УДК 530.122

ОБОБЩЁННОЕ УРАВНЕНИЕ ГРАВИТАЦИИ В МОДЕЛЯХ ТИПА $f(R_{\alpha\beta\gamma\delta})$

А.Т. Котвицкий, Д.В. Крючков
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина,
61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4
Поступила в редакцию 27 ноября 2008 г

В работе исследуются уравнения гравитационного поля для действия с произвольной зависимостью лагранжевой плотности от различных скаляров кривизны. Целью исследования является получение обобщённого уравнения для моделей гравитации типа $f(R_{\alpha\beta\gamma\delta})$. Сначала осуществляется ознакомление с квадратичным и полиномным действиями, а также с соответствующими гравитационными уравнениями. Далее рассматривается наиболее общее действие с произвольной зависимостью лагранжевой плотности от различных скаляров кривизны и окончательно выводится обобщённое уравнение гравитационного поля. В конце, в качестве примера применения построенного обобщения строится гравитационное уравнение для действия с лагранжевой плотностью в форме третьей степени кривизны.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: действие, квадратичная гравитация, лагранжиан, полиномная модель, тензор Эйнштейна

В настоящее время общая теория относительности считается наиболее практичной теорией для описания гравитационного взаимодействия. Она разрешает недостатки ньютоновской гравитации и хорошо соответствует всем экспериментам, проводимым как в лабораториях так и на уровне Солнечной системы [1,2]. Однако за последнее десятилетие появилось определённое количество фактов, дающих основание полагать, что общая теория относительности (теория относительности Эйнштейна) может быть не полной. В частности, трудности появляются при попытке объединения ОТО с квантовой теорией, а так же последние данные об ускоренном расширении вселенной. Это всё говорит о том, что некоторые аспекты гравитационного взаимодействия нам пока неизвестны.

Именно поэтому очень много усилий было направленно на исследование обобщений теории Эйнштейна и в особенности на так называемую Расширенную Теорию Гравитации (Extended Theory of Gravitation - ETG).

Одним и самых интересных классов ETG является теория нелинейной гравитации или теория гравитации более высокого порядка. В основе этой теории лежит гравитационное действие нелинейное по скалярной кривизне и содержащее слагаемые различных степеней кривизны (модели гравитации, основанные на подобном действии относятся к типу $f(R_{\alpha\beta\gamma\delta})$).

Слагаемые высших степеней кривизны возникаю во многих разделах теоретической физики. Например, как показано в [3], для квантовой теории поля в искривлённом пространстве-времени перенормировка тензора энергии-импульса подразумевает введение в гравитационное действие поправок высших степеней кривизны. Кроме того, в низко энергетическом пределе 10-мерной теорий суперструн также возникают поправки высших степеней кривизны к действию Гильберта-Эйнштейна [4,5,6]. Также скаляры кривизны высших степеней являются неотъемлемой частью Теории Великого Объединения в частности при анализе вакуумного действия [7].

В общем, на данный момент существует множество работ по теории нелинейной гравитации. Однако, несмотря на столь обширное количество, практически отсутствуют работы по обобщению теории.

Целью данного исследования является получение обобщённого уравнения теории гравитации более высокого порядка. Сначало мы ознакомимся с существующими моделями квадратичной и полиномной гравитации, потом получим обобщённое уравнение гравитации в моделях типа $f(R_{\alpha\beta\gamma\delta})$, и в конце, в качестве примера применения построенного обобщения получим гравитационное уравнений для действия с лагранжевой плотность в форме третьей степени кривизны.

УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИИ В КВАДРАТИЧНОЙ И ПОЛИНОМНОЙ МОДЕЛЯХ

В теории Эйнштейна действием для гравитационного поля является интеграл по 4-объёму от лагранжевой плотности, состоящей из скалярной кривизны и космологической постоянной:

$$S_g = \int (R + 2\Lambda)\sqrt{-g}\, d^4x\,. \tag{1}$$

Теория расширенной гравитации вводит допущение, согласно которому лагранжевая плотность может иметь произвольный вид, в частности, для нелинейной теории гравитации лагранжевая плотность может представляться функцией от скаляров кривизны различных степеней. Но в основном, в работах по данному направлению можно встретить только две наиболее простые конструкции гравитационного действия [8-15]:

$$S_g = \int \left(2\Lambda + R + nR^2 + pR_{\mu\nu}R^{\mu\nu}\right)\sqrt{-g}\,d^4x\,; \tag{2}$$

$$S_g = \int \sum_{n=0}^{N} \chi(n) R^n \sqrt{-g}\,d^4x\,. \tag{3}$$

Действие (2) часто называют квадратичным, а (3) – полиномным. Поскольку в работах отсутствуют теоретические и аналитические выкладки, то были проведены подробный анализ и решения вариационных задач (2) и (3).

В процессе выкладок было выведено весьма полезное тождество:

$$\int A_\mu{}^{\nu\sigma\rho}\,\delta R^\mu{}_{\nu\sigma\rho}\sqrt{-g}\;d^4x = \frac{1}{2}\int A_\mu{}^{\nu\sigma\rho}{}_{;\tau\gamma}\,\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho\lambda\chi}\,\delta g^{\lambda\chi}\sqrt{-g}\;d^4x \tag{4}$$

$$\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho\lambda\chi} = \left(\delta^\vartheta_\sigma\delta^\tau_\rho - \delta^\vartheta_\rho\delta^\tau_\sigma\right)\left(\delta^\alpha_\eta\delta^\beta_\nu\delta^\gamma_\vartheta + \delta^\alpha_\eta\delta^\beta_\vartheta\delta^\gamma_\nu - \delta^\alpha_\nu\delta^\beta_\vartheta\delta^\gamma_\eta\right)g^{\mu\eta}g_{\alpha\lambda}g_{\beta\chi} \tag{5}$$

где $A_\mu{}^{\nu\sigma\rho}$ - произвольный тензор.

В результате вариации квадратичного действия (2) мы получили необходимые компоненты уравнения гравитационного поля, полный вид которого можно записать как

$$-\Lambda g_{\lambda\chi} + G_{\lambda\chi} + nB_{\lambda\chi} + pC_{\lambda\chi} = \frac{8\pi k_g}{c^4}T_{\lambda\chi} \tag{6}$$

где $G_{\lambda\chi}$ - тензор Эйнштейна, $T_{\lambda\chi}$ - тензор энергии-импульса, k_g - гравитационная постоянная.

$$B_{\lambda\chi} = 2\left[R_{;\tau\gamma}\left(g^{\tau\gamma}g_{\lambda\chi} - \delta^\tau_\lambda\delta^\gamma_\chi\right) + RR_{\lambda\chi} - \frac{1}{4}R^2 g_{\lambda\chi}\right], \tag{7}$$

$$C_{\lambda\chi} = R_{\lambda\chi;\tau\gamma}g^{\tau\gamma} + \frac{1}{2}R_{;\tau\gamma}g^{\tau\gamma}g_{\lambda\chi} + 2R^{\gamma\beta}R_{\lambda\gamma\chi\beta} - R_{;\lambda\chi} - \frac{1}{2}R^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta}g_{\lambda\chi}\,, \tag{8}$$

Естественно (6)-(8) эквивалентны уравнениям, которые используются в работах по нелинейной гравитации [8-15].

Стоит также упомянуть о теореме Гаусса-Бонне согласно которой [15, 16] справедливо тождество:

$$\delta\int\left(R_{\mu\nu\lambda\chi}R^{\mu\nu\lambda\chi} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2\right)\sqrt{-g}\;d^4x = 0\;. \tag{9}$$

Благодаря (9) легко видеть, что гравитация с лагранжевой плотностью $R_{\mu\nu\lambda\chi}R^{\mu\nu\lambda\chi}$ эквивалентна гравитации с лагранжевой плотностью $4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} - R^2$.

