

УДК 004.942: 621.3.038.616: 621.384.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ МАГНИТОИНДУКЦИОННЫХ ДАТЧИКОВ И МОНИТОРОВ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В.И. Троценко, Н.И. Мочешников, В.Е. Иващенко

Национальный научный центр ХФТИ, ул. Академическая, 1, 61108, Харьков, Украина

E-mail: vtrotsenko@kipt.kharkov.ua

Поступила в редакцию 2 ноября 2009 г.

Выведены формулы для описания сигналов магнитоиндукционных датчиков и мониторов пучков заряженных частиц. Рассмотрены датчики, чувствительные к радиальной и угловой составляющей магнитной индукции пучка. Моделировались датчики, построенные на цилиндрических кольцевых сердечниках с $\mu = \mu_0$ и $\mu > \mu_0$. Исследованы линейность и чувствительность различных вариантов датчиков и мониторов в зависимости от геометрических параметров сердечника и катушек, от параметров электрической цепи, образованной датчиками и от длительности импульса тока пучка.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ускорители частиц, датчики и мониторы, магнитная индукция, моделирование, ошибки измерения.

МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛІВ МАГНІТОІНДУКЦІЙНИХ ДАТЧИКІВ І МОНІТОРІВ ПУЧКІВ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

В.І. Троценко, М.І. Мочешніков, В.Є. Іващенко

Національний науковий центр ХФТІ

вул. Академічна, 1, 61108, Харків, Україна

Виведені формули, що описують сигнали магнітоіндукційних датчиків і моніторів пучків заряджених частинок. Розглянуті датчики, чутливі до радіальної та кутової складової магнітної індукції пучка. Моделювались датчики, що побудовані на циліндричних кільцевих осердях з $\mu = \mu_0$ і $\mu > \mu_0$. Досліджені лінійність і чутливість різних варіантів датчиків і моніторів в залежності від геометричних параметрів осердя та котушок, від параметрів електричного кола, створеного датчиками і від тривалості імпульсу струму пучка.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: прискорювачі частинок, датчики і монітори, магнітна індукція, моделювання, похибки вимірювання.

SIMULATION OF SIGNALS OF MAGNETIC INDUCTION SENSORS AND MONITORS OF CHARGED PARTICLE BEAMS

V.I. Trotsenko, N.I. Mocheschnikov, V.E. Ivashchenko

National Science Center KIPT

1, Akademicheskaya St., Kharkov, 61108, Ukraine

For the description of signals of magnetic inductive sensors and monitors of charged particle of beams the formulas are deduced. Sensitive to a radial and angular component of magnetic inductive of a beam the sensors are considered. The sensors constructed on the cylindrical ring cores with $\mu = \mu_0$ and $\mu > \mu_0$ were simulated. Linearity and sensitivity of various variants of sensors and monitors are investigated depending on geometrical parameters of core and coils, parameters of the electric circuit formed by sensors, duration of a beam current pulse.

KEY WORDS: accelerators of particles, sensors and monitors, magnetic inductance, simulations, errors of measurement.

Источник рентгеновского излучения НЕСТОР, который создается в ННЦ ХФТИ [1], является компактной машиной, в которой требуются прецизионные измерения параметров электронного пучка в линейном ускорителе, в канале транспортировки и в накопительном кольце. Сложным участком является канал транспортировки и инжекции, в котором пучок представляет собой макросгустки длительностью меньше 1мкс и периодом повторения ≥ 1 с. Макросгусток состоит из серии микросгустков, формирующихся на частоте 2797 МГц.

Измерение параметров подобных пучков (ток и положение) традиционно выполняется с помощью магнитоиндукционных датчиков [2-5] при частотах повторения макросгустков от единиц до нескольких сотен герц. В публикациях приведены погрешности измерения положения пучка порядка 0,1 мм. При этом основным источником погрешности называлась электронная техника. Исследованию метрических параметров самих магнитоиндукционных измерителей тока и положения пучка заряженных частиц посвящено очень мало работ [6]. Практически нет сведений о линейности рабочих характеристик таких приборов и связанной с ней точностью измерения координат пучка.

