УДК 537.8:534-8

ОБ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ РОЛИ ФОНОННОГО СПЕКТРА И СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ В ПРОЦЕССАХ ГЕНЕРАЦИИ И РАССЕЯНИЯ

О.В. Куклина, В.М. Куклин

Харьковский национальный университет, Институт высоких технологий

пл. Свободы 4, 61077 Харьков 77, Украина

E-mail: kuklinvm1@rambler.ru

Поступила в редакцию 4 апреля 2009 г.

Показано, что релаксационные процессы и процессы с участием фононов способны влиять на эффективность генерации и рассеяния ВЧ колебаний в многоуровневых системах. В трехуровневой системе при значительной интенсивности фононов, обеспечивающих формирование инверсии на рабочем уровне, эффективность возбуждения ВЧ колебаний и фононов обратно пропорциональны степени поглощения или вывода энергии излучения. При рассеянии низкоэнергетических квазичастиц одновременно вверх (фиолетовый сателлит) и вниз по энергии (красный сателлит) с возбуждением фононов в прозрачных средах развитие процесса определяет спонтанное излучение. В рамках описания многоуровневой системы представлены известные процессы поглощения и излучения энергии высокоэнергетического кванта ядром. При превышении кинетической энергией отдачи потенциального барьера, удерживающего атом в решетке, линии поглощения и излучения оказываются разнесены в спектре на величину удвоенной энергии отдачи. Если после поглощения или излучения высокоэнергетических квантов изменения локализации атомов не происходит, движение атома приобретает осцилляторный характер. Энергия кванта такого атомного осциллятора равна кинетической энергии отдачи. Излучение осцилляторов с возбужденным ядром, представляет собой линейчатый спектр колебаний, причем вероятность излучения с энергией ядерного перехода практически на порядок превышает вероятность излучения других спектральных линий. В предположении, что кванты с этой же энергией столь же эффективно поглощаются атомами – осцилляторами, представлена оценка интенсивности излучения.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: индуцированное и спонтанное излучение, релаксационные процессы, генерация, рассеяние, фононы.

ON THE RELATIVE ROLE OF THE PHONON SPECTRUM AND THE COLLISIONAL RELAXATION IN PROCESSES OF GENERATION AND SCATTERING

O.V. Kuklina, V.M. Kuklin

N.V.Karasin Kharkiv National University

Svobody sq. 4, Kharkov, Ukraine, 61077

It is shown that the relaxation processes and processes with phonons participation are able to influence on the efficiency of HF generation and scattering in multilevel systems. In three-level system, where operating level inversion formed by large phonon intensity, the efficiency excitation of HF oscillation and photon spectrum are inversely proportional dissipation or energy emission outside. The low-energy scattering simultaneously up (anti-Stokes satellite) and down (Stokes satellite) with phonon excitation in transparent media is determined by spontaneous radiation effect. In cases of emission and absorption of high-energy quantum by nucleus when the kinetic energy recoil exceeds the value of potential barrier, which is holding the atom in lattice, the absorption and emission lines are separated as large as redoubled energy of recoil. If afterwards emission and absorption of high-energy quantum by nucleus, atom localization don't change, the motion of atom turn into oscillatory one. The quantum energy of such oscillator is equal an energy of recoil. Emission of such oscillator with excited nucleus is line spectrum of HF oscillation.

The probability of radiation of spectral line with nuclear transition energy considerably exceed radiation probability of another lines. The intensity of radiation is found on conditions that the quantum with the same energy is absorbed also efficiently.

KEY WORDS: induced and spontaneous radiation, relaxation process, generation, scattering, phonons.