Для действия (3) так же существует решение [8, 9]:

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{2}A_0 g_{\lambda\chi} + A_1 R_{\lambda\chi} - \frac{1}{2}A_1 R g_{\lambda\chi} + 2A_2 R_{;\tau\gamma}\left(g^{\tau\gamma}g_{\lambda\chi} - \delta^\tau_\lambda\delta^\gamma_\chi\right) + 2A_2 RR_{\lambda\chi} - \frac{1}{2}A_2 R^2 g_{\lambda\chi} + \\ &+ \sum_{n=3}^{N}\Big[\left(n(n-1)(n-2)A_n R^{n-3}R_{,\gamma}R_{,\tau} + n(n-1)A_n R^{n-2}R_{;\tau\gamma}\right)\left(g^{\tau\gamma}g_{\lambda\chi} - \delta^\tau_\lambda\delta^\gamma_\chi\right) + \\ &\qquad + nA_n R^{n-1}R_{\lambda\chi} - \frac{1}{2}A_n R^n g_{\lambda\chi}\Big] = kT_{\lambda\chi}\,. \end{aligned} \tag{10}$$

В [17, 18] рассматривается действие

$$S_g = \int f(R)\sqrt{-g}\,d\Omega \tag{11}$$

Соответствующее уравнение гравитации имеет вид:

$$\left(f'''(R)R_{,\gamma}R_{,\tau} + f''(R)R_{;\tau\gamma}\right)\left(g^{\tau\gamma}g_{\lambda\chi} - \delta^\tau_\lambda\delta^\gamma_\chi\right) + f'(R)R_{\lambda\chi} - \frac{1}{2}f(R)g_{\lambda\chi} = kT_{\lambda\chi}\,. \tag{12}$$

Легко видеть соответствие между (12) и (10) если положить

$$f(R) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{f^{[n]}(0)}{n!}R^n = \sum_{n=0}^{\infty}A_n R^n\;,\quad A_n = \frac{f^{[n]}(0)}{n!}\;,\quad f^{[n]} = \frac{d^n f}{dR^n}\,. \tag{13}$$

Итак, перечисленные выше типы действий являются основными, которые используются в существующих работах по расширенной гравитации. Поэтому весьма актуальным является получение обобщающего уравнения, которое не только будет охватывать описанные выше результаты, но и позволит строить гравитационные уравнения для действий, не рассматриваемых ранее.

4-ДИВЕРГЕНЦИЯ

Перед переходом к построению обобщения следует упомянуть об одном важном свойстве, а именно равенство нулю 4-дивергенции от левой и правой частей гравитационного уравнения. Это свойство является следствием закона сохранения энергии-импульса ($T_{\lambda\chi}{}^{;\lambda} \equiv 0$) и должно выполняться обязательно, а, следовательно, может служить ограничивающим условием в построении уравнения гравитационного поля. При рассмотрении уравнений квадратичной гравитации действие было построено на слагаемых не выше второго по степеням кривизны, но в (2) всё-таки отсутствуют некоторые квадратичных слагаемые

$$R_{\mu\nu\lambda\chi}R^{\mu\nu\lambda\chi}, \tag{14}$$

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\mu\nu\sigma\rho}\frac{e^{\alpha\beta\mu\nu}}{\sqrt{-g}}g^{\gamma\sigma}g^{\delta\rho}, \tag{15}$$

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\mu\nu\sigma\rho}\frac{e^{\alpha\beta\mu\nu}}{\sqrt{-g}}\frac{e^{\gamma\delta\sigma\rho}}{\sqrt{-g}}. \tag{16}$$

