

УДК 537.8

К ВОПРОСУ О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ГЕОМЕТРИИ РАССЕЯНИЯ БРЭГГА

С.В. Блажевич*, А.В. Носков**

*Белгородский государственный университет, Белгород, Россия

**Белгородский университет потребительской кооперации, Белгород, Россия

Поступила в редакцию 5 мая 2008 г.

Рассматривается параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга. На основе динамической теории дифракции получено выражение для спектрально-углового распределения ПРИ с учетом асимметричного отражения от пластинки. Показано, что при изменении асимметрии отражения ширина спектра ПРИ существенно меняется. Рассмотрен вклад каждой из двух ветвей решения дисперсионного уравнения для рентгеновских волн в кристалле в выход ПРИ.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: релятивистский электрон, монокристалл, параметрическое рентгеновское излучение, динамическая теория дифракции.

Параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) является результатом рассеяния псевдо фотонов кулоновского поля релятивистского электрона системой параллельных атомных плоскостей кристалла [1-3]. Динамические эффекты в ПРИ в последнее время рассматривались в работах [4-7]. В цитируемых работах рассматривалась схема симметричного отражения от пластинки, в которой формирование выхода ПРИ определяется лишь одной из ветвей решения дисперсионного уравнения в кристалле. При симметричном отражении в случае геометрии рассеяния Брэгга поверхность кристаллической мишени располагается параллельно системе дифрагирующих атомных плоскостей (угол $\delta = 0$). Влияние асимметрии отражения на спектрально-угловые характеристики ПРИ и дифрагированного переходного излучения (ДПИ) в случае полубесконечного кристалла рассматривалось в работах [8-9]. Для плоскопараллельной пластинки в геометрии Брэгга влияние асимметрии на переходное излучение рассматривалось в работе [10], а для ДПИ в работе [11]. Далее в работе [12] было показано, что асимметрия отражения существенно влияет и на характеристики ПРИ вдоль скорости релятивистского электрона в геометрии рассеяния Брэгга.

Целью данной работы является продолжение исследования динамических эффектов в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов в ориентированных кристаллах. В настоящей работе рассмотрено когерентное рентгеновское излучение релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга. В работе получены выражения для спектрально-углового распределения ПРИ в общем случае асимметричного отражения, то есть с учетом различной ориентации атомных плоскостей кристалла относительно его поверхности (угол δ). В работе рассмотрен вклад в выход ПРИ двух ветвей, каждая из которых соответствует решению дисперсионного уравнения в кристалле, а именно двум волнам с различными зависимостями волнового вектора от частоты. Полученные теоретические результаты могут быть использованы при создании источника перестраиваемого квазимонохроматического рентгеновского излучения на основе механизма ПРИ.

СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим излучение быстрой заряженной частицы пересекающей монокристаллическую пластинку с постоянной скоростью V (рис.1).

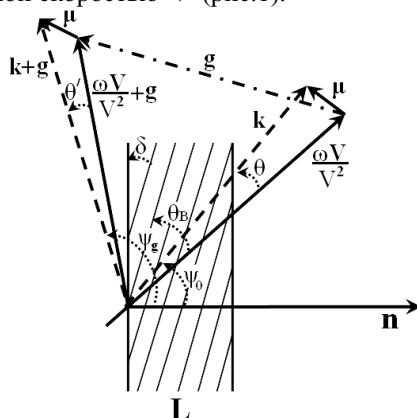


Рис.1. Геометрия процесса излучения

При решении задачи будем рассматривать уравнения для Фурье-образа электромагнитного поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (1)$$