ПРО ВІДНОСНУ РОЛЬ ФОНОНОГО СПЕКТРУ І РЕЛАКСАЦІЇ ЗА РАХУНОК ЗІТКНЕНЬ У ПРОЦЕСАХ ГЕНЕРАЦІЇ ТА РОЗСІЮВАННЯ

О.В. Кукліна, В.М. Куклін

Харківський національний університет, Інститут високих технологій

пл. Свободи 4, 61077 Харків 77, Україна

Показано, що релаксаційні процеси та процеси с участю фононів здатні впливати на ефективність генерації і розсіювання ВЧ коливань у багаторівневих системах. У трьохрівневої системі при значної інтенсивності фононів, що забезпечують формування інверсії на робочому рівні, ефективності збудження ВЧ коливань і фононів оберне пропорційні рівню поглинання або виводу енергії випромінювання. При розсіюванні низькоенергетичних квазічасток одночасно уверх (фіолетовий сателіт) і униз по енергії (червоний сателіт) із збудженням фононів у прозорих середовищах розвиток процесу забезпечує спонтанне випромінювання. У межах опису багаторівневої системи представлені відомі процеси поглинання та випромінювання енергії високоенергетичного кванту ядром. При перевищенні кінетичною енергією віддачі потенційного бар'єру, що утримує атом в решітці, лінії поглинання та випромінювання виявляються віддалені у спектрі на величину подвоєної енергії віддачі. Коли ж після поглинання або випромінювання високоенергетичних квантів зміни локалізації атомів не відбувається, рух атому набирає осциляторного характеру. Енергія кванту такого атомного осцилятору дорівнює кінетичної енергії віддачі. Випромінювання осциляторів зі збудженим ядром, представляє собою лінійчатий спектр коливань, причому вірогідність випромінювання з енергією ядерного переходу практично на порядок перебільшує вірогідність випромінювання інших спектральних ліній. Вважаючи, що кванти з такою ж енергією також ефективно поглинаються атомами – осциляторами, представлено оцінку інтенсивності випромінювання.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: індуковане та спонтанне випромінювання, релаксаційні процеси, генерація, розсіювання, фонони.

ТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ МНОГОУРОВНЕВЫХ СИСТЕМ

Описание генерации и рассеяния оказывается весьма продуктивным при использовании представлений об индуцированных и спонтанных процессах. Многоуровневые системы, которые получили распространение в квантовой механике и, в частности, в квантовой радиофизике, оказываются применимы и при рассмотрении множества классических и квантовых эффектов. Целью данной работы является изучение влияния релаксационных процессов и процессов возбуждения интенсивного фононного спектра на эффективность генерации и рассеяния электромагнитного излучения в многоуровневых системах.

Явление индуцированного излучения и его связь со спонтанными процессами открыты и описаны в работе А. Эйнштейна [1] и экспериментально подтверждены были Р. Ладенбургом (см. ссылки в обзорной работе [2]). Для проявления индуцированных процессов потребовалось создать условия для накопления ВЧ энергии в ограниченном объеме активного вещества. Осознание необходимости обеспечения высокой концентрации квантов поля для повышения эффективности взаимодействий и привели к созданию квантовых генераторов. С этих позиций полезно рассмотреть влияние процесса формирования высокой концентрации фононов на эффективность генерации и рассеяния высокоэнергетического излучения.

Согласно представлениям А. Эйнштейна, описание двухуровневой системы при наличии излучения на частоте перехода $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega_{12}$ следующее

$$\partial n_2/\partial t = -(u_{21} + w_{21}\cdot N_k)\cdot n_2 + w_{12}\cdot N_k \cdot n_1, \tag{1}$$

$$\partial n_1/\partial t = -w_{12}\cdot N_k \cdot n_1 + (u_{21} + w_{21}\cdot N_k)\cdot n_2, \tag{2}$$

причем полное число частиц системы на первом и на втором уровне постоянно $n_1 + n_2 = Const$, $u_{21}\cdot n_2$ - скорость изменения количества квантов второго возбужденного уровня за счет спонтанных процессов излучения. Скорость изменения количества квантов (частиц) на этих уровнях за счет индуцированных процессов излучения $w_{21}\cdot N_k \cdot n_2$ и поглощения $w_{12}\cdot N_k\cdot n_1$. Здесь N_k - число квантов излучения на частоте перехода, для которого справедливо уравнение

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = (u_{21} + w_{21}\cdot N_k)\cdot n_2 - (w_{12}\cdot N_k)\cdot n_1. \tag{3}$$

В статистическом равновесии при температуре T производные $\partial n_i/\partial t = 0$, $n_i = const\cdot\exp\{-\varepsilon_i/kT\}$, причем ε_i - энергия частиц в i-том состоянии. В случае статистического равновесия для интенсивности излучения должно быть справедливо соотношение $N_k = N_{k0}$, где правая часть определяется формулой Планка

$$N_{k0} = \frac{1}{\exp\{\hbar\omega/kT\} - 1}, \tag{4}$$

где при вычислении интегральной интенсивности суммирование осуществляется по волновым числам, при этом $\omega = \omega(\vec{k})$ и выражение (4) сохраняет свой вид независимо от размерности задачи.

Чтобы уравнение (3) оставалось справедливым в состоянии статистического равновесия, необходимо чтобы выражение

$$N_{k0} = \frac{u_{21}}{w_{12}\exp\{\hbar\omega_{12}/kT\} - w_{21}}, \tag{5}$$

совпадало с формулой Планка (4). Другими словами, для коэффициентов оказываются справедливыми соотношения

$$u_{21} = w_{12} = w_{21}. \tag{6}$$

Полезно ввести понятие инверсии $\mu = (n_2 - n_1)$. Если начальные значения величин $n_2(0) >> N_k(0), n_1(0)$, и $\mu > 0$, то можно пренебречь спонтанными процессами, тогда

$$\frac{\partial\mu}{\partial t} = -2u_{21}\cdot\mu\cdot N_k = -2\gamma\cdot N_k. \tag{7}$$