(14) невключено в (2) в связи с упомянутым следствием, вытекающим из теоремы Гаусса-Бонне. При использовании (15) в качестве лагранжевой плотности при вариации действия получается тождественный нуль. А при использовании (16) после варьирования получаем тензор

$$D_{\lambda\chi} = R_{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\mu\nu\sigma\rho}\frac{e^{\alpha\beta\varepsilon\nu}}{\sqrt{-g}}\frac{e^{\gamma\delta\sigma\rho}}{\sqrt{-g}}\left(\frac{1}{2}g_{\lambda\chi}\delta^{\mu}_{\varepsilon} - \left(g_{\varepsilon\chi}\delta^{\mu}_{\lambda} + g_{\varepsilon\lambda}\delta^{\mu}_{\chi}\right)\right). \tag{17}$$

4-дивергенция для $D_{\lambda\chi}$ не равна нулю, что недопустимо

$$D_{\lambda\chi}{}^{;\lambda} = \left(R_{\alpha\beta\gamma\delta}R_{\mu\nu\sigma\rho}\right)^{;\lambda}\frac{e^{\alpha\beta\varepsilon\nu}}{\sqrt{-g}}\frac{e^{\gamma\delta\sigma\rho}}{\sqrt{-g}}\left(\frac{1}{2}g_{\lambda\chi}\delta^{\mu}_{\varepsilon} - \left(g_{\varepsilon\chi}\delta^{\mu}_{\lambda} + g_{\varepsilon\lambda}\delta^{\mu}_{\chi}\right)\right) \neq 0. \tag{18}$$

Поэтому (16) также отбрасывается при рассмотрении квадратичной гравитации.

ПОЛУЧЕНИЕ ОБОБЩЁННОГО УРАВНЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Приступим к получению наиболее общего уравнения гравитационного поля. В качестве гравитационного действия примем

$$S_g = \int f\sqrt{-g}\, d^4x, \tag{19}$$

где f – произвольная скалярная функция, зависящая от различных скаляров кривизны различных степеней. Не сложно понять, что в самом общем случае в функцию f могут входить только следующие тензоры:

$R_{\alpha\nu\sigma\rho}$ - тензор Римана;

$\delta^{\varepsilon}_{\beta}$ - символ Кронекера;

$g^{\lambda\chi}$ - метрический тензор;

$E^{\alpha\beta\gamma\delta} = \dfrac{e^{\alpha\beta\gamma\delta}}{\sqrt{-g}}$ - тензор Леви-Чивита.

Искомые уравнения гравитационного поля были получены на основе принципа наименьшего действия, согласно которому

$$\delta\left(-\frac{c^3}{16\pi k_g}S_g + \frac{1}{2c}S_m\right) = 0, \tag{20}$$

где S_m - действие для материи,

$$\delta S_m = \int T_{\lambda\chi}\delta g^{\lambda\chi}\sqrt{-g}\, d^4x. \tag{21}$$

Проварьируем действие (19)

$$\delta S_g = \int \delta f \sqrt{-g}\, d^4x - \frac{1}{2}\int f \sqrt{-g}\, g_{\lambda\chi}\delta g^{\lambda\chi} d^4 x, \tag{22}$$

δf можно записать как

$$\delta f = \frac{\partial f}{\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}}\delta R_{\alpha\nu\sigma\rho} + \frac{\partial f}{\partial g^{\lambda\chi}}\delta g^{\lambda\chi} + \frac{\partial f}{\partial E^{\alpha\beta\gamma\delta}}\delta E^{\alpha\beta\gamma\delta}. \tag{23}$$

Тогда для (22) имеем

$$\delta S_g = \int\!\Bigg(\frac{\partial f}{\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} g_{\alpha\mu}\delta R^{\mu}_{\ \nu\sigma\rho} + \frac{\partial f}{\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}}\delta g_{\alpha\mu} R^{\mu}_{\ \nu\sigma\rho} + \frac{\partial f}{\partial g^{\lambda\chi}}\delta g^{\lambda\chi} - \\ - \frac{1}{2}\frac{\partial f}{\partial E^{\alpha\beta\gamma\delta}} E^{\alpha\beta\gamma\delta} g_{\lambda\chi}\delta g^{\lambda\chi} - \frac{1}{2} f\, g_{\lambda\chi}\delta g^{\lambda\chi}\Bigg)\sqrt{-g}\, d^4x. \tag{24}$$