Цель данной работы - исследовать линейность и чувствительность магнитоиндукционных датчиков (МД) и мониторов (ММ) пучков заряженных частиц в зависимости от их геометрических параметров, от сигналов отклика образованной ими электрической цепи при использовании цилиндрического кольцевого сердечника из немагнитного материала и ферромагнетика.

СИГНАЛЫ МД И ММ С СЕРДЕЧНИКОМ С МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ $\mu=\mu_0$
Вывод формул

Магнитное поле линейного бесконечно длинного тонкого проводника с током или аналогичного пучка заряженных частиц i , расположенного параллельно оси Z круговой цилиндрической системы координат в среде с $\mu=\mu_0$ (рис. 1), можно описать так называемым магнитоэстатическим вектор-потенциалом A_z , ротор которого равен вектору магнитной индукции \vec{B} [7, 8]:

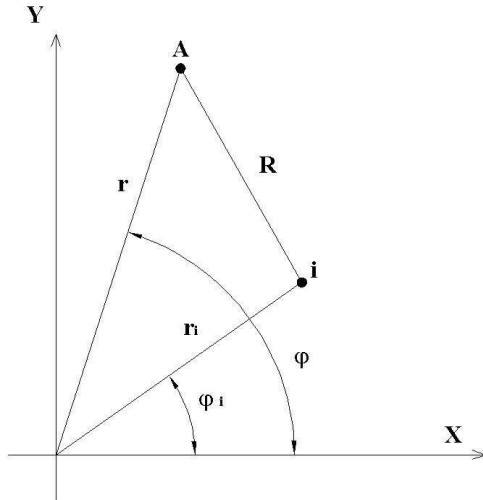


Рис. 1. Магнитное поле проводника с током

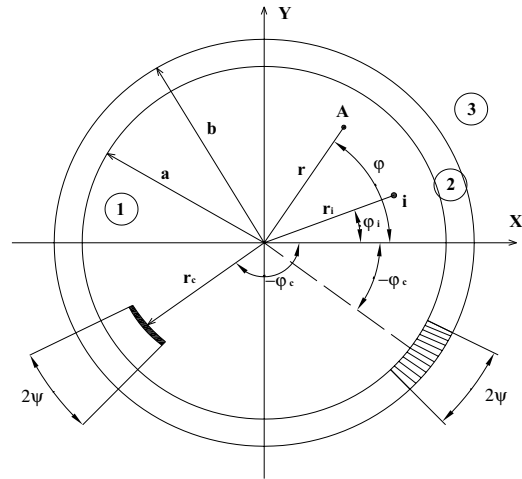


Рис. 2. Исследуемая модель МД

$$A_z = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln R, \quad \text{rot } \vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}, \tag{1}$$

где $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, R – расстояние между линейным током $i(r_i, \varphi_i)$ и точкой $A(r, \varphi)$, в которой определяется магнитное поле.

Для области $r > r_i$ выражение (1) можно преобразовать в следующий вид:

$$A_z = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{n r^n} \cos n(\varphi - \varphi_i) - \ln r \right]. \tag{2}$$

Магнитная индукция проводника с током имеет две компоненты – радиальную и угловую:

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} = -\frac{\mu_0 i}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{r^{n+1}} \sin n(\varphi - \varphi_i); \quad B_\varphi = -\frac{\partial A_z}{\partial r} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{r^{n+1}} \cos n(\varphi - \varphi_i) + r^{-1} \right]. \tag{3}$$

Измерить компоненты магнитного поля проводника с меняющимся во времени током можно с помощью магнитоиндукционного датчика (МД) в виде катушки индуктивности, имеющей w витков и расположенной в пространстве соответствующим образом.

На рис. 2 изображена исследуемая модель из двух катушек, проводника с током и сердечника в виде цилиндрического кольца с внутренним радиусом a , внешним радиусом b , длиной l вдоль оси Z . Одна из катушек намотана на цилиндрическое кольцо, поэтому чувствительна к угловой составляющей магнитной индукции (МДУ). Вторая катушка расположена на воображаемой цилиндрической поверхности с радиусом r_c , она имеет размер l вдоль оси Z и чувствительна к радиальной составляющей магнитной индукции (МДР). 2ψ – угловые размеры катушек, φ_c – угловые координаты центров катушек. Все три области (цифры 1, 2, 3 в кружочках) имеют $\mu=\mu_0$.

Магнитный поток, пронизывающий соответствующую катушку, равен:

$$\Phi_{r(\varphi)} = \int_s \vec{B}_{r(\varphi)} \vec{n} dS, \tag{4}$$

где S – площадь катушки, \vec{n} вектор площади катушки, направленный по соответствующей внешней нормали к поверхности. ЭДС магнитной индукции, наводимая в МДР, равна:

$$E_r = w \frac{d\Phi_r}{dt} = w \int \frac{dB_r}{dt} l r_c d\varphi = -\frac{w l \mu_0}{2\pi} \frac{di}{dt} \int_{\varphi_c - \psi}^{\varphi_c + \psi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{r_c^n} \sin n(\varphi - \varphi_i) d\varphi = -E_o G_r, \tag{5}$$

$$E_o = \mu_0 l w \frac{di}{dt} \tag{6}$$

- электрическая составляющая сигнала (размерность в вольтах),

$$G_r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{\pi n r_c^n} \sin n(\varphi_c - \varphi_i) \sin n\psi \quad (7)$$

- геометрическая составляющая сигнала (безразмерный коэффициент).

ЭДС магнитной индукции, наводимая в МДУ, имеет вид:

$$E_\varphi = w \frac{d\Phi_\varphi}{dt} = w \int_a^b \int_{\varphi_c - \psi}^{\varphi_c + \psi} \frac{dB_\varphi}{dt} l dr d\varphi = E_o G_\varphi, \quad (8)$$

$$G_\varphi = \left[\frac{\psi}{\pi} \ln \frac{b}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{\pi n^2} \frac{b^n - a^n}{b^n a^n} \cos n(\varphi_c - \varphi_i) \sin n\psi \right]. \quad (9)$$

Исследование геометрической составляющей сигналов МД

Исследуем зависимость геометрической составляющей сигналов МД от координат пучка и параметров датчиков. Анализ будем проводить на основе графиков, построенных для G_r , G_φ . При расчетах использованы размеры колец, оптимальные для канала транспортировки установки НЕСТОР: $b=42,5$ мм, $a=31$ мм, $l=30$ мм. Расположение МДР $r_c=31$ мм, $\varphi_c=\pi/2$, расположение МДУ $\varphi_c=0$. Для указанных положений МД получим:

$$G_r = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_i^{(2n+1)}}{\pi (2n+1) r_c^{(2n+1)}} \cos (2n+1)\varphi_i \sin (2n+1)\psi \sin (2n+1)\frac{\pi}{2}, \quad (10)$$

$$G_\varphi = \left[\frac{\psi}{\pi} \ln \frac{b}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{\pi n^2} \frac{b^n - a^n}{b^n a^n} \cos n\varphi_i \sin n\psi \right]. \quad (11)$$

Графики приводятся в прямоугольной системе координат. Для вычислений использовалась замена: $r_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}$, $\varphi_i = \arctg Y_i / X_i$. Важной характеристикой МД является чувствительность датчика к смещению пучка заряженных частиц, которая является производной соответствующих сигналов $K_r = dG_r/dX_i$, $K_\varphi = dG_\varphi/dX_i$. Возле каждого графика указывается чувствительность к смещению, вычисленная в точке $X_i=5$ мм, $Y_i=0$ мм.

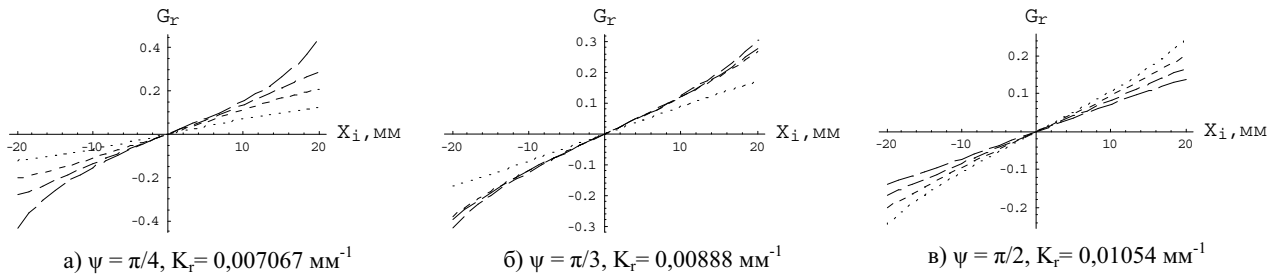


Рис. 3. Графики геометрической составляющей сигналов МДР. Расположение МДР $\varphi_c = \pi/2$.

Графики $G_r = f(X_i)$, $G_\varphi = f(X_i)$ приведены на рис. 3 и рис. 4 для трех угловых размеров катушек $\psi = \pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$ и четырех фиксированных значений Y_i . На этих графиках и далее линии, соответствующие координатам Y_i будут изображаться следующим образом: точки - $Y_i=0$ мм, короткий штрих - $Y_i=10$ мм, средний штрих - $Y_i=15$ мм, длинный штрих - $Y_i=20$ мм.

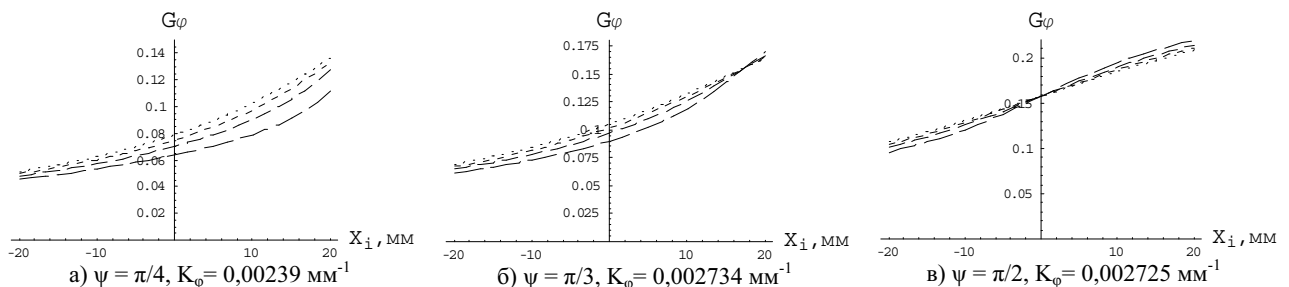


Рис. 4. Графики геометрической составляющей сигналов МДУ. Расположение МДУ $\varphi_c = 0$.

Из выражений (10), (11), рис. 3 и рис. 4 видно, что:

- сигналы МДР и МДУ нелинейные и значительно зависят от обеих поперечных координат;
- нелинейность сигналов МДР и МДУ значительно меняется от ψ ;
- чувствительность к смещению пучка у МДР приблизительно в 3 раза больше, чем в МДУ;
- сигнал МДР равен 0 в центре координат и меняет знак при смещении пучка; фактически он является

- однокоординатным монитором положения пучка (ММПР);
- сигнал МДУ монотонно изменяется от координаты, не меняя знак;
- при $\psi=\pi$ сигнал МДУ не зависит от координат пучка; такой датчик является монитором тока (ММТ), его сигнал равен:

$$E_{ММТ, \mu_0} = E_0 \ln(b/a). \quad (12)$$

Исследование геометрической составляющей сигналов ММ

Рассмотрим систему из 4-х МДР, расположенных на одном радиусе $r_c=31\text{мм}$, с угловыми координатами $\varphi_{c1}=0, \varphi_{c2}=\pi/2, \varphi_{c3}=\pi, \varphi_{c4}=3\pi/2$ на таком же кольце. Подставив указанные координаты катушек в (5), получим соответствующие сигналы $E_{r1}, E_{r2}, E_{r3}, E_{r4}$.

Отметим, что сигналы диаметрально противоположных катушек имеют противоположные знаки при условии одинаковой намотки по отношению их общей оси. Если сигналы противоположащих катушек вычесть, то получим два монитора положения пучка радиального типа (ММПР).

Для анализа здесь и далее будем использовать только сигналы мониторов, расположенных по оси X:

$$E_{rx} = E_{r4} - E_{r2} = E_0 G_{rx}; \quad G_{rx} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)\pi} \frac{r_i^{2n+1}}{r_c^{2n+1}} \cos(2n+1)\varphi_i \sin(2n+1)\frac{\pi}{2} \sin(2n+1)\psi. \quad (13)$$

Сигнал монитора радиального типа, расположенного по оси Y, можно получить, заменив произведение $\cos(2n+1)\varphi_i \sin(2n+1)\pi/2$ на $\sin(2n+1)\varphi_i$.

Аналогично рассмотрим систему из 4-х МДУ с угловыми координатами $\varphi_{c1}=0, \varphi_{c2}=\pi/2, \varphi_{c3}=\pi, \varphi_{c4}=3\pi/2$, расположенных на таком же кольце. Подставив указанные координаты катушек в (8), получим соответствующие сигналы $E_{\varphi1}, E_{\varphi2}, E_{\varphi3}, E_{\varphi4}$.

Будем считать, что катушки 4-х датчиков намотаны одинаково относительно координаты φ . Разности сигналов противоположных МДУ образуют два монитора положения пучка углового типа (ММПУ). Сигнал монитора, расположенного по оси X, имеет вид:

$$E_{\varphi x} = E_{\varphi1} - E_{\varphi3} = E_0 G_{\varphi x}; \quad G_{\varphi x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 r_i^{2n+1}}{\pi(2n+1)^2} \frac{b^{2n+1} - a^{2n+1}}{(ba)^{2n+1}} \cos(2n+1)\varphi_i \sin(2n+1)\psi. \quad (14)$$

Сигнал монитора, расположенного по оси Y, здесь и далее можно получить, заменив $\cos(2n+1)\varphi_i$ на произведение $\sin(2n+1)\varphi_i \sin(2n+1)\pi/2$.

На рис.5 и рис.6 приведены графики $G_{rx}=f(X_i), G_{\varphi x}=f(X_i)$ при четырех фиксированных значениях Y_i для трех угловых размеров катушек $\psi=\pi/4, \pi/3, \pi/2$. На графиках изображена только положительная часть сигналов, отрицательная часть выглядит как центрально симметричная. Графики $G_{ry}=f(Y_i), G_{\varphi y}=f(Y_i)$ имеют точно такой же вид. Чувствительность мониторов определялась в точке $X_i=5 \text{ мм}, Y_i=0 \text{ мм}$.

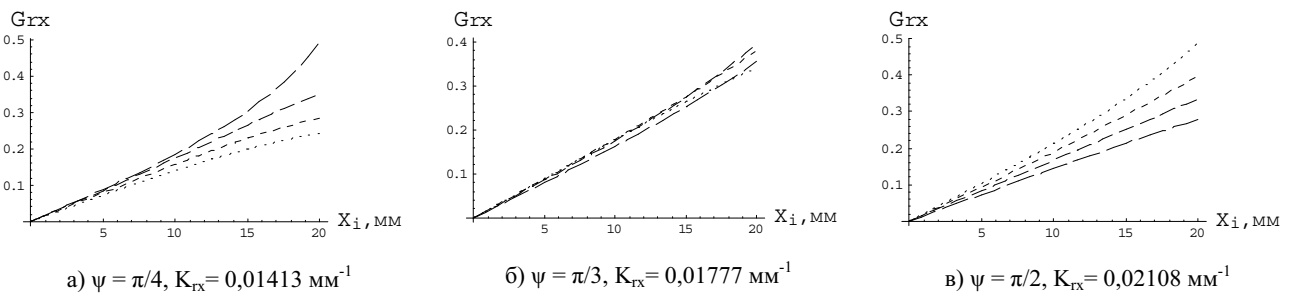


Рис. 5. Графики геометрической составляющей сигналов ММПР.

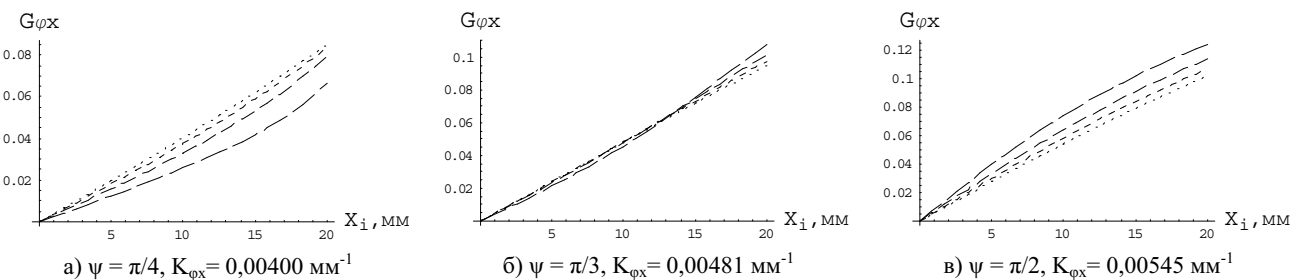


Рис. 6. Графики геометрической составляющей сигналов ММПУ.

Проанализировав графики, можно сделать вывод что:

- сигналы мониторов положения тоже нелинейные и зависят от обеих координат;
- чувствительность мониторов положения обоих типов приблизительно в два раза выше, чем

- чувствительность соответствующих одиночных датчиков;
- с изменением ψ нелинейность мониторов обоих типов меняется и становится минимальной при $\psi = \pi/3$;
- чувствительность к смещению пучка у ММПР в 3,4 - 3,9 раза больше, чем у ММПУ.

Исследование ошибок измерения координат пучка при использовании линейного представления сигналов ММП

В большинстве работ по измерению положения пучка с помощью ММП (за редким исключением [4]) считалось, что зависимость его сигнала от координаты пучка линейная и сигнал монитора, например, расположенного по оси X не зависит от координаты Y . Но, как показано выше, это не так. Сделаем оценку ошибки измерения координат пучка при использовании линейного представления сигналов ММП

$$G_{rx}^{(l)} = K_{rx} X_i; \quad G_{\varphi x}^{(l)} = K_{\varphi x} X_i. \quad (15)$$

Рабочие характеристики мониторов (определение координаты по измеренным сигналам) при этом имеют вид:

$$X_i = G_{rx} / K_{rx}; \quad X_i = G_{\varphi x} / K_{\varphi x}. \quad (16)$$

В расчетах используем чувствительности мониторов K_{rx} , $K_{\varphi x}$, приведенные на рис. 5 и рис. 6.

Относительную ошибку измерения определим как

$$\delta_{rx} = (G_{rx}^{(l)} - G_{rