЛАГРАНЖА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Дифференциальные уравнения Эйлера для базовых продуктов производственной системы (9) представляют собою необходимые и достаточные условия равенства нулю вариации (7). Пусть движение базового продукта вдоль технологической цепочки может быть описано уравнениями

$$\dot{\mu}_j(t)=f(S_j)\,,\qquad \dot{S}_j(t)=\mu_j\,, \tag{10}$$

где через $f(S_j)$ обозначен темп изменения скорости переноса затрат на j-ый базовый продукт. В механике эта величина называется обобщенной силой. Получим уравнения Эйлера из общего уравнения динамики производственного процесса:

$$\sum_{j=1}^{N}\left(f(S_j)-\ddot{S}_j(t)\right)\cdot\delta S_j=0\,. \tag{11}$$

Используя перестановочность операций варьирования и дифференцирования по времени, получим:

$$\sum_{j=1}^{N}\ddot{S}_j(t)\cdot\delta S_j=\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N}\dot{S}_j(t)\cdot\delta S_j-\sum_{j=1}^{N}\dot{S}_j(t)\cdot\frac{d}{dt}\delta S_j=\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N}\dot{S}_j(t)\cdot\delta S_j-\delta\sum_{j=1}^{N}\frac{\mu_j^2(t)}{2}\,, \tag{12}$$

где $\frac{d}{dt}\delta S_j=\delta\mu_j=\delta\frac{dS_j}{dt}$.

Введем интегральные характеристики $F(S_j)$ темпа изменения скорости переноса затрат на j-ый базовый продукт

$$F(S_j)=\int_0^{S_j}f(S)dS\,. \tag{13}$$

После вариации (13), получим

$$\sum_{j=1}^{N} f(S_j)\cdot \delta S_j = -\delta \sum_{j=1}^{N} F(S_j) \qquad (14)$$

и уравнение динамики производственного процесса (11) представим в виде:

$$\delta \sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_j^2(t)}{2} - \frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N} \dot{S}_j(t)\cdot \delta S_j - \delta \sum_{j=1}^{N} F(S_j) = 0 \cdot \qquad (15)$$

Проинтегрируем обе части этого уравнения в пределах от t_1 до t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\delta \sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_j^2(t)}{2} - \delta \sum_{j=1}^{N} F(S_j)\right)\cdot dt - \left(\sum_{j=1}^{N} \dot{S}_j(t)\cdot \delta S_j\right)_{t=t_1}^{t=t_2} = 0 \cdot \qquad (16)$$

Так как вариация δS_j при $t = t_1$ и $t = t_2$ равна нулю, следовательно $\left(\sum_{j=1}^{N} \dot{S}_j(t)\cdot \delta S_j\right)_{t=t_1}^{t=t_2}=0$

и равенство (16) может быть преобразовано к виду

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\delta \sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_j^2(t)}{2} - \delta \sum_{j=1}^{N} F(S_j)\right)\cdot dt = \delta \int_{t_1}^{t_2}\left(\sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_j^2(t)}{2} - \sum_{j=1}^{N} F(S_j)\right)\cdot dt = \delta \int_{t_1}^{t_2} J_{П} dt = 0 , \qquad (17)$$

где

$$J_{П} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\mu_j^2(t)}{2} - \sum_{j=1}^{N} F(S_j) \qquad (18)$$

функция Лагранжа производственной системы.

Таким образом, общее уравнение динамики (11) привело нас к вариационному принципу $\delta \int_{t_1}^{t_2} J_{П} dt = 0$.