Поскольку поле релятивистской частицы с хорошей степенью точности можно считать поперечным, то падающая $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega)$ электромагнитные волны, определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{e}_1^{(2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Единичные векторы поляризации $\mathbf{e}_0^{(1)}, \mathbf{e}_0^{(2)}, \mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ выбираются следующим образом. Векторы $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору \mathbf{k} , а векторы $\mathbf{e}_1^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Причем векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}, \mathbf{e}_1^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g (π -поляризация), а вектора $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_1^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация); \mathbf{g} – вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла. Система уравнений для Фурье-образа электромагнитного поля в двухволновом приближение динамической теории дифракции имеет следующий вид [13]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-g}C^{(s,\tau)}E_g^{(s)} = 8\pi^2ie\omega\theta VP^{(s)}\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2\chi_gC^{(s,\tau)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2)E_g^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$ – средняя диэлектрическая восприимчивость, χ_g, χ_{-g} – коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g} :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}} = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) e^{i\mathbf{g}\mathbf{r}}. \quad (4)$$

Будем рассматривать кристалл с центральной симметрией ($\chi_{\mathbf{g}} = \chi_{-\mathbf{g}}$). $\chi'_{\mathbf{g}}$ определяется выражением

$$\chi'_{\mathbf{g}} = \chi'_0 (F(\mathbf{g}) / Z)(S(\mathbf{g}) / N_0) \exp\left(-\frac{1}{2}g^2 u_{\tau}^2\right). \quad (5)$$

где $F(\mathbf{g})$ – форм фактор атома, содержащего Z электронов, $S(\mathbf{g})$ – структурный фактор элементарной ячейки, содержащей N_0 атомов, u_{τ} – среднеквадратичная амплитуда тепловых колебаний атомов кристалла. В работе рассматривается рентгеновская область частот ($\chi'_{\mathbf{g}} < 0, \chi''_{\mathbf{g}} < 0$).

Величины $C^{(s,\tau)}$ и $P^{(s)}$ в системе (3) определены следующим образом:

$$\begin{aligned} C^{(s,\tau)} &= \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)} = (-1)^{\tau} C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|, \\ P^{(s)} &= \mathbf{e}_0^{(s)} (\mathbf{m} / \mu), \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{k} - \omega\mathbf{V}/V^2$ – составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы \mathbf{V} ($\mu = \omega\theta/V$, где $\theta \ll 1$ – угол между \mathbf{k} и \mathbf{V}), θ_B – угол между скоростью электрона и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга), φ – азимутальный угол излучения, он отсчитывается от плоскости, образованной векторами \mathbf{V} и \mathbf{g} , величина вектора обратной решетки определяется выражением $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$, ω_B – частота Брэгга. Система уравнений (3) при $s=1$ и $\tau=2$ описывает поля σ -поляризованные, при $s=2$ π -поляризованные, при этом, если $2\theta_B < \frac{\pi}{2}$, то $\tau=2$, в противном случае $\tau=1$.

Решим следующее из системы (3) дисперсионное уравнения для рентгеновских волн в кристалле

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) - \omega^4\chi_{-g}\chi_gC^{(s)^2} = 0 \quad (7)$$

стандартными методами динамической теории [14].

Будем искать проекции волновых векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g в виде:

$$k_x = \omega \cos \psi_0 + \frac{\omega\chi_0}{2 \cos \psi_0} + \frac{\lambda_0}{\cos \psi_0}, \quad k_{gx} = \omega \cos \psi_g + \frac{\omega\chi_0}{2 \cos \psi_g} + \frac{\lambda_g}{\cos \psi_g}. \quad (8)$$

При этом будем использовать известное соотношение, связывающее динамические добавки λ_0 и λ_g [1]:

$$\lambda_g = \frac{\omega\beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad (9)$$

где $\beta = \alpha - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0}\right)$, $\alpha = \frac{1}{\omega^2}(k_g^2 - k^2)$, $\gamma_0 = \cos \psi_0$, $\gamma_g = \cos \psi_g$, ψ_0 - угол между волновым вектором падающей волны \mathbf{k} и вектором нормали к поверхности пластинки \mathbf{n} , ψ_g - угол между волновым вектором \mathbf{k}_g и вектором нормали. Модули векторов \mathbf{k} и \mathbf{k}_g равны:

$$k = \omega\sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, k_g = \omega\sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g. \quad (10)$$

Учитывая, что $k_{\parallel} \approx \omega \sin \psi_0$, $k_{g\parallel} \approx \omega \sin \psi_g$ получим:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (11a)$$

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right). \quad (11b)$$

Так как $|\lambda_0| \ll \omega$, $|\lambda_g| \ll \omega$, то можно показать, что $\theta \approx \theta'$ (см. рис.1), и поэтому в дальнейшем θ' будем обозначать θ .