Проводя дальнейшие выкладки с использованием (4) и (5) получим для δS_g :

$$\delta S_g = \int \Xi_{\lambda\chi}\, \delta g^{\lambda\chi} \sqrt{-g}\, d^4x, \tag{25}$$

$$\Xi_{\lambda\chi} = \left(\frac{\partial f}{\partial R_{\varepsilon\beta\pi\delta}\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} R_{\varepsilon\beta\pi\delta;\tau\gamma} + \frac{\partial f}{\partial R_{\omega\zeta\vartheta\psi}\partial R_{\varepsilon\beta\pi\delta}\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} R_{\omega\zeta\vartheta\psi;\gamma} R_{\varepsilon\beta\pi\delta;\tau}\right) g_{\alpha\mu}\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho(\lambda\chi)} - \\ - \frac{1}{2}\frac{\partial f}{\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}}\left(g_{\alpha\lambda}R_{\chi\nu\sigma\rho} + g_{\alpha\chi}R_{\lambda\nu\sigma\rho}\right) - \frac{1}{2}\frac{\partial f}{\partial E^{\alpha\beta\gamma\delta}} E^{\alpha\beta\gamma\delta} g_{\lambda\chi} + \frac{\partial f}{\partial g^{\lambda\chi}} - \frac{1}{2} f\, g_{\lambda\chi}, \tag{26}$$

где $\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho(\lambda\chi)} = \frac{1}{2}\left(\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho\lambda\chi} + \Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho\chi\lambda}\right)$, и $\Delta^{\mu\tau\gamma}_{\nu\sigma\rho\lambda\chi} = \left(\delta^{\vartheta}_{\sigma}\delta^{\tau}_{\rho} - \delta^{\vartheta}_{\rho}\delta^{\tau}_{\sigma}\right)\left(\delta^{\alpha}_{\eta}\delta^{\beta}_{\nu}\delta^{\gamma}_{\vartheta} + \delta^{\alpha}_{\eta}\delta^{\beta}_{\vartheta}\delta^{\gamma}_{\nu} - \delta^{\alpha}_{\nu}\delta^{\beta}_{\vartheta}\delta^{\gamma}_{\eta}\right) g^{\mu\eta} g_{\alpha\lambda} g_{\beta\chi}$.

Имея выражения (25) и (21) для вариаций гравитационного поля и материи можем исходя из (20) написать искомое уравнение гравитационного поля:

$$\Xi_{\lambda\chi} = \frac{8\pi k_g}{c^2} T_{\lambda\chi}. \tag{27}$$

Поскольку 4-дивергенция применённая к правой части уравнения гравитационного поля должна равняться нулю, то аналогичное условие необходимо накладывать и на левую часть уравнения (27):

$$\Xi_{\lambda\chi}^{\ \ ;\lambda} = 0. \tag{28}$$

Условие (28) накладывает определённые ограничения на плотность Лагранжа f в действии (19). Из-за этого ограничения (16) не включалось в квадратичное действие (2).

Итак, (26)-(28) представляют собой обобщение теории нелинейной гравитации (с действием, нелинейным по отношению к скалярам кривизны), с их помощью можно получить любое уравнение поля в рамках рассматриваемой теории. Главная практическая ценность уравнений (26)-(28) именно и состоит в возможности строить уравнения гравитации для ранее не рассматриваемых форм действий.