ПЕРВЫЕ ИНТЕГРАЛЫ ДВИЖЕНИЯ

При движении базовых продуктов производственной системы вдоль технологической цепочки в фазовом пространстве (S,μ) существуют функции $\varphi(S_j,\mu_j)$ экономических величин S_j,μ_j, которые сохраняют при движении системы постоянные значения, зависящие только от начальных условий. Такие функции будем называть первыми интегралами движения производственной системы. Если функция Лагранжа производственной системы не зависит явно от времени, то полная производная от нее может быть записана в виде:

$$\frac{dJ_{П}}{dt} = \sum_{j=1}^{N_1}\left[\frac{\partial J_{П}}{\partial S_j}\cdot\frac{dS_j}{dt}\right] + \sum_{j=1}^{N_1}\left[\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\cdot\frac{d\mu_j}{dt}\right]. \qquad (19)$$

В силу уравнений Эйлера (9) заменяем производные $\frac{\partial J_{П}}{\partial S}$ на их значения $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)$, получаем

$$\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N_2}\left[\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)\cdot\frac{dS_j}{dt} - J_{П}\right] = 0 . \qquad (20)$$

Откуда величина

$$\sum_{j=1}^{N_2}\left[\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)\cdot\frac{dS_j}{dt} - J_{П}\right] = \text{const} \qquad (21)$$

является постоянной при движении базовых продуктов вдоль технологической цепочки. Системы, имеющие интеграл указанного вида, называются консервативными. Интеграл движения (21) имеет экономическую интерпретацию: потребляемые в единицу времени оборудованием на технологической операции ресурсы (сырье, материалы, трудовые затраты и т.д.) полностью переносятся на базовые продукты. Интенсивность переноса затрат на базовые продукты в пределах межоперационных технологических заделов равна потреблению ресурсов в единицу времени технологическим оборудованием.

Следующий интеграл движения производственной системы возникает вследствие однородности фазового пространства. Как следствие однородности фазового пространства по координате S потребуем, чтобы функция Лагранжа $J_{П}(t,S_1,S_2,...,S_N,\mu_1,\mu_2,...,\mu_N,S_0,\mu_0)$ замкнутой системы осталась неизменна при переносе системы как целого на отрезок δS. Изменение целевой функции вследствие малого перемещения по фазовой координате S:

$$\delta J_{П}(t,S_j\mu_j)=\sum_{j=1}^{N_1}\left[\frac{\partial J_{П}}{\partial S_j}\cdot\delta S\right]=\delta S\cdot\sum_{j=1}^{N_1}\frac{\partial J_{П}}{\partial S_j}\ . \tag{22}$$

В силу произвольности δS следует $\delta J_{П}=0$. Последнее означает, что сумма всех технологических воздействий на базовые продукты производственной системы, равна нулю.

$$\sum_{j=1}^{N_1}\frac{\partial J_{П}}{\partial S_j}=0\,. \tag{23}$$

Тогда в силу уравнений Эйлера (9) получаем

$$\sum_{j=1}^{N_1}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)=\frac{d}{dt}\sum_{j=1}^{N_1}\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)=0\,, \tag{24}$$

откуда

$$P_S=\sum_{j=1}^{N_1}\left(\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}\right)=const\,. \tag{25}$$

Исходя из (25) следует, что параметры работы технологического оборудования не зависят от суммарных затрат, перенесенных на базовые продукты, находящиеся в межоперационном заделе. Производственные ресурсы (сырье, материалы, труд, электроэнергия и т.д.) от технологического оборудования воспринимаются полностью общим количеством базовых продуктов, находящихся в межоперационном технологическом заделе.

Еще один интеграл движения производственной системы возникает вследствие однородности фазового пространства по фазовой скорости

$$\sum_{j=1}^{N_1}\frac{\partial J_{П}}{\partial \mu_j}=0 \tag{26}$$

и является необходимым условием экстремума микропараметров производственной системы.

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ ЛАГРАНЖА ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Из уравнений Эйлера (9) видны свойства функции Лагранжа. Если производственная система состоит из двух невзаимодействующих частей (производственных участков, цехов, площадок), то справедливо равенство:

$$J_{П}=J_{П_1}+J_{П_2}\,. \tag{27}$$

Умножение функции Лагранжа производственной системы на произвольную постоянную не изменяет уравнения движения базовых продуктов, а приводит только к соответствующему выбору системы единиц измерения для построение модели производственной системы. Функция Лагранжа производственной системы определяется с точностью до полной производной от любой функции координат $S_j(t)$ по времени t: $\theta(t,S_j)$.

Последнее связано с тем, что вариация от функции $\theta_{П}(t,S_j)$ есть тождественный ноль:

$$\delta\theta_{\Pi}\left(t,S_j\right)\cdot dt=\int\limits_{t_1}^{t_2}\left[\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial S_j}\cdot\delta S_j\right]\cdot dt=\delta S_j\cdot\int\limits_{t_1}^{t_2}\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial S_j}\cdot dt=0. \quad (28)$$

ВЫВОДЫ

С использованием вариационного и дифференциального принципов записана функция Лагранжа для базовых продуктов производственной системы. Определены слагаемые функции Лагранжа, характеризующие технологическое поле оборудования и собственные свойства базового продукта. Записаны первые интегралы движения базового продукта вдоль технологической цепочки. Показаны свойства функции Лагранжа для базовых продуктов производственной системы. Получены уравнения движения базовых продуктов в технологическом фазовом пространстве, связывающие между собою затраты и выпуск производственной системы. Применение инженерно-технических данных для расчета производственных функций еще переживает период младенчества. Однако уже много лет такая информация используется при анализе затрат бухгалтерами, а в последнее время и экономистами.

Материалы работы проработаны в Харьковском Национальном Университете имени В.Н. Каразина на совместных семинарах кафедр «Экономической кибернетики и прикладной экономики», «Теоретической Ядерной Физики» и Производственного Отдела НПФ Технология ООО в рамках гранта №1400 (2007г.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meyer J. R., Peck M. J., Stenason J., Zwick C. The Economies of Competition in the Transportation Industries. -Harvard, 1959. - 381c.
2. Прыткин Б.В. Технико-экономический анализ производства. –М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. -399с.
3. Летенко В.А., Родионов Б.Н. Организация, планирование и управление машиностроительным предприятием. Часть 2, Внутризаводское планирование. - М.: Высшая школа, 1979. – 232 с.
4. Демуцкий В.П., Пигнастая В.С., Пигнастый О.М. Стохастическое описание экономико-производственных систем с массовым выпуском продукции // Доповіді Національної академії наук України.- 2005. –№7.– С.66-71.
5. Михайленко В.Г., Дидиченко Н.П., Дубровин А.А., Ходусов В.Д., Демуцкий В.П., Пигнастый О.М. Особенности моделирования технологических процессов производственных систем // Вестник ХНУ (экономическая серия).- 2006. – №719.– С.267-276.
6. Шананин А.А. Обобщенная модель чистой отрасли производства // Математическое моделирование. – 1997. – Т. 9, №9. -С.117-127.
7. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Высшая школа, 2000. - 383с.

ABOUT THEORETICAL APPROACHES IN CONSTRUCTION LAGRANGE FUNCTION OF INDUSTRIAL SYSTEM

V.P.Demutskij[1], O.M.Pignastyj[2], V.D.Khodusov[1]

[1] V.N.Karazin Kharkov National University, Dept. of Physics and Technology, 31 Kurchatov av., 61108, Kharkov,Ukraine
E-mail: khodusov@pht. univer. kharkov.ua,
[2]NPF Technology, 10/12 Kotlova st. , 61170, Kharkov, , Ukraina
E-mail: pom7@bk.ru

In phase technological space the state of industrial system is determined. The "know-how" is set by a normative technological trajectory. Technological process on each technological operation is submitted by technology factors with normative parameters of manufacture and permissible deviations from them. With use of variational and differential principles Lagrange's function of industrial system is written down. Distinctions in the variational and differential approach are shown at construction of Lagrange's function of industrial systems. The equations of movement of subjects of work in the phase technological space, expenses connecting among themselves and rate of movement of preparations along a technological chain of industrial system are received. Integrals of movement are determined at the description of industrial systems.

KEY WORDS: synergetric, base product, the microscopic description, Lagrange's function, Euler's equations.