Решение первого уравнения системы (3) для падающего поля в вакууме имеет вид:

$$E_0^{(s)vac} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \left(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right)} \times \delta(\lambda_g^* - \lambda_g), \quad (12)$$

$$\text{где } \lambda_g^* = \frac{\omega\beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^*, \lambda_0^* = \omega \left(\frac{\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2} \right).$$

Решение системы уравнений (3) для падающего и дифрагированного полей в кристалле имеют соответственно вид:

$$E_0^{(s)cr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{2\omega\lambda_g}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g) +$$

$$+ \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) +$$

$$+ \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}), \quad (13)$$

$$E_g^{(s)cr} = \frac{8\pi^2 ieV\theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g) +$$

$$+ E^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}), \quad (14)$$

где $E^{(s)(1)}$ и $E^{(s)(2)}$ свободные поля, распространяющиеся в кристалле с различными скоростями, соответствующие двум решениям (11b) дисперсионного уравнения (7).

Дифрагированное поле излучения в вакууме запишем в виде

$$E_g^{(s)vac} = E_{Rad}^{(s)} \delta\left(\lambda_g + \frac{\omega\chi_0}{2}\right), \quad (15)$$

где $E_{Rad}^{(s)}$ - искомое поле излучения.

Выражение, связывающее диффрагированное и падающее поля в кристалле, следует из второго уравнения системы (3):

$$E_0^{(s)cr} = \frac{2\omega\lambda_g}{\omega^2\chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s)cr}. \quad (16)$$

Воспользовавшись обычными граничными условиями на входной и выходной поверхностях кристаллической пластинке

$$\int E_0^{(s)vac} d\lambda_g = \int E_0^{(s)cr} d\lambda_g, \quad \int E_g^{(s)cr} d\lambda_g = \int E_g^{(s)vac} d\lambda_g, \quad \int E_g^{(s)cr} e^{i\frac{\lambda_g}{\gamma_g}L} d\lambda_g = 0, \quad (17)$$

получим выражение для поля излучения:

$$E_{Rad}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{2\omega \left(\lambda_g^{(2)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} - \lambda_g^{(1)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right)} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\left(\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \left(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g^* + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right) \right)} - \frac{2\omega e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right] \times$$

$$\times \left(1 - e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right) - \left[\frac{1}{\left(\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \left(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g^* + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right) \right)} - \frac{2\omega e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right] \times$$

$$\times \left(1 - e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} \right) \quad (18)$$

Так как поле излучения содержит вклады ПРИ и ДПИ, представим амплитуду $E_{Rad}^{(s)}$ как сумму амплитуд ПРИ и ДПИ:

$$E_{Rad}^{(s)} = E_{ПРИ}^{(s)} + E_{ДПИ}^{(s)}, \quad (19)$$

$$E_{ПРИ}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{2\omega \left(\lambda_g^{(2)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} - \lambda_g^{(1)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right)} \left[\left(\frac{2\omega e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \lambda_0^*} \right) \left(1 - e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} \right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{2\omega e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \lambda_0^*} \right) \left(1 - e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right) \right], \quad (20)$$

$$E_{ДПИ}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{2\omega \left(\lambda_g^{(2)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} - \lambda_g^{(1)} e^{i\frac{\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right)} \left[\frac{1}{\left(\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \left(-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g^* + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \right) \right)} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} \lambda_0^*} \right] \left(e^{-i\frac{\lambda_g^{(2)}}{\gamma_g}L} - e^{-i\frac{\lambda_g^{(1)}}{\gamma_g}L} \right). \quad (21)$$

Выражение (20) описывает поле ПРИ, причем существенной является та ветвь ПРИ, реальная часть знаменателя которой может обратиться в нуль $\text{Re}(\lambda_g^* - \lambda_g^{(1,2)}) = 0$. Ранее [7] считалось, что только одна ветвь дает существенный вклад в выход ПРИ. Однако в цитируемой работе рассматривался частный симметричный случай, когда атомные плоскости параллельны поверхности кристаллической пластинки $\left(\frac{|\gamma_g|}{\gamma_0} = 1 \right)$.

В настоящей работе рассматривается общий асимметричный случай и указываются условия, при которых существенна другая ветвь ПРИ.

Для дальнейшего анализа удобно λ_g^* и $\lambda_g^{(1,2)}$ представить в виде:

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega |\chi'_g C^{(s)}|}{2} \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} \pm \left(\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right) \right)^{1/2} \right) \quad (22a)$$

$$\lambda_g^* = \frac{\omega |\chi'_g C^{(s)}|}{2} (2\xi^{(s)} - i\rho^{(s)} - \varepsilon\sigma^{(s)}), \quad (22b)$$

где

$$\begin{aligned} \xi^{(s)}(\omega) &= \frac{\alpha}{2|\chi'_g C^{(s)}|} - \frac{\chi'_0(1+\varepsilon)}{2|\chi'_g C^{(s)}|} = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1+\varepsilon)}{2\nu^{(s)}}, \quad \nu^{(s)} = \frac{|\chi'_g C^{(s)}|}{|\chi'_0|}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi''_0}{|\chi'_g C^{(s)}|}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{\alpha}{2|\chi'_g C^{(s)}|} = \frac{2\sin^2\theta_B}{V^2|\chi'_g C^{(s)}|} \left(\frac{\omega_B(1+\theta\cos\varphi\cot\theta_B)}{\omega} - 1 \right), \quad \varepsilon = \frac{|\gamma_g|}{\gamma_0}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi''_g C^{(s)}}{\chi''_0}, \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{|\chi'_g C^{(s)}|} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0). \end{aligned} \quad (23)$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство $2\sin^2\theta_B/V^2|\chi'_g C^{(s)}| \gg 1$, то $\eta^{(s)}(\omega)$ является быстрой функцией от частоты ω и для дальнейшего анализа свойств спектра ПРИ удобно рассматривать $\eta^{(s)}(\omega)$ как спектральную переменную характеризующую частоту ω . Заметим, что в формулы входит не $\eta^{(s)}(\omega)$, а $\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1+\varepsilon)}{2\nu^{(s)}}$, где второе слагаемое появляется из-за эффекта преломления.

При выводе формул (22) учитывалось, что в рассматриваемой геометрии излучения угол между импульсом диффрагированного фотона и вектором нормали к поверхности кристалла тупой, то есть $\gamma_g = \cos\psi_g < 0$. Параметр ε из (23) представим в виде $\varepsilon = \sin(\theta_B - \delta)/\sin(\theta_B + \delta)$, где δ - угол между входной поверхностью мишени и кристаллографической плоскостью.

Величина ε определяет ориентацию входной поверхности кристаллической пластинки относительно системы диффрагирующих атомных плоскостей (рис.2). Для фиксированного значения θ_B при уменьшении угла падения $(\theta_B + \delta)$ электрона на мишень параметр δ становится отрицательным и далее начинает возрастать по модулю (предельный случай $\delta \rightarrow -\theta_B$), что приводит к возрастанию ε . Напротив, при увеличении угла падения ε убывает (предельный случай $\delta \rightarrow \theta_B$).

Будем рассматривать тонкий кристалл и эффекты не связанные с поглощением, полагая $\rho^{(s)} = 0$. Подставляя каждую ветвь ПРИ из формулы (22b) в известное [13] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения:

$$\omega \frac{d^2N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E_{\text{Rad}}^{(s)}|^2, \quad (24)$$

получаем спектрально-угловую плотность для двух разных ветвей ПРИ:

$$\omega \frac{d^2N_{\text{ПРИ}}^{(1,2)(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{P^{(s)2}\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0)^2} R_{\text{ПРИ}}^{(1,2)(s)}, \quad (25a)$$

$$R_{ПРИ}^{(1,2)(s)} = \frac{\left(\xi^{(s)} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \left(\frac{\xi^{(s)} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} \right) \right)}{\xi^{(s)2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left(\frac{b \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right) \left(\frac{\xi^{(s)} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} \right)^2}, \quad (25b)$$

где $b^{(s)} = \frac{\omega |\chi'_g C^{(s)}| L}{2\gamma_0}$ - параметр, в который входит путь электрона в кристалле L/γ_0 .

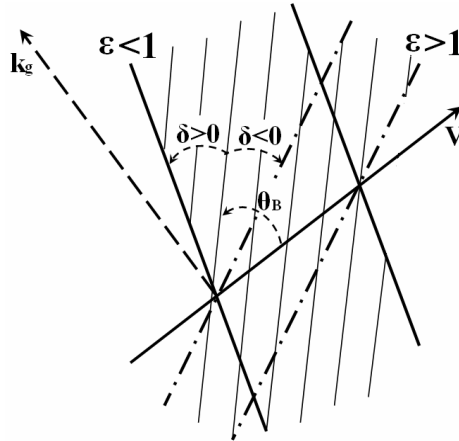


Рис.2. Две из множества возможных ориентаций поверхности пластинки при фиксированном угле θ_B .

Первая соответствует $\varepsilon < 1$, вторая $\varepsilon > 1$

Выражения (25) для спектрально-угловой плотности двух ветвей ПРИ представляют главный результат данной работы. Они получены на основе динамической теории дифракции для произвольной ориентации дифрагирующих атомных плоскостей кристалла относительно поверхности кристаллической пластинки. В частном случае, когда атомные плоскости кристалла параллельны входной поверхности ($\varepsilon = 1$), выражения (25) переходят в выражения, полученные в работе [7].

СПЕКТР ПРИ

Функция $R_{ПРИ}^{(1)(s)}$ описывает спектр первой, а $R_{ПРИ}^{(2)(s)}$ второй ветви ПРИ. Вклад первой и второй ветви существенен, когда имеют решения соответствующие уравнения

$$\frac{\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0, \quad (26a)$$

$$\frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0. \quad (26b)$$

Как следует из уравнений (26) максимум спектра ПРИ всегда расположен вне области полного отражения:

$$\xi^{(s)} = \sqrt{\varepsilon} + \frac{(\sigma^{(s)} \sqrt{\varepsilon} - 1)^2}{2\sigma^{(s)}} > \sqrt{\varepsilon},$$

то есть подкоренное выражение не может быть отрицательным и выражение (25b) правильно описывает спектр ПРИ. Область полного отражения определяется следующим неравенством:

$$-\sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)} < \sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}.$$

Очевидно, что ширина области определяется величиной $2\sqrt{\varepsilon}$. Можно показать, что уравнение (26a) имеет решение при условии:

$$\varepsilon > \frac{1}{\sigma^{(s)2}} \quad \text{или} \quad \varepsilon > \frac{\nu^{(s)2}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi'_0|} + 1 \right)^2}, \quad (27a)$$

а уравнение (26b) разрешимо только при условии

$$\varepsilon < \frac{1}{\sigma^{(s)2}} \text{ или } \varepsilon < \frac{v^{(s)2}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2|\chi'_0|} + 1\right)^2}. \quad (27b)$$

Параметр $v^{(s)} = \frac{|\chi'_g C^{(s)}|}{|\chi'_0|}$ в случае сильных отражений рентгеновских волн от атомных плоскостей близок к единице, а в случае слабых отражений близок к нулю. Поскольку $v^{(s)} < 1$, то в случае, когда $\varepsilon \geq v^{(s)2}$ выполнимо только неравенство (27a), значит в этом случае разрешимо уравнение (26a) и вклад в выход ПРИ дает первая ветвь $R_{ПРИ}^{(1)(s)}$. Если увеличивать асимметрию отражения, то ширина спектра будет расти (см. рис. 3).

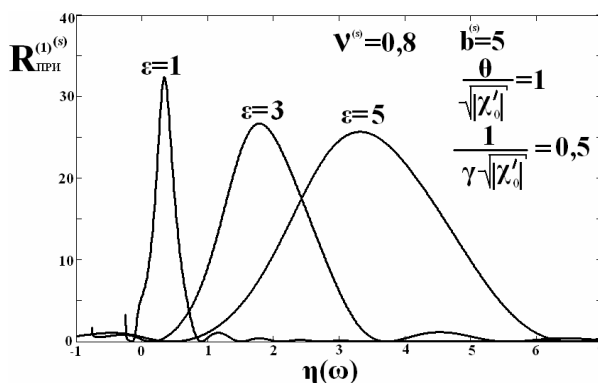


Рис.3. Влияние асимметрии отражения на ширину спектра ПРИ

Действительно, чем больше параметр ε , тем знаменатель выражения (25b) слабее меняется при изменении $\xi^{(s)}(\omega)$. Необходимо отметить, что при этом путь электрона в кристаллической пластинке L/γ_0 , входящий в параметр $b^{(s)}$ полагается неизменным (см. рис.2). Если же рассматривать случай, когда $\varepsilon < v^{(s)2}$, то в зависимости от угла наблюдения θ и энергии электрона γ может быть выполнено одно из неравенств (27a) или (27b) и при фиксированной энергии электрона при одних углах наблюдения θ может быть существенна первая ветвь ПРИ, а при других вторая (см. рис. 4). Так как параметр ε мал, то спектр ПРИ оказывается узким.

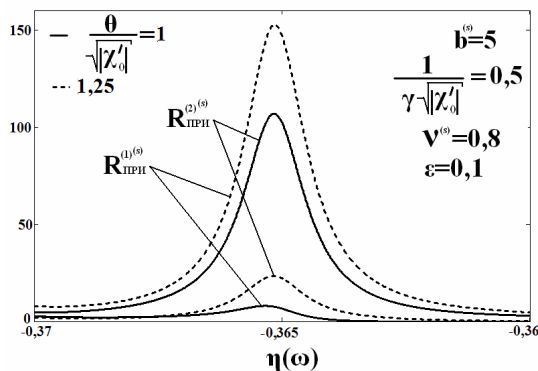


Рис.4. Спектры двух ветвей ПРИ вблизи направления Брэгга для различных углов наблюдения.

УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ПРИ

Рассмотрим влияние асимметрии на угловую плотность ПРИ. Для этого проинтегрируем выражения (25b) по частотной функции $\eta^{(s)}(\omega)$:

$$\frac{dN_{ПРИ}^{(1,2)(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 v^{(s)} P^{(s)2}}{2\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{ПРИ}^{(1,2)(s)}, \quad F_{ПРИ}^{(1,2)(s)} = \frac{\frac{\theta^2}{|\chi'_0|}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi'_0|} + \frac{1}{\gamma^2|\chi'_0|} + 1\right)^2} \int_{\sqrt{\varepsilon} - \frac{1+\varepsilon}{2v^{(s)}}}^{\infty} R_{ПРИ}^{(1,2)(s)} d\eta^{(s)}. \quad (28)$$

Интегрирование ведется от правого края частотной области полного отражения. Кривые, описывающие угловую плотность первой ветви ПРИ, построенные для различных асимметрий отражения ε представлены на рис.5. Видно, что при увеличении параметра ε существенно растет угловая плотность ПРИ, что связано с уширением спектра излучения (см. рис.3). Очевидно, что учет поглощения только усилит этот эффект, так как увеличение параметра ε уменьшает путь фотона ПРИ в кристалле (рис.2).

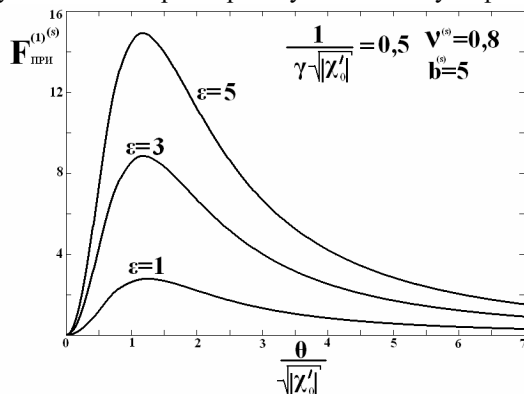


Рис.5. Влияние асимметрии отражения на угловую плотность ПРИ

условия, когда при одних углах наблюдения θ основной вклад в выход ПРИ дает одна ветвь, а при других углах вторая ветвь.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе динамической теории дифракции получены аналитические выражения спектрально-углового распределения ПРИ релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга. Выражения для спектрально-угловой плотности ПРИ получены в общем случае асимметричного отражения. Показано, что при увеличении параметра ε ширина спектра ПРИ существенно растет, что приводит к существенному росту угловой плотности излучения, причем данный эффект не связан с поглощением излучения. В работе рассмотрен вклад каждой из двух ветвей решения дисперсионного уравнения для рентгеновских волн в кристалле в выход ПРИ и показано, что существуют

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М.Л. Тер-Микаэлян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. - Ереван: АН АрмССР, 1969. - 459 с.
2. Г.М. Гарибян, Ян Ши // ЖЭТФ. - 1971. - Т.61. - С.930.
3. В.Г. Барышевский, Феранчук и др. // ЖЭТФ. - 1971. - Т.61. - С.944.
4. Н.Н. Насонов, А.В. Носков, и др. // Известия ВУЗов. Физика. - 2001. - Т.61. - С.75.
5. A.S. Kubankin, N.N. Nasonov, V.I. Sergienko, I.E. Vnukov // Nucl. Instr. and Meth. B. - 2003. - Vol. 201. - P.97.
6. Y.N. Adishev, S.N. Arishev, A.V. Vnukov, et al. // Nucl. Instr. and Meth. B. - 2003. - Vol. 201. - P.114.
7. N.N. Nasonov, V.V. Kaplin, S.R. Uglov, V.N. Zabaev, M.A. Piestrup and C.K. Gary // Nucl. Instr. and Meth. B. - 2005. - Vol. 227. - P.41.
8. С.В. Блажевич, А.В. Носков. Зависимость характеристик когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона в толстом кристалле от ориентации его входной поверхности // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. - 2006. - №4. - С.23.
9. С.В. Блажевич, А.В. Носков. Интерференция ПРИ и ДПИ релятивистского электрона в полубесконечном кристалле // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. - 2007. - №4. - С.62.
10. С.В. Блажевич, А.В. Носков. Влияние взаимной ориентации решетки монокристаллического радиатора и его внешней поверхности на характеристики рентгеновского переходного излучения // Изв. ВУЗов. Физика. - 2006. - №6. - С.37.
11. S.V. Blazhevich, A.V. Noskov. On the dynamical effects in the characteristics of transition radiation produced by a relativistic electron in a single crystal plate // Nucl. Instr. Meth. B. - 2006. - Vol. 252. - P.69.
12. С.В. Блажевич, А.В. Носков. Параметрическое рентгеновское излучение релятивистского электрона в геометрии рассеяния Брэгга // Изв. ВУЗов. Физика. - 2007. - № 6. - С.48.
13. В.А. Базылев, Н.К. Жеваго. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. - М.: Наука, 1987. - 272 с.
14. З.Г. Пинскер. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. - М.: Наука, 1974. - 369 с.

ABOUT THE PROBLEM OF PARAMETRIC X-RADIATION OF RELATIVISTIC ELECTRONS IN BRAGG SCATTERING GEOMETRY

S.V. Blazhevich*, A.V. Noskov**

*Belgorod state university, Belgorod, Russia

**Belgorod university consumer cooperatives, Belgorod, Russia

The parametric x-radiation (PXR) of relativistic electrons crossing a single crystal plate in Bragg scattering geometry is considered. On the base of the dynamic diffraction theory analytical expressions describing the spectral-angular distribution of PXR are derived taking into account the asymmetrical reflection in the plate. It was revealed that by changing the reflection asymmetry the width of PXR spectrum changes essentially as well. The contribution of each of the two branches of solution of the dispersion equation for X-waves in the crystal to PXR yield is shown.

KEY WORDS: relativistic electron, single crystal, parametric x-radiation, dynamical diffraction theory.