УДК 621.371

ИЗЛУЧЕНИЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛАБОНЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

В.И. Ткаченко, И.В. Ткаченко
Национальный Научный Центр «Харьковский физико-технический институт»
61108, Харьков, ул. Академическая, 1, тел./факс +380573350847
E-mail: tkachenko@kipt.kharkov.ua
Поступила в редакцию 1 сентября 2009 г.

Рассмотрено излучение заряженного осциллятора, движущегося с нерелятивистской постоянной скоростью в среде с периодической слабо изменяющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью. Показано, что в таких средах параметрическое излучение может быть обусловлено эффектом Вавилова-Черенкова как с излучением одной резонансной волны (одноволновое резонансное излучение), так и двух параметрически связанных периодической неоднородностью среды волн (двухволновое резонансное излучение). Анализируются случаи излучения покоящегося осциллятора и движущегося в периодической среде без осцилляций заряда. Расчеты показывают, что при двухволновом резонансном излучении мощность пропорциональна характерному параметру неоднородности. При этом углы, под которыми распространяются волны при одноволновом и двухволновом резонансных излучениях могут совпадать, а частота волны в последнем случае в два раза меньше той, что наблюдается при одноволновом резонансном излучении.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: излучение заряженного осциллятора, нерелятивистская скорость, периодическая слабонеоднородная среда, одноволновое резонансное излучение, двухволновое резонансное излучение

RADIATION OF THE NONRELATIVISTIC OSCILLATOR IN A PERIODICAL WEAKLY INHOMOGENEOUS MEDIUM

V.I. Tkachenko, I.V. Tkachenko
National Scientific Centre "Kharkov Institute for Physics & Technology"
1, Academichna St, Kharkov, 61108, tel./faks +380573350847
Radiation of a charged oscillator moving with a nonrelativistic constant speed in a medium with periodical permittivity weakly varying in the space was considered. It was shown that in such environment parametric radiation may be stipulated by the Vavilov-Cherenkov effect as the radiation of a single resonant wave (one-wave radiation) or as radiation of two waves (two-wave radiation) which are parametrically related by the periodic inhomogeneity of medium. The cases of radiation of resting oscillator or charge moving without oscillations are considered. Calculations show that under two-wave resonant radiation its power is proportional to the typical parameter of inhomogeneity. Angles of wave's propagation under one-wave or two-wave radiation may coincide, but the frequency of a two-wave radiation is half as great as the observed one-wave radiation frequency.
THE KEYWORDS: radiation of a charged oscillator, nonrelativistic speed, weakly inhomogeneous medium, one-wave resonant radiation, two-wave resonant radiation

ВИПРОМІНЮВАННЯ НЕРЕЛЯТИВІСЬКОГО ОСЦИЛЯТОРА В ПЕРІОДИЧНОМУ СЛАБОНЕОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

В.І. Ткаченко, І.В. Ткаченко
Національний Науковий Центр "Харківський фізико-технічний інститут"
61108, Харків, Академічна, 1, тел./факс +380573350847
Розглянуто випромінювання зарядженого осцилятора, що рухається з нерелятивіською постійною швидкістю в середовищі з діелектричною проникністю, що слабо змінюється в просторі. Показано, що в таких середовищах параметричне випромінювання може бути обумовлено ефектом Вавілова-Черенкова як з випромінюванням однієї резонансної хвилі (однохвильове резонансне випромінювання), так і двох параметрично зв'язаних періодичною неоднорідністю середовища хвиль (двохвильове резонансне випромінювання). Аналізуються випадки випромінювання осцилятора, що знаходиться у стані спокою або рухається в періодичному середовищі без осциляцій заряду. Розрахунки показують, що при двохвильовому резонансному випромінюванні потужність пропорційна характерному параметру неоднорідності. При цьому кути, під якими поширюються хвилі при однохвильовому й двохвильовому резонансних випромінюваннях, можуть збігатися, а частота хвилі в останньому випадку у два рази менше тієї, що спостерігається при однохвильовому резонансному випромінюванні.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: випромінювання зарядженого осцилятора, нерелятивіська швидкість, періодичне слабонеоднорідне середовище, однохвильове резонансне випромінювання, двохвильове резонансне випромінювання.

Интерес к исследованию взаимодействия релятивистских электронов с периодическими многослойными структурами, толщина слоев которых может достигать величин порядка сотен нанометров, объясняется возможностью получения электромагнитного излучения в мягком рентгеновском диапазоне (частота 3×10^{16} сек$^{-1}$ $\leq\omega\leq$ 3×10^{18} сек$^{-1}$ и длина волны 100 пм $\leq\lambda\leq$ 10 нм [1]), которое может найти приложение как в научных исследованиях и в различных технологиях, так и в медицине. Теоретические основы таких процессов изложены в работах [2-5], а практические применения обсуждаются, например, в обзорах [6-7].

В настоящее время в связи с существенным прогрессом в области микро- и нанотехнологий внимание исследователей привлекает исследование взаимодействия нерелятивистских или слаборелятивистских пучков заряженных осцилляторов с периодически - неоднородными средами, период неоднородности которых приближается к нескольким сотням нанометров [8-9]. Это объясняется прежде всего тем, что, во первых, получение нерелятивистских или слаборелятивистских пучков заряженных частиц энергетически выгодно, а предельные токи ограничены только плотностью твердого тела и могут значительно превышать плотность релятивистских. В перспективе, высокие плотности потоков таких осцилляторов позволят существенно повысить мощность излучения генератора, созданного на основе взаимодействия потоков нерелятивистских или слаборелятивистских заряженных частиц с периодически-неоднородными средами. Во вторых, уменьшение периода неоднородности до уровня сотен нанометров может привести к созданию узкополосных, узконаправленных и достаточно ярких источников мягкого рентгеновского излучения, которые по вышеперечисленным причинам будут более предпочтительными по сравнению с традиционными [10].

В предыдущих работах [11, 12], посвященных данной теме, проведен детальный анализ характеристик “длинноволнового” (длина волны излучения значительно превышает период неоднородности) излучения движущегося с постоянной нерелятивистской скоростью осциллятора в периодической слабонеоднородной среде.

Однако в этих работах не рассмотрен механизм излучения энергии осциллятора в коротковолновую часть спектра, когда собственные волны среды связаны между собой из-за слабой неоднородности, а также отсутствует трансляционная симметрия полученных выражений для мощности потерь. Рассмотрению первого из этих вопросов посвящена работа [13]. В работе [13], так же, как и в [11,12], рассмотрено взаимодействие гармонического осциллятора, движущегося с нерелятивистской скоростью, со средой, диэлектрическая проницаемость которой изменяется по синусоидальному закону. Однако в [13] указано, что наряду с ранее рассмотренной возможностью излучения осциллятора в периодически неоднородной среде [11,12] существует еще одна: излучаются две скоррелированные неоднородностью среды собственные волны. Показано, что если для этих волн выполняются распадные условия по частоте и волновому числу, то интенсивность излучения, из-за резонансного характера распада излучаемых волн, может существенно превышать ту, которая рассчитана без учета такой связи.

Из этого факта следует, что источники мягкого рентгеновского излучения на основе взаимодействия низкоэнергетических электронных пучков с субмикрометровыми слоистыми средами, могут обладать значительно большей светимостью при учете эффекта связи излучаемых волн.

Целью работы является исследование взаимодействия нерелятивистского гармонического осциллятора с периодической средой в условиях, когда мощность его излучения характеризуется такой же периодичностью, что и среда, т.е. выполняется условие трансляционной симметрии для мощности излучения электрона.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛАБОНЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрим излучение заряженного осциллятора, движущегося в монохроматично периодической слабо - неоднородной среде и получим выражения для потерь его энергии при произвольных значениях постоянной и осцилляторной скоростей и при условии учета трансляционной симметрии задачи.

Аналогично [11-13], считаем диэлектрическую проницаемость заданной в виде:

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon_0 + q\cos(\vec{\kappa}\cdot\vec{r}), \tag{1}$$

где: $\vec{\kappa}$ - вектор обратной решетки периодически неоднородной среды; q – характерный параметр пространственной неоднородности среды, причем, $q \ll \varepsilon_0$; $\vec{r}$ - пространственная координата.

Поле излучения будем описывать уравнениями Максвелла:

$$rot\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\ rot\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j}\ , \tag{2}$$

где $\vec{D} = \varepsilon(\vec{r})\vec{E}$, $\vec{B} = \mu\vec{H}$ - вектора электрической и магнитной индукций соответственно, $\vec{j}$ - плотность создаваемого электроном тока. В рассматриваемом случае среда немагнитная, поэтому в (2) можно положить $\mu = 1$.

Уравнения Максвелла должны быть дополнены материальными уравнениями, описывающими траекторию осциллятора

$$\vec{r}' = \vec{\mathrm{v}}_0\,t + \vec{r}_0\sin\Omega t \tag{3}$$

и плотность создаваемого им тока

$$\vec{j} = e\delta(\vec{r} - \vec{v}_0\, t - \vec{r}_0\, \sin\Omega t)(\vec{v}_0 + \vec{r}_0 \Omega\, \cos\Omega t)\,. \tag{4}$$

Здесь $\delta(\vec{a})$ - трехмерная дельта - функция Дирака, $\vec{v}_0$ и $\Omega\vec{r}_0$ - произвольные постоянная и осцилляторная скорости заряженной частицы соответственно, $e < 0$ - заряд электрона.

Считаем, что потери энергии осциллятора малы и, вследствие этого, полагаем неизменной его траекторию. В этом случае, уравнения (2) и соотношение (4) могут быть приведены к Фурье-образам, анализ которых проведем ниже.

Из уравнений (2) нетрудно получить уравнение для определения Фурье компонент электрического поля:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 - k_m^2\right)\vec{E}\left(\vec{k}_m,\omega\right) + \vec{k}_m\left(\vec{k}_m\vec{E}\left(\vec{k}_m,\omega\right)\right) = -\frac{4\pi\, i\,\omega}{c^2}\left(\vec{j}^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) + \vec{j}^{(1)}\left(\vec{k}_m,\omega\right)\right), \tag{5}$$

где $\vec{j}^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \dfrac{e}{(2\pi)^3}\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}\vec{L}^{(n)}\left(\vec{k}_m\right)J_n(\vec{k}_m\,\vec{r}_0)\,\delta(\omega - \vec{k}_m\,\vec{v}_0 - n\Omega)$;

$\vec{j}^{(1)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = -i\dfrac{\omega q}{8\pi}\left(\vec{E}\left(\vec{k}_{m+1},\omega\right) + \vec{E}\left(\vec{k}_{m-1},\omega\right)\right)$; $J_n(\vec{k}_m\,\vec{r}_0)$ - функция Бесселя первого рода n - го порядка;

$\vec{L}^{(n)}\left(\vec{k}_m\right) = \vec{v}_0 + \dfrac{n\Omega\,\vec{r}_0}{\vec{k}_m\,\vec{r}_0}$; $\vec{E}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \dfrac{1}{(2\pi)^4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\vec{r}\int\limits_{-\infty}^{\infty}dt\cdot\vec{E}\left(\vec{r},t\right)\cdot\exp\left(-i\vec{k}_m\vec{r} + i\omega t\right)$; $\vec{k}_m = \vec{k} + m\cdot\vec{\kappa}$.

В нулевом приближении по малому параметру $q/\varepsilon_0 \ll 1$ представим вектор поля излучения $\vec{E}\left(\vec{k}_m,\omega\right)$ в виде суммы продольного (индекс l) и поперечного (индекс t) по отношению к направлению распространения излучения $\vec{k}$:

$$\vec{E}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \vec{E}^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \vec{E}_l^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) + \vec{E}_t^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right), \tag{6}$$

где $\vec{E}_l^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = -\dfrac{\vec{k}_m(\vec{k}_m\vec{I})\,c^2}{{k_m}^2\omega^2\varepsilon_0}$; $\vec{E}_t^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \dfrac{1}{D_0(\omega,\vec{k}_m)}\left(\vec{I} - \dfrac{\vec{k}_m(\vec{k}_m\vec{I})}{k_m^2}\right)$;

$\vec{I} = i\dfrac{4\pi\omega}{c^2}\vec{j}^{(0)}\left(\vec{k}_m,\omega\right)$; $D_0(\omega,\vec{k}_m) = k_m^2 - \varepsilon_0\dfrac{\omega^2}{c^2}$.

Напряженность электрического поля и плотность поперечного тока в первом по параметру q приближении могут быть представлены в виде:

$$\vec{E}^{(1)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \frac{q\,\omega^2\left\{\vec{E}^{(0)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega\right) - \dfrac{\vec{k}_m\left(\vec{k}_m\cdot\vec{E}^{(0)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega\right)\right)}{k_m^2} + \vec{E}^{(0)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega\right) - \dfrac{\vec{k}_m\left(\vec{k}_m\cdot\vec{E}^{(0)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega\right)\right)}{k_m^2}\right\}}{2\,c^2 D_0(\omega,\vec{k}_m)} \tag{7}$$

$$\vec{j}^{(1)}\left(\vec{k}_m,\omega\right) = \frac{4\pi e q\omega}{8\pi\varepsilon_0(2\pi)^3}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\frac{\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega\right)J_n\left(\vec{k}_{m-1}\vec{r}_0\right)}{\omega D_0(\omega,\vec{k}_{m-1})}\cdot\delta\left(\omega - \vec{k}_{m-1}\vec{v}_0 - n\Omega\right) + \right.$$
$$\left.\frac{\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega\right)J_n\left(\vec{k}_{m+1}\vec{r}_0\right)}{\omega D_0(\omega,\vec{k}_{m+1})}\cdot\delta\left(\omega - \vec{k}_{m+1}\vec{v}_0 - n\Omega\right)\right\}, \tag{8}$$

где $\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega\right)=\varepsilon_0\dfrac{\omega^2}{c^2}\vec{L}^{(n)}\left(\vec{k}_m\right)-\vec{k}_m\left(\vec{k}_m\cdot\vec{L}^{(n)}\left(\vec{k}_m\right)\right)$.

Показателем эффективности взаимодействия осциллирующего заряда с периодически неоднородной средой является мощность излучения, определяемая выражением:

$$\frac{dW}{dt}=-(2\pi)^3\sum_{m=-\infty}^{\infty}\int d\vec{k}\,\vec{E}^{(1)}\left(\vec{k}_m,t\right)\vec{j}^{(1)}\left(\vec{k}_m,t\right). \tag{9}$$

Следует отметить, что выражение (9) характеризуется трансляционной симметрией: при смещении волнового вектора $\vec{k}_m$ на величину, кратную вектору обратной решетки, мощность излучения не изменяется.

Исходя из вида выражений (7) - (8) можно утверждать, что существует два сценария излучения осциллятора. Первый сценарий потерь энергии осциллятора на излучение реализуется тогда, когда в знаменателе выражения (7) имеется особенность вида $D_0(\omega,\vec{k}_m)\approx 0$, в то время как $D_0(\omega,\vec{k}_{m\pm1})\neq 0$. Этот сценарий характеризует отсутствие в периодической среде взаимодействия между собственными волнами, которое обусловлено слабой периодической неоднородностью среды. Второй сценарий может появиться, например, при одновременном выполнении условий $D_0^*(\omega,\vec{k}_m)D_0(\omega,\vec{k}_{m-1})\approx 0$ (знак (*) соответствует комплексно-сопряженной величине) и $D_0(\omega,\vec{k}_m)\approx 0$, что с физической точки зрения соответствует параметрическому взаимодействию собственных волн в периодически неоднородной среде. Этот вариант взаимодействия, при определенных условиях, описывает параметрическое черенковское излучение [3-5], и по причине отсутствия учета параметрической связи собственных волн среды, не исследован в работах [11, 12].

В данной работе рассмотрим излучение осциллирующего заряда в периодически неоднородной среде в упомянутых выше сценариях.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ОСЦИЛЛЯТОРА В ОТСУТСТВИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ МЕЖДУ СОБСТВЕННЫМИ ВОЛНАМИ СРЕДЫ

Пусть взаимодействие между собственными волнами отсутствует, что возможно при $D_0(\omega_{m\pm1}^{(n)},\vec{k}_m)\approx 0$ и $D_0(\omega_{m\pm1}^{(n)},\vec{k}_{m\pm1})\neq 0$.

Поступая аналогично [11-13], представим выражение для мощности излучения осциллятора в следующем виде:

$$\frac{dW}{dt}=\frac{(qe)^2}{(\varepsilon_0 c)^2}\frac{1}{8\pi}\int d\vec{k}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{\frac{J_n^2(\vec{k}_{m-1}\vec{r}_0)\cdot\vec{N}^{(n)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega_{m-1}^{(n)}\right)\cdot\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega_{m-1}^{(n)}\right)}{D_0(\omega_{m-1}^{(n)},\vec{k}_{m-1})D_0^*(\omega_{m-1}^{(n)},\vec{k}_{m-1})}\left|\omega_{m-1}^{(n)}\right|\delta\Big(k_m^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m-1}^{(n)})^2}{c^2}\Big)+\right.$$
$$\left.\frac{J_n^2(\vec{k}_{m+1}\vec{r}_0)\cdot\vec{N}^{(n)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega_{m+1}^{(n)}\right)\cdot\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega_{m+1}^{(n)}\right)}{D_0(\omega_{m+1}^{(n)},\vec{k}_{m+1})D_0^*(\omega_{m+1}^{(n)},\vec{k}_{m+1})}\left|\omega_{m+1}^{(n)}\right|\delta\Big(k_m^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m+1}^{(n)})^2}{c^2}\Big)\right\}, \tag{10}$$

где $\vec{N}^{(n)}\left(\vec{k}_{m\pm1},\omega_{m\pm1}^{(n)}\right)=\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m\pm1},\omega_{m\pm1}^{(n)}\right)-\dfrac{\vec{k}_m\left(\vec{k}_m\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_{m\pm1},\omega_{m\pm1}^{(n)}\right)\right)}{k_m^2}$, $\omega_m^{(n)}=\vec{k}_m\mathrm{v}_0+n\cdot\Omega$.

Здесь необходимо отметить, что некоторые сокращенные обозначения в пояснениях к выражениям (5), (7), (8), (10) инвариантны по отношению к одновременной замене: $\vec{k}\to-\vec{k}$, $m\to-m$, $n\to-n$ и $\omega\to-\omega$. В этом случае имеем:

$$\vec{k}_{-m}\to-\vec{k}_m;\ \omega_{-m}^{(-n)}\to-\omega_m^{(n)};\ \vec{L}^{(-n)}\left(\vec{k}_{-m}\right)\to\vec{L}^{(n)}\left(\vec{k}_m\right);\ \vec{M}^{(-n)}\left(\vec{k}_{-m},\omega\right)\to\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega\right);$$
$$\vec{N}^{(-n)}\left(\vec{k}_{-m},\omega\right)\to\vec{N}^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega\right). \tag{11}$$

Рассмотрим излучение нерелятивистского осциллятора в периодической среде, параметры которой удовлетворяют следующим условиям: $\vec{\kappa} \parallel \vec{r}_0 \parallel oz$, $v_0 = 0$. Выражение для мощности излучения (10) в этом случае равно:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{q^2 e^2}{\varepsilon_0^3} \frac{\kappa\Omega}{2} \sum_{n=1}^{\infty} |n| J_n^2(\kappa r_0) \left(1 - \varepsilon_0 n^2 \frac{\Omega^2}{(\kappa c)^2}\right)^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(m^2 + \varepsilon_0 n^2 \frac{\Omega^2}{(\kappa c)^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta. \quad (12)$$

В выражении (12) мощность потерь осциллятора на излучение в периодически неоднородной среде состоит из суммы мощности потерь, вычисленной в [11-13] (слагаемое с $m = 0$) и остальной суммы по m, величина которой может значительно превышать нулевое слагаемое. Мощность потерь осциллятора увеличивается с ростом пересекаемого осциллятором количества слоев среды ($m \to m_{max} = M$ >> 1). В предельном случае, после суммирования по m, мощность излучения осциллятора можно представить в виде:

$$\frac{dW}{dt} = Q_c \equiv \frac{\pi q^2 e^2}{\varepsilon_0^{2,5}} \frac{\Omega^2}{c} \beta_{\perp c}^2 M \sum_{n=1}^{\infty} |n|^4 \frac{J_n^2(\kappa r_0)}{(\kappa r_0)^2} \left(1 - n^2 \frac{\beta_{\perp c}^2}{(\kappa r_0)^2}\right)^2, \quad (13)$$

где $\beta_{\perp c} = \sqrt{\varepsilon_0} \frac{\Omega r_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_0} \beta_\perp$ – отношение осцилляторной скорости к скорости света в среде, причем, в среде этот показатель в $\sqrt{\varepsilon_0}$ раз отличается от вакуумного $\beta_{\perp c} = \sqrt{\varepsilon_0} \beta_\perp$.

Углы излучения θ_c определяются из равенства $\cos\theta_c = \pm \left(1 + \frac{n^2}{m^2} \frac{\beta_\perp^2}{(\kappa r_0)^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$, $n, m \neq 0$ и при соответствующих значениях n и m могут изменяться от значения, близкого к нулю, до близкого к $\frac{\pi}{2}$.

Для оценки влияния периодичности среды на эффективность излучения осциллятора, сравним значение мощности излучения в периодической среде Q_c с мощностью излучения осциллятора в вакууме [14]:

$$Q_{вак} = \frac{dW_{вак}}{dt} = \frac{e^2 \Omega^2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \int_0^{\pi} J_n^2(n\beta_\perp \cos\theta) \sin(\theta) tg^2(\theta) d\theta. \quad (14)$$

При условии $\beta_\perp$ << 1 (14) принимает вид $Q_{вак} = \frac{e^2 \Omega^2 \beta_\perp^2}{3c}$, а отношение мощностей потерь определяется выражением:

$$\lambda \equiv \frac{Q_c}{Q_{вак}} = \frac{3\pi q^2}{\varepsilon_0^{1,5}} \cdot M \cdot \sum_{n=1}^{\infty} |n|^4 \frac{J_n^2(\kappa r_0)}{(\kappa r_0)^2} \left(1 - n^2 \left(\frac{\beta_\perp}{\kappa r_0}\right)^2\right)^2. \quad (15)$$

Для анализа (15) полагаем $\varepsilon_0 = 1$ и учитываем, что параметр $\frac{\beta_\perp}{\kappa r_0}$ достаточно мал ($\beta_\perp$ << 1, а κr_0>>1). При указанных условиях можно оценить величину отношения (15) $\lambda \sim 1,77 q^2 (\kappa r_0)^2 M \sim 70 \cdot q^2 M^3$. Следует отметить, что выражение (15) в M раз больше мощности аналогичных потерь, определенных в [11-14]. Это увеличение обусловлено суммированием элементарных актов излучения от всех слоев, которые пересекает осциллятор.

Таким образом, при $q > \left(\kappa r_0 \sqrt{M}\right)^{-1}$ мощность потерь на излучение осциллятора в среде может превышать потери на излучение осциллятора в вакууме.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ОСЦИЛЛЯТОРА НА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ВОЛНАХ СРЕДЫ

Рассмотрим случай, когда собственные волны среды $D_0(\omega_{m-1}^{(n)},\vec{k}_m)\approx 0$ параметрически связаны между собой $D_0^*(\omega_{m\pm1}^{(n)},\vec{k}_m)D_0(\omega_{m\pm1}^{(n)},\vec{k}_{m\pm1})\approx 0$.

Исходя из соотношений (7) - (8) и с учетом появления в уравнении (9) резонансного знаменателя нетрудно получить следующее выражение для мощности излучения движущегося осциллирующего заряда в периодически неоднородной среде:

$$\frac{dW}{dt}=\frac{qe^2}{c^2\varepsilon_0}\int d\vec{k}\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\left\{J_n^2(\vec{k}_{m-1}\vec{r}_0)Q^{(n)}\left(\vec{k}_{m-1},\omega_{m-1}^{(n)}\right)\frac{\left|\omega_{m-1}^{(n)}\right|}{\left|k_m\right|\left|k_{m-1}\right|}\delta(k_m^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m-1}^{(n)})^2}{c^2})\delta(k_{m-1}^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m-1}^{(n)})^2}{c^2})+\right.$$

$$\left.J_n^2(\vec{k}_{m+1}\vec{r}_0)Q^{(n)}\left(\vec{k}_{m+1},\omega_{m+1}^{(n)}\right)\frac{\left|\omega_{m+1}^{(n)}\right|}{\left|k_m\right|\left|k_{m+1}\right|}\delta(k_m^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m+1}^{(n)})^2}{c^2})\delta(k_{m+1}^2-\varepsilon_0\frac{(\omega_{m+1}^{(n)})^2}{c^2})\right\}, \tag{16}$$

где $Q^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega_m^{(n)}\right)=\vec{N}^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega_m^{(n)}\right)\vec{M}^{(n)}\left(\vec{k}_m,\omega_m^{(n)}\right)$.

Мощность излучения, определяемая выражением (15), по виду соответствует потерям частицы при параметрическом Черенковском излучении, т.к. она пропорциональна параметру неоднородности среды в первой степени.

Рассмотрим два предельных случая излучения осциллирующего заряда в периодически неоднородной среде, учитывая, что всегда выполнено условие взаимодействия собственных волн $2\vec{k}\vec{\kappa}=-\left(2m-1\right)\left(\vec{\kappa}\right)^2$.

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОКОЯЩЕГОСЯ ОСЦИЛЛЯТОРА НА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ВОЛНАХ СРЕДЫ

В рассматриваемом случае полагаем выполненными условия: $\vec{\kappa}\parallel\vec{r}_0\parallel oz$, $\mathrm{v}_0=0$.

При указанных условиях выражение для мощности излучения (16) преобразуется к виду:

$$\frac{dW}{dt}=Q_P=\frac{\pi qe^2c^2\kappa^3}{4\varepsilon_0^3\Omega}\cdot S\left(\sigma,y\right)\cdot M, \tag{17}$$

где $S\left(\sigma,y\right)=\left|S_{-1}\left(y\right)-2\sigma^2S_1\left(y\right)+\frac{5}{4}\sigma^4S_3\left(y\right)-\frac{1}{4}\sigma^6S_5\left(y\right)\right|$

$S_{2p-1}(y)=\sum\limits_{n=n^*}^{\infty}n^{2p-1}J_n^2\left(y\right)$; $p=0;1;2;3$; $y=\frac{\kappa r_0}{2}$; $\sigma=\sqrt{\varepsilon_0}\frac{2\Omega}{\kappa c}=\sqrt{\varepsilon_0}\frac{\beta_\perp}{y}$ << 1. Значения сумм $S_{2p+1}(y)$ можно определить с помощью рекуррентных соотношения для функций Бесселя [15], однако ввиду их громоздкой записи их вид не приводится.

Из требования реальных значений аргументов δ-функций в (16) необходимо следует ограничение снизу на величину индекса n: $\left|n^*\right|\cdot\sigma\geq 1$. Слагаемые с $1\leq n\leq n^*$ в суммах $S_{2p+1}(y)$ обращаются в нуль из-за отсутствия корней у аргумента соответствующей δ - функции. Отсюда, при $\varepsilon_0=1$, получаем условие на возможные значения аргумента сумм $S_{2p+1}(y)$: $\beta_\perp\cdot\left|n^*\right|\geq y$. В то же время должно выполняться условие y >> 1. Эти условия могут быть выполнены одновременно при достаточно больших значениях n^*.

Углы излучения θ_P определяются из равенства $\cos\theta_P=\pm\left(1+\left(4\beta_\perp^2n^2-\left(\kappa r_0\right)^2\right)\Big/\left(\kappa r_0\right)^2\left(2m-1\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$.

При этом излучаются более высокие ($n\geq n^*$) по сравнению с несвязанными волнами гармоники осциллятора.

Зависимость мощности излучения покоящегося осциллятора от его безразмерного радиуса для различных значений параметра $\beta_\perp$ приведены на рис. 1.

Из рис. 1. следует, что величина безразмерной мощности излучения для широкого диапазона изменений безразмерного радиуса осциллятора y и силы осциллятора $\beta_\perp$ оказывается порядка единицы (на рисунке кривые для различных значений $\beta_\perp$ практически совпадают).

Оценим, насколько зависит эффективность излучения осциллятора от учета параметрической связи собственных волн среды. Для этого найдем отношение мощности излучения осциллятора в отсутствие параметрической связи между собственными волнами Q_c к мощностью излучения при наличии параметрической связи Q_P:

$$\frac{Q_c}{Q_P} \simeq q \cdot \beta_\perp^5 . \qquad (18)$$

Как следует из выражения (18), учет параметрической связи между собственными волнами среды существенно повышает эффективность излучения, т.е реализуется режим, который можно охарактеризовать как ”сверхизлучение“.

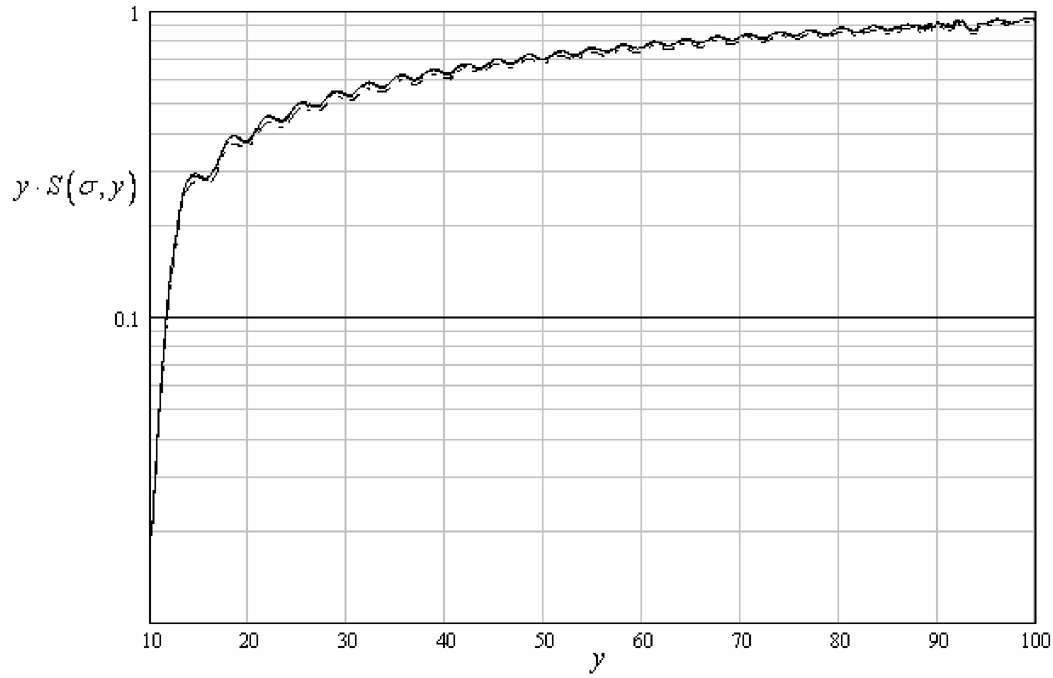

Рис.1. Зависимость мощности излучения осциллятора в периодической среде от параметра $\beta_\perp$ при наличии параметрической связи между собственными волнами среды: $\beta_\perp = 0,001;\ 0,01;\ 0,1;\ 0,2$

МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ БЕЗ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ЗАРЯДА

В этом случае полагаем постоянную скорость отличную от нуля ($\mathrm{v}_0 \neq 0$), а осцилляторную - равной нулю ($|\vec{r}_0| = 0$, $\Omega = 0$). Рассмотрим два случая: отсутствие и наличие параметрической связи между собственными волнами, генерируемыми электроном.

В первом случае из (10) нетрудно получить выражение для мощности потерь:

$$\frac{dW_w}{dt} = \frac{\pi}{2}\frac{q^2 e^2}{\varepsilon_0^{3,5}} \kappa^2 c \cdot B\left(\beta_\phi\right) \cdot M , \qquad (19)$$

где $B\left(\beta_\phi\right) = \left(1-\beta_\phi^2\right)^2 \beta_\phi^4$, $\beta_\phi = \sqrt{\varepsilon_0}\,\frac{\mathrm{v}_0}{c}$ - отношение скорости частицы к фазовой скорости распространения волны в среде. Углы излучения определяются выражением: $\cos\theta_w = \pm\frac{m}{\sqrt{m^2 + \beta_\phi^2}}$.

Из (19) следует, что в интервале значений $0 < \beta_\phi \le 1$ мощность потерь имеет локальный максимум $B\left(\beta_\phi\right) = 1,56 \cdot 10^{-2}$ при $\beta_\phi = 2^{-\frac{1}{2}}$. При $\beta_\phi = 1$ обращается в нуль, а при $\beta_\phi >> 1$ мощность потерь пропорциональна β_ϕ^8 и является сильно растущей функцией от β_ϕ.

Таким образом, данный результат подтверждает выводы работ [3-5] о том, что в периодически неоднородной среде заряженная частица излучает как в “досветовом” (β_ϕ < 1), так и в “сверхсветовом” режимах распространения. Следует отметить, что в “досветовом” режиме мощность потерь достаточно мала по сравнению со “сверхсветовым”.

Рассмотрим теперь, к каким последствиям приводит учет параметрической связи двух излучаемых частицей волн. Из уравнения (16) получим выражение для мощности потерь при условиях $\mathrm{v}_0 \neq 0, |\vec{r}_0| = 0$, $\Omega = 0$.

$$\frac{dW_p}{dt} = \frac{\pi}{4}\frac{qe^2}{\varepsilon_0^{2,5}}\kappa^2 c \cdot P(\beta_\phi) \cdot M\,, \tag{20}$$

где $P(\beta_\phi) = (\beta_\phi^2 - 1)\cdot(\beta_\phi^2 - 2)^2 \cdot \beta_\phi^{-1}$.

Из выражения (20) следует, что излучение имеет место только при β_ϕ > 1, а углы излучения определяются из соотношения: $\cos\theta_p = \pm\dfrac{2m'-1}{\sqrt{(2m'-1)^2 + \beta_\phi^2 - 1}}$, где m' - натуральный ряд чисел, причем, m' может быть равно m.

Сравнивая выражения (19) и (20), можно сделать следующие выводы:

1. При β_ϕ < 1 углы направленности элементарных актов излучений изменяются от 0 до π и определяются только волнами, которые не связаны между собой периодической неоднородностью среды;
2. При β_ϕ > 1 углы излучений θ_w и θ_p могут совпадать при выполнении соотношения $m = \pm(2m'-1)\beta_\phi(\beta_\phi^2 - 1)^{-\frac{1}{2}}$.
3. Частота волны, распространяющейся под углом θ_p в два раза меньше частоты волны, распространяющейся под углом θ_w.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе получены следующие результаты:

- Получено в общем виде (для произвольных постоянной и осцилляторной скоростей заряженной частицы) выражение для определения мощности излучения нерелятивистского осциллятора в периодической слабонеоднородной среде.
- Показано, что при движении с нерелятивистской постоянной скоростью заряженного осциллятора в среде с периодической, слабо изменяющейся в пространстве диэлектрической проницаемостью, возможно излучение Вавилова-Черенкова как на одной резонансной волне (одноволновое резонансное излучение), так и на двух параметрически связанных периодической неоднородностью среды волнах (двухволновое резонансное излучение).
- При сравнительно больших значениях параметра неоднородности среды $1 \gg q > \left(\kappa r_0\sqrt{M}\right)^{-1}$ мощность потерь на одноволновое излучение покоящегося осциллятора в среде может превышать потери на излучение осциллятора в вакууме.
- При учете параметрической связи между собственными волнами среды мощность излучения покоящегося осциллятора существенно превышает мощность одноволнового излучения, т.е. реализуется режим, который можно охарактеризовать как ”сверхизлучение“.
- При двухволновом излучении мощность пропорциональна характерному параметру неоднородности среды.
- Углы, под которыми распространяются волны при одноволновом и двухволновом излучениях могут совпадать, а частота волны в последнем случае в два раза меньше той, что наблюдается при одноволновом излучении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. CRC Handbook of Chemistry and Physics, 84-th Edition by David R. Lide, 2003-2004, CRC Press, 2475 p.
2. Гинзбург В.Л., Франк И.М.. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. – 1946. – Т. 16. – С. 15-28.
3. Файнберг Я.Б., Хижняк Н.А. Потери энергии заряженной частицей при прохождении через слоистый диэлектрик //

ЖЭТФ. – 1957. – Т. 32. – Вып. 4. – С. 883-895.
4. Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.- Ереван: Изд. Арм. ССР, 1969. – 459 с.
5. Гарибян Г.М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. – Ереван: Изд. Арм. ССР, 1983. – 320 с.
6. Оганесян А. Г. Рентгеновское переходное излучение и его применение в эксперименте // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1985. – Т. 16. – Вып. 1. – С. 137-182.
7. Денисов С.П. Переходное излучение: научное значение и практическое применение в физике высоких энергий // УФН.- 2007. – Т. 177. – Вып. 4. – С. 394-396.
8. Pardo.B., Andre J.-M. A matricial theory of soft x-ray resonant transition radiation in periodic multilayer structures // Journal of X-Ray Science and Technology. – 2001. – Vol. 9, №. 3-4. – P. 131-145.
9. Yamada K., Hosokawa T. Observation of soft x-rays of single-mode resonant transition radiation from a multilayer target with a submicrometer period // Phys. Rev. A. – 1999. - Vol. 59, №. 5. – P. 3673-3680.
10. Kaplan A. E., Law C.T. and Shkolnikov P.L. X-ray narrow-line transition radiation source based on low-energy electron beams traversing a multilayer nanostructure // Phys. Rev. E. – 1995. – Vol. 52, № 6. – P. 6795-6808.
11. Буц В.А. “Длинноволновое” излучение заряженных частиц в средах с периодической неоднородностью // Радиотехника.– 1997. – № 9. – С. 9-12.
12. Буц В.А. Коротковолновое излучение нерелятивистских заряженных частиц // ЖТФ. – 1999. – Т 69. – Вып. 5. – С. 132-134.
13. Ткаченко В.И., Ткаченко И.В. Излучение осциллирующего заряда движущегося с нерелятивистской скоростью в периодически неоднородной среде // ВАНТ. – 2008. - № 4, сер.: Плазменная электроника и новые методы ускорения (6). – С. 242-244.
14. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. – М.: Наука, 1974. – 392 с.
15. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. – М, 1949. – 798 с.