Очевидно, при развитии процесса сохраняется сумма $N_k + n_2 = Const$. Учитывая, что ранее мы убедились, что $n_1 + n_2 = Const$, получим

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = u_{21}\cdot\mu\cdot N_k = u_{21}(2N_k(0) + n_2(0) - n_1(0) - 2N_k)\cdot N_k. \tag{8}$$

Обратим внимание, что только учет индуцированных процессов позволяет обнаружить при значительной инверсии заселенностей уровней ($n_2 >> n_1$) явление неустойчивости - быстрого роста количества квантов поля N_k на начальной стадии $\propto \exp\{\gamma \cdot t\}$ с инкрементом равным $\gamma = 2u_{21} \cdot \mu$ [3], когда изменениями инверсии можно пренебречь. Затем рост интенсивности замедляется, вследствие снижения уровня инверсии. В режиме насыщения неустойчивости $N_{kMAX} = N_k(0) + \mu(0)/2$.

При постоянной накачке уравнение (1) может быть представлено в виде

$$\partial n_2 / \partial t = S - n_2 \cdot \tau_2^{-1} - u_{21}(1 + N_k) \cdot n_2 + u_{21} \cdot N_k \cdot n_1 , \tag{9}$$

где S – скорость перехода частиц на второй уровень за счет внешнего воздействия, τ_2 - их время жизни, не связанное с процессами излучения на частоте перехода $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega_{12}$. Уравнение для изменения количества частиц n_1 на нижнем уровне может быть представлено как

$$\partial n_1 / \partial t = -S + n_2 \cdot \tau_2^{-1} + u_{21}(1 + N_k) \cdot n_2 - u_{21} \cdot N_k \cdot n_1 . \tag{10}$$

Таким образом, при постоянной накачке и при достаточно большой инверсии заселенностей уровней уравнение (7) принимает следующий известный (см., например, [4]) вид

$$\partial \mu / \partial t = 2[S - n_2 / \tau_2 - u_{21} \cdot n_2] - 2\mu \cdot u_{21} \cdot N_k \approx (\mu_0 - \mu) / \tau_2 - \gamma \cdot N_k , \tag{11}$$

где $\mu_0 = n_2(0) - n_1(0)$ и использованы соотношения $S \cdot \tau_2 (u_{21} \cdot \tau_2 + 1)^{-1} = n_2(0)$ и $\mu_0 - \mu = 2n_2(0) - 2n_2$, справедливые при сохранении общего числа частиц на двух уровнях.

ТРЕХУРОВНЕВАЯ СИСТЕМА. ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ И ФОНОННОГО ФОНА

Обычно накачка лазера осуществляется на верхнем уровне (причем, τ_{31} велико), то есть внешнее излучение приводит к возбуждению верхнего уровня, а два нижних являются рабочими [4,5]. Переход с высшего третьего уровня на средний происходит за счет излучения фонона или за счет столкновительных релаксационных процессов. Система уравнений, учитывающая процессы возбуждения и поглощения фононов на третьем и втором уровнях может быть представлена в виде

$$\partial n_3 / \partial t = S - n_3 \cdot \tau_3^{-1} - (u_{32} + w_{32} \cdot N_\Omega) \cdot n_3 + w_{23} \cdot N_\Omega \cdot n_2 , \tag{12}$$

$$\partial n_2 / \partial t = n_3 \cdot \tau_3^{-1} - w_{23} \cdot N_\Omega \cdot n_2 + (u_{32} + w_{32} \cdot N_\Omega) \cdot n_3 - (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 + w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 , \tag{13}$$

где S – скорость образования возбужденных состояний на третьем уровне за счет внешнего излучения накачки, τ_3 - их время жизни не связанное с излучением фононов, $u_{32} \cdot n_3$ - изменения количества фононов в единицу времени за счет спонтанных процессов излучения, $w_{32} \cdot N_\Omega \cdot n_3$ и $w_{23} \cdot N_\Omega \cdot n_2$, - изменения количества фононов в единицу времени за счет индуцированных процессов излучения и поглощения, соответственно, N_Ω - интенсивность изучения фононов на частоте перехода $\varepsilon_3 - \varepsilon_2 = \hbar\Omega$, для которой справедливо уравнение

$$\frac{\partial N_\Omega}{\partial t} = -\delta_\Omega \cdot N_\Omega + (u_{32} + w_{32} \cdot N_\Omega) \cdot n_3 - (w_{23} \cdot N_\Omega) \cdot n_2 , \tag{14}$$

причем δ_Ω - эффективный декремент затухания упругих колебаний. Изменения количества состояний на низшем уровне описываются уравнением

$$\partial n_1 / \partial t = -S + (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 - w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 . \tag{15}$$

Здесь u_{21} - скорость изменения количества фотонов с энергией $\hbar\omega(k)$ за счет спонтанных процессов излучения, $w_{21} \cdot N_k$ и $w_{12} \cdot N_k$ - скорость изменения количества фотонов за счет индуцированных процессов излучения и поглощения, соответственно, N_k - интенсивность изучения фотонов на частоте перехода, для которой в свою очередь справедливо уравнение

$$\partial N_k / \partial t = -\delta_k \cdot N_k + (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 - (w_{12} \cdot N_k) \cdot n_1 . \tag{16}$$

Релаксационные механизмы формирования инверсии

В условиях значительного поглощения энергии фононов $\delta_\Omega >> u_{32}\mu_{32}$, $\mu_{32} = n_3 - n_2$ уравнение (13), описывающие процессы возбуждения и поглощения фотонов на втором уровне при стационарной накачке имеет вид

$$\partial n_2 / \partial t = S - (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 + w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 , \tag{17}$$

а уравнение (15), определяющее изменение количества состояний на низшем уровне остается прежним. Для инверсии $\mu_{21} = n_2 - n_1 = \mu$ оказывается справедливо уравнение

$$\partial\mu / \partial t = (\mu_0 - \mu)/\tau_2 - \gamma N_k, \tag{18}$$

где $\mu_0 - \mu = 2n_2(0) - 2n_2$ и $n_2(0) = S \cdot u_{21}^{-1}$, $\tau_2 = u_{21}^{-1}$ и задача сведена к предыдущей (см. уравнение (11)).

Формирование инверсии на рабочем уровне за счет фононов

В условиях развитого фононного спектра при режиме генерации фотонов, когда спонтанными эффектами можно пренебречь, справедливы уравнения

$$\partial n_1 / \partial t + S - u_{21}\mu_{21}N_k = 0, \tag{19}$$

$$\partial n_2 / \partial t - u_{32}\mu_{32}N_\Omega + u_{21}\mu_{21}N_k = 0,$$

$$\partial n_3 / \partial t - S + u_{32}\mu_{32}N_\Omega = 0,$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \delta_k \cdot N_k - u_{21} \cdot \mu_{21} \cdot N_k = 0, \tag{20}$$

$$\frac{\partial N_\Omega}{\partial t} + \delta_\Omega \cdot N_\Omega - u_{32} \cdot \mu_{32} \cdot N_\Omega = 0$$

и выполняется соотношение $n_1 + n_2 + n_3 = Const$. Насыщение неустойчивости происходит при $N_k \propto S/\delta_k$, $N_\Omega \propto S/\delta_\Omega$, и при отношении инверсий $\mu_{21}/\mu_{32} = (u_{32}\delta_k)/(u_{21}\delta_\Omega)$.

УЧЕТ ФОНОННОГО СПЕКТРА В ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ

Рассмотрим инжекцию квазичастиц (как корпускулярных, так и обладающих нулевой массой покоя) с энергией E в ограниченную область образца, где возможны процессы рассеяния на частицах среды с излучением фононов. Предположим, что среда достаточно прозрачна для квазичастиц и пренебрежем процессами отражения и рассеяния без изменения их энергии. Покажем, что за счет значительного накопления фононов в образце возрастает роль индуцированных процессов, которые приводят к усилению взаимодействий. Уравнения, описывающие эти явления, представим в виде

$$\begin{aligned}
&\partial n_1/\partial t + (\delta + w_{12}\cdot N_k^f)\cdot n_1 - (u_{21} + w_{21}\cdot N_k^f)\cdot n_2 = 0,\\
&\partial n_2/\partial t + \delta\cdot n_2 + (u_{21} + w_{21}\cdot N_k^f + w'_{23}\cdot N_k^f)\cdot n_2 -\\
&-(w_{12}\cdot N_k^f\cdot n_1 + w_{32}\cdot N_k^f\cdot n_3) = G,\\
&\partial n_3/\partial t + (\delta + w_{32}\cdot N_k^f)\cdot n_3 - w_{23}\cdot N_k^f\cdot n_2 = 0,
\end{aligned} \tag{21}$$

где эффективный декремент $\delta = P/Q$, причем P - поток квазичастиц из данной области, Q - полное число квазичастиц в этом объеме. Определим G как скорость инжекции частиц сорта 2, число которых в объеме равно n_2. Отметим, что в отсутствие процессов рассеяния число частиц сорта 2 с энергией E_0 равно $n_2 = n_{20} = G/\delta$. Энергия частиц сорта 1 равна $E_0 - \hbar\Omega_k$, а частиц сорта 3, соответственно, $E_0 + \hbar\Omega_k$. Слагаемые $u_{21}\cdot n_2$ - определяют скорость изменения числа частиц сорта 2 из-за спонтанного процесса рассеяния с возбуждением фононов, а $w_{21}\cdot N_k^f \cdot n_2$, $w_{32}\cdot N_k^f \cdot n_3$ и $w_{12}\cdot N_k^f \cdot n_1$, $w_{23}\cdot N_k^f \cdot n_2$ - скорости изменения числа этих частиц из-за индуцированных процессов с излучением и поглощением фононов, соответственно. Здесь N_k^f - число фононов с энергией $\hbar\Omega_k << E$, для которого можно представить уравнение

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_k^f}{\partial t} = -\delta_N N_k^f + (u_{21} + w_{21}\cdot N_k^f)\cdot n_2 + w'_{32}\cdot N_k^f\cdot n_3 -\\
&-w_{12}\cdot N_k^f\cdot n_1 - w'_{23}\cdot N_k^f\cdot n_2 - \delta_N N_k^f + u(N_k^f + 1)\cdot n_2 +\\
&+u\cdot N_k^f\cdot n_3 - u\cdot N_k^f\cdot n_1 - u\cdot N_k^f\cdot n_2.
\end{aligned} \tag{22}$$

В данном описании, как и ранее при получении (6), будем полагать, что $u_{ij} = w_{ij} = u$, причем $u = u(E)$ отлично от нуля в интервале $E_0 - \Delta E < E < E_0 + \Delta E$, где ΔE - ширина линии процесса рассеяния. Уравнение (22) при этом можно записать в виде

$$\partial N_k^f/\partial t = -\delta_N N_k^f + u\cdot n_2 + u\cdot N_k^f\cdot n_3 - u\cdot N_k^f\cdot n_1. \tag{23}$$

Обратим внимание, что на начальной стадии линейный рост числа квантов обеспечивают слагаемое, ответственное за спонтанное взаимодействие.

В стационарном случае получим выражения для значений числа частиц

$$n_1 = n_{20}\frac{u\cdot(N_k^f+1)}{\delta+u\cdot(3N_k^f+1)},\; n_2 = n_{20}\frac{\delta+u\cdot N_k^f}{\delta+u\cdot(3N_k^f+1)},\; n_3 = n_{20}\frac{u\cdot N_k^f}{\delta+u\cdot(3N_k^f+1)}. \qquad (24)$$

Представляется важным отметить наличие в отраженном и проходящем потоке частиц сорта 2 когерентной составляющей. Действительно, индуцированный процесс рассеяния приводит к появлению когерентного излучения фононов и, следовательно, рассеянных квазичастиц. Именно взаимодействие когерентного фононного спектра со столь же когерентным полем рассеянных квазичастиц порождает когерентную составляющую и в потоке частиц сорта 2. Зная число рассеянных квазичастиц n_1 и n_3 нетрудно определить эту долю η когерентного излучения в потоках частиц сорта 2

$$\eta \propto (n_1+n_3)/n_2 = u\cdot(2N_k^f+1)/(\delta+u\cdot N_k^f). \qquad (25)$$

В отсутствии индуцированных процессов или при сильном поглощении энергии фононов, все возмущения, включая и возмущения в потоках частиц сорта 2 пропорциональны малому параметру u/δ, величина которого во многих практических случаях мала [6]. При выполнении условий $1 > \delta_N / u\cdot n_{20} > u/\delta$, число квантов фононного фона принимает вид

$$N_k^f = u\cdot n_{20} / \delta_N. \qquad (26)$$

В этих условиях для числа квазичастиц сорта 1 и 3 получим выражение

$$n_1 \approx n_3 \approx n_{20}\cdot\alpha/(1+3\alpha), \qquad (27)$$

а для частиц сорта 2

$$n_2 \approx n_{20}\cdot(1+\alpha)/(1+3\alpha), \qquad (28)$$

при этом

$$\eta \propto 2\alpha/(1+3\alpha), \qquad (29)$$

где $\alpha = (u^2\cdot n_{20}/\delta\delta_N) < 1$.

Заметим, при формальном исключении из рассмотрения частиц сорта 3 с энергией $E_0+\hbar\Omega_k$ (фиолетового сателлита) стационарные значения числа фононов при $\beta = u\cdot n_{20}/\delta_N > 1$ достигают величины $N_k^f = \delta(\beta-1)/2u$, что в $(\delta/u)^2$ больше, чем в обсуждаемом выше случае. То есть, учет рассеяния вверх по энергии в прозрачных средах способен значительно снизить эффективность процесса рассеяния. При пренебрежении спонтанными эффектами рост амплитуды рассеянной волны может оказаться невозможным (см., например, [7]). Однако пренебрежение возбуждением фиолетового сателлита может быть корректным в условиях сильного его подавления из-за особенностей дисперсии или высокого уровня поглощения.

РАССЕЯНИЕ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КВАНТОВ

Если высокоэнергетический квант электромагнитного излучения с энергией E_γ поглощается ядрами кристаллического твердого тела с массой M, энергия возбуждения которых равна ε_0, то кинетическая энергия отдачи атома, включающего в себя данное ядро, $MV^2/2$, где скорость V определяется из закона сохранения импульса $E_\gamma/c = M\cdot V$ [6]. Рассмотрим этот процесс в модели корпускулярного представления кванта излучения.

Нарушение локализации атомов при рассеянии

Обсудим процесс поглощения энергии кванта при превышении кинетической энергией отдачи потенциального барьера, удерживающего атом в долгоживущем состоянии с возбужденным ядром в решетке. Такой атом, столкнувшись с соседним равным по массе атомом способен передать ему весь свой приобретенный таким образом импульс и занять его позицию [8]. То есть, в этом случае в результате столкновительного процесса с замещением в материале доминируют покоящиеся атомы с возбужденным ядром. Подобный релаксационный процесс происходит и при излучении возбужденных ядер. Получившие импульс отдачи выбитые атомы и сформированные ими цепочки фокусированных замещений способны спонтанно возбуждать фононы, если имеет место превышение их скоростью фазовой скорости этих колебаний. Модуляция плотности вещества фононами приводит к появлению в спектре излучения спектральных линий с частотами, сдвинутыми на частоту фононов.

Рассмотрим подробнее случай, когда за счет быстрой столкновительной релаксации получившие импульс отдачи атомы с возбужденными ядрами становятся неподвижными. Убедимся в том, что в веществе преимущественно будут поглощаться кванты с энергией $\varepsilon_0 + MV^2/2$, а излучаться с энергией $\varepsilon_0 - MV^2/2$.

Система уравнений, описывающая этот процесс имеет вид

$$\partial n_2^* / \partial t = -n_2^* \cdot \tau_2^{-1} + u_{2*1} \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1,$$
$$\partial n_2 / \partial t = n_2^* \cdot \tau_2^{-1} - u_{21*} (N_k^{(-)} + 1) \cdot n_2, \quad (30)$$
$$\partial n_1^* / \partial t = -n_1^* \cdot \tau_1^{-1} + u_{21*} (N_k^{(-)} + 1) \cdot n_2,$$
$$\partial n_1 / \partial t = n_1^* \cdot \tau_1^{-1} - u_{2*1} \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1,$$

где n_2 и n_2^*- покоящиеся и получившие импульс отдачи атомы с возбужденным ядром, n_1 и n_1^* - подобные атомы, ядро которых не возбуждено, $N_k^{(+)}$ и $N_k^{(-)}$ числа квантов, с энергией $\varepsilon_0 + MV^2/2$ и $\varepsilon_0 - MV^2/2$, соответственно, $\tau_1 \approx \tau_2 \approx \tau$ времена столкновительной релаксации, $u_{21} \cdot n_2$ - скорость спонтанного излучения а $w_{21} \cdot n_2 \cdot N_k$ - скорость индуцированного излучения (поглощения), причем $u_{21} = w_{21} = u$. Будем считать, что скорость столкновительной релаксации существенно выше скорости поглощения или излучения высокоэнергетических квантов, то есть $\tau^{-1} >> u \cdot N_k^{(\pm)}$.

Уравнения для изменения количества квантов можно представить в виде

$$\partial N_k^{(+)} / \partial t = G_k^{(+)} - \delta_k \cdot N_k^{(+)} - (u_{2*1} \cdot N_k^{(+)}) \cdot n_1 \quad (31)$$
$$\partial N_k^{(-)} / \partial t = -\delta_k \cdot N_k^{(-)} + (u_{21*} \cdot N_k^{(-)}) \cdot n_2,$$

где $G_k^{(+)}$- источник высокоэнергетичных квантов с энергией $\varepsilon_0 + MV^2/2$, эффективный декремент $\delta_k = P/Q$, причем P - поток энергии квантов из данной области, Q- полная энергия поля в этом объеме. Приведем стационарное решение системы уравнений (30) – (31).

$$N_k^{(+)} = N_k^{(-)} = G_k^{(+)} / 2\delta_k, \quad (32)$$
$$n_1 = n_2 = \delta_k / u, \quad (33)$$
$$n_1^* = n_2^* = \tau G_k^{(+)} / 2. \quad (34)$$

Отметим, что плотность покоящихся атомов с возбужденным ядром существенно выше, чем плотность подобных движущихся атомов

$$n_2^* / n_2 = \tau \cdot u \cdot G_k^{(+)} / 2\delta_k << 1 \cdot \quad (35)$$

Рассеяние при сохранении локализации атомов

Остановимся на случае, когда после поглощения или излучения высокоэнергетических квантов изменения локализации атомов не происходит. То есть, энергии отдачи оказывается недостаточно для того, чтобы атом покинул потенциальную яму, в которой он находился. После поглощения кванта движение атома приобретает осцилляторный характер вида $x = (L/2) \cdot Sin\,\Omega \cdot t$. Частота колебаний атома в потенциальной яме $\Omega = 2 \cdot V / L$ рад./сек., где L сравнимо с межатомным расстоянием. Энергия кванта такого атомного осциллятора равна $2\hbar V / L$, где $\hbar$- постоянная Планка. Из закона сохранения энергии в консервативном случае следует, что энергия кванта $2\hbar V / L$ равна кинетической энергии отдачи $MV^2/2$. Можно показать, что для выполнения этого условия $L = 4\hbar c / E_\gamma$, причем независимо от массы атома. Важно также отметить, что отношение отклонения атома от равновесия $L/2$ к длине излучаемой волны $2\pi / k$ в этих условиях близко к $1/\pi$. Частота колебаний такого атома в потенциальной яме $2V/L$ достаточно велика и может достигать 10^{12} гц. В частности, для γ-перехода ядра ^{57}Fe (E_γ=14,4 *кэв*) *и* γ-перехода ядра ^{119}Sn (E_γ=23,8 *кэв)* получим $L_{57} = 0{,}55 \cdot 10^{-8}$ см и $L_{119} = 0{,}33 \cdot 10^{-8}$ см.

Атомы, поглотившие и излучившие высокоэнергетический квант, будут представлять собой осцилляторы, частота колебаний которых равна $\Omega = 2 \cdot V / L$. Время жизни возбужденного ядра при этом значительно превосходит период колебаний атома. Уравнения, которые описывают изменения числа атомов, запишем в виде

$$\partial n_2^* / \partial t = -u'_{2*1*} \cdot n_2^* - w'_{2*1*} N_k^{(0)} n_2^* +$$
$$+ w'_{1*2*} N_k^{(0)} n_1^* + w'_{12*} \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1, \quad (36)$$
$$\partial n_1^* / \partial t = u'_{2*1*} \cdot n_2^* + w'_{2*1*} N_k^{(0)} n_2^* - w'_{1*2*} N_k^{(0)} n_1^*,$$
$$\partial n_1 / \partial t = -w'_{12*} \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1.$$

Из классической физики известно, что при переходе из осциллирующей системы координат к лабораторной излучение осцилляторов с возбужденным ядром, плотность которых n_2^*, в условиях равенства $MV^2/2 = \hbar\Omega$, представляет собой линейчатый спектр колебаний с амплитудой $\sum_n J_n(kL/2) \cdot \exp\left\{-i \frac{\varepsilon_0 - MV^2/2}{\hbar} t + in\Omega t\right\}$. Так как при этом $kL/2 \approx 2$, то интенсивность излучения с энергией ε_0 практически на порядок превышает интенсивность излучения с энергиями $\varepsilon_0 - MV^2/2$. Переходя к описанию в рамках квантовой механики, где излучение представляет собой переход системы (здесь это осциллирующий в потенциальной яме кристалла атом с возбужденным ядром) с одного энергетического уровня на другой, можно убедиться, что это приводит к превышению вероятности излучения с энергией ε_0 по сравнению с вероятностью излучения других линий спектра. Таким образом, следует ожидать, что осцилляторы с возбужденным ядром, плотность которых n_2^* преимущественно излучают кванты с энергией $(\varepsilon_0 - MV^2/2) + \hbar\Omega$, количество которых изменяется в единицу времени на величину $(u'_{2*1} + w'_{2*1} N_k^{(0)}) \cdot n_2^*$. Переходя в осциллирующую систему отсчета, можно показать, что осцилляторы с невозбужденным ядром, плотность которых n_1^*, эффективно поглощают в единицу времени $u'_{21*} N_k^{(0)} n_1^*$ квантов с энергией $(\varepsilon_0 + MV^2/2) - \hbar\Omega$. В обсуждаемых условиях равенства $MV^2/2 = \hbar\Omega$, энергия поглощения и энергия излучения, число квантов которого $N_k^{(0)}$, оказываются равны ε_0. Для изменения числа квантов во времени справедливы уравнения

$$\partial N_k^{(+)} / \partial t = G_k^{(+)} - \delta_k \cdot N_k^{(+)} - w_{12*} \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1, \tag{37}$$

$$\partial N_k^{(0)} / \partial t = -\delta_k \cdot N_k^{(0)} - w'_{1*2*} \cdot N_k^{(0)} \cdot n*_1 + (u'_{2*1*} + w'_{2*1*} \cdot N_k^{(0)}) \cdot n*_2 . \tag{38}$$

Полагая, как и ранее при получении (6), $u'_{2*1*} = w'_{2*1*} = w'_{1*2*} = u' \le w_{2*1} = w_{12*} = u$, перепишем систему уравнений (35)-(37) в виде

$$\begin{aligned}
&\partial\mu^* / \partial t = -2u'\,\mu^* N_k^{(0)} + 2u \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1, \\
&\partial n_1 / \partial t = -u \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1, \\
&\partial N_k^{(0)} / \partial t = (-\delta_k + u'\cdot\mu^*) N_k^{(0)}, \\
&\partial N_k^{(+)} / \partial t = G_k^{(+)} - \delta_k \cdot N_k^{(+)} - u \cdot N_k^{(+)} \cdot n_1,
\end{aligned} \tag{39}$$

где $\mu^* = n_2^* - n_1^*$ – инверсия заселенностей осцилляторов. При выполнении условий $u \cdot n_1 > u'\mu^* > \delta_k$, стационарные решения (39) принимают вид

$$\begin{aligned}
&N_{k\infty}^{(+)} = G_k^{(+)} (\delta_k + u \cdot n_{10})^{-1}, \\
&N_{k\infty}^{(0)} = (u \cdot n_{10} \cdot G_k^{(+)} / \delta_k)(\delta_k + u \cdot n_{10})^{-1}, \\
&\mu^* = \delta_k / u'.
\end{aligned} \tag{40}$$

Важно отметить, что интенсивность излучения с энергией ε_0 существенно превосходит интенсивность поля с энергией кванта $\varepsilon_0 + MV^2/2$.

$$N_{k\infty}^{(0)} / N_{k\infty}^{(+)} \propto (u \cdot n_1 / \delta_k) >> 1. \tag{41}$$

Следует, однако, заметить, что в волновом представлении, где время излучения волнового пакета, соответствующего одному кванту, сравнимо со временем жизни возбужденного ядра, данная модель не применима. Так как в процессе отдачи при излучении ядра, атом, многократно отражаясь от стенок потенциальной ямы кристаллической решетки, способен практически полностью отдать кристаллу приобретаемый импульс. То есть, в этих условиях обсуждаемого осцилляторного движения атомов при излучении не происходит.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе обсуждается влияние релаксационных процессов и фононного спектра на развитие генерации и рассеяния в многоуровневых системах. В трехуровневой системе релаксационные механизмы способны сформировать инверсию двух рабочих уровней. При значительной интенсивности фононов, обеспечивающих формирование инверсии на рабочем уровне интенсивность возбуждения ВЧ колебаний и фононного спектра определяется уровнями поглощения или вывода энергии излучения из активной области.

В процессах рассеяния квазичастиц одновременно вверх (фиолетовый сателлит) и вниз по энергии (красный сателлит) с возбуждением фононов линейный рост числа последних обеспечивает слагаемое, ответственное за спонтанное взаимодействие. Именно спонтанные эффекты определяют развитие процесса рассеяния в этом случае. В условиях сильного подавления фиолетового сателлита из-за особенностей дисперсии или уровня поглощения, спонтанными эффектами можно пренебречь и интенсивности рассеянного излучения и фононного спектра достигают значительно больших значений.

При рассмотрении поглощения энергии высокоэнергетического кванта (оставаясь в рамках корпускулярного представления кванта излучения), полагаем, что ядро атома переходит в возбужденное состояние, а атом приобретает кинетическую энергию отдачи. Интерес представляют атомы с возбужденными ядрами в долгоживущем состоянии. При превышении кинетической энергией отдачи потенциального барьера, удерживающего атом в решетке в результате столкновительного процесса с замещением в материале доминируют покоящиеся атомы с возбужденным ядром. При этом линии поглощения и излучения оказываются разнесены в спектре на величину удвоенной энергии отдачи. При меньших значениях энергии отдачи после поглощения или излучения высокоэнергетических квантов изменения локализации атомов не происходит. Движение атома приобретает осцилляторный характер. Энергия кванта такого атомного осциллятора равна кинетической энергии отдачи, а период колебаний существенно превышает время жизни возбужденного ядра. Излучение осцилляторов с возбужденным ядром, представляет собой линейчатый спектр колебаний, причем вероятность излучения с энергией ядерного перехода практически на порядок превышает вероятность излучения других спектральных линий. В предположении, что кванты с этой же энергией столь же эффективно поглощаются атомами – осцилляторами, представлена оценка интенсивности излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйнштейн А. К квантовой теории излучения //УФН. – 1965. - Т. 86, вып. 3. - С.371-381.
2. Ладенбург Р. Дисперсия в электрически возбужденных газах // УФН. – 1934. - Т. 14, вып. 6. - С. 721-741; Reviews of Modern Phys. - 1933, № .4, - P. 243-260.
3. Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме. – М.: Наука, 1967. – 288 с.
4. Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. – М.: Наука. 1983. – 320 с.
5. Бирнбаум Дж. Оптические квантовые генераторы: Пер. с англ. - М.: Советское радио, 1967. - 360 с.
6. Шпинель В.С. Резонанс гамма-лучей в кристаллах. – М.: Наука, 1969. – 407 с.
7. Азаренков Н.А., Куклин В.М. К теории рассеяния электромагнитных волн поверхностью плазмы // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 8. – С. 1892-1896.
8. Томпсон М. Дефекты и радиационные повреждения в металлах: Пер. с англ. - М.: Мир, 1971. – 367 с.