В качестве примера применения обобщающих уравнений (26)-(28) получим гравитационное уравнение для действия

$$S = \int R^{\alpha}_{\beta} R^{\beta}_{\gamma} R^{\gamma}_{\alpha} \sqrt{-g}\ \ d^4x. \tag{29}$$

Лагранжевая плотность $f = R^{\alpha}_{\beta} R^{\beta}_{\gamma} R^{\gamma}_{\alpha}$, тогда

$$\frac{\partial f}{\partial R_{\omega\zeta\vartheta\psi}\partial R_{\varepsilon\beta\pi\delta}\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} = 3(\delta^{\alpha}_{\phi}\delta^{\sigma}_{\theta} + \delta^{\sigma}_{\phi}\delta^{\alpha}_{\theta}) g^{\phi\varepsilon} g^{\theta\omega} g^{\pi\vartheta} g^{\nu\rho} g^{\beta\delta} g^{\zeta\psi}, \tag{30}$$

$$\frac{\partial f}{\partial R_{\varepsilon\beta\pi\delta}\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} = 3(\delta^{\alpha}_{\phi}\delta^{\sigma}_{\theta} + \delta^{\sigma}_{\phi}\delta^{\alpha}_{\theta}) R^{\theta\pi} g^{\phi\varepsilon} g^{\beta\delta} g^{\nu\rho}, \tag{31}$$

$$\frac{\partial f}{\partial R_{\alpha\nu\sigma\rho}} = 3R^{\alpha}_{\eta} R^{\delta\eta} g^{\nu\rho}, \tag{32}$$

$$\frac{\partial f}{\partial g^{\lambda\chi}} = 3R^{\alpha}_{\lambda} R^{\beta}_{\chi} R_{\alpha\beta}, \tag{33}$$

$$\frac{\partial f}{\partial E^{\alpha\beta\gamma\delta}} \equiv 0 . \tag{34}$$

Подставляя (30)-(34) в (26), (27) и проводя необходимые выкладки, получаем искомое уравнение:

$$\begin{gathered}3\Big(2R^{\pi}_{\chi;\gamma}R_{\lambda\pi}{}^{;\gamma} + (\delta^{\alpha}_{\lambda}\delta^{\beta}_{\chi} + \delta^{\alpha}_{\chi}\delta^{\beta}_{\lambda})\Big(R^{\pi}_{\beta}R_{\alpha\pi;\tau\gamma}g^{\gamma\tau} - R^{\tau\pi}R_{\alpha\pi;\tau\beta} - R^{\pi}_{\alpha}R^{\tau}_{\pi;\tau\beta} - R^{\pi}_{\tau;\alpha}R_{\beta\pi}{}^{;\tau} - R_{,\pi}R^{\pi}_{\alpha;\beta}\Big) + \\ + \Big(R^{\tau\pi}R^{\gamma}_{\pi;\tau\gamma} + R^{\gamma\pi}R^{\tau}_{\pi;\tau\gamma} + R^{\tau\pi}{}_{;\varepsilon}R^{\varepsilon}_{\pi;\tau} + R_{,\pi}R^{,\pi}\Big)g_{\lambda\chi}\Big) - \frac{3}{2}R^{\alpha}_{\eta}R^{\sigma\eta}\Big(g_{\alpha\lambda}R_{\chi\sigma} + g_{\alpha\chi}R_{\lambda\sigma}\Big) + \\ + 3R^{\alpha}_{\lambda}R^{\beta}_{\chi}R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}R^{\alpha}_{\beta}R^{\beta}_{\gamma}R^{\gamma}_{\alpha}g_{\lambda\chi} = \frac{8\pi k_g}{c^2}T_{\lambda\chi} .\end{gathered} \tag{35}$$

С помощью довольно громоздких преобразований, опущенных по понятным причинам, можно доказать что 4-дивергенция от левой части уравнения (35) равна нулю.

ВЫВОДЫ

Получено уравнение обобщающее теорию нелинейной гравитации (с действием, нелинейным по отношению к скалярам кривизны). Практическая ценность обобщающего уравнения состоит в том, что оно позволяет получать уравнения поля для произвольных форм действий, не рассматриваемых ранее. В качестве примера применения разработанного обобщения, получено гравитационное уравнение для действия с лагранжевой плотностью в виде одного из скаляров третьей степени кривизны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Я.С. Яцків, О. М.Александров, І. Б. Вавилова Загальна Теорія Відносності: випробування часом. - Київ: ГАО НАН України, 2005.
2. M. Kramer, I.H. Stairs Tests of general relativity from timing the double // Science. – 2006. – Vol.314. – P. 97-102.
3. N. Birrell, P. Davies Quantum Fields in Curved Space. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1982.
4. J. Polchinski String Theory. - Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1998. - Vol.1,2.
5. K. Maeda, N. Ohta Inflation from M-Theory with Fourth-order Corrections and Large Extra Dimensions // Phys. Lett. – 2004. – Vol.B597. – P.400.
6. N. Ohta Accelerating Cosmologies from S-Branes // Phys.Rev. Lett. – 2003. – Vol.91. - P.061303.
7. I.L. Buchbinder Quantum Effects in Softly Broken Gauge Theories in Curved Space-Times // Phys.Lett. – 1989. – Vol.B216. – P.127.
8. N. Furey Wormhole throats in Rm gravity // Class.Quant.Grav. – 2005. – Vol.22. – P.313-322.
9. S. Carloni, K. S. Dusby, S. Capozziello, A. Trisi Cosmological dynamics of Rm gravity // Class.Quant.Grav. – 2005. – Vol.22. – P.4839-4868.
10. G. Allemandi, A. Borowiec, M. Francaviglia Accelerated Cosmological Models in Ricci squared Gravity // Phys.Rev. – 2004. – Vol.D70. – P.103503.
11. M. Kramer, I.H. Stairs Tests of general relativity from timing the double // Science. – 2006. – Vol.314. – P.97-102.
12. B. Zwiebach Curvature Squared Terms And String Theories // Phys Lett. – 1985. – Vol.B156. – P.315.
13. J. Grain, A. Barrau, P. Kanti Exact Results for Evaporating Black Holes in Curvature-Squared Lovelock Gravity // Phys.Rev. – 2005. – Vol.D72.- P.104016.
14. P. Kanti, J. Grain, A. Barrau Bulk and Brane Decay of a (4+n)-Dimensional Schwarzschild-De-Sitter Black Hole // Phys. Rev. – 2005. – Vol.D71. – P.104002.
15. A. Barrau, J. Grain, S. O. Alexeyev Gauss-Bonnet Black Holes at the LHC : Beyond the Dimensionality of Space // Phys. Lett. – 2004. – Vol.B584. – P.114.
16. K. Kleidis, A. Kuiroukidis, D. B. Papadopoulos Interactive Quadratic Gravity // Phys.Lett. – 2002. – Vol.B546. – P.112-118.
17. S.A. Appleby, R.A. Battye Aspects of cosmological expansion in F(R) gravity models // J. Cosmol. Astropart. Phys. – 2008. – Vol.05. – P.019.
18. O. Bertolami, C.G. Boehmer, T. Harko, F. Lobo Extra force in f(R) modified theories of gravity // Phys.Rev. – 2007. – Vol.D75. – P.104016.

THE GENERALIZED EQUATION OF GRAVITATION IN TYPE MODELS $f\left(R_{\alpha\beta\gamma\delta}\right)$

A.T. Kotvitskiy, D.V. Kryuchkov
N.V. Karasin Kharkiv National University
Svobody sq. 4, Kharkov, Ukraine, 61077

In the work equations of gravitational field for action with any dependency of Lagrange's density from different scalars of curvature are researched. The main purpose of the research is the creation of generalising equation for gravitational models of $f\left(R_{\alpha\beta\gamma\delta}\right)$ type.

There is familiarization with the square-law and polynomial actions and the corresponding gravitational equations at first. Hereinafter most general action with any dependency of Lagrange's density from different scalars of the curvature is considered and the generalising equation of gravitational field is created. At the end of the work the gravitational equation for action with Lagrange's density in form of third degree of curvature is built as example of using of the created generalization.

KEY WORDS: action, square-law gravitation, Lagrangian, polinomial model, Einstein's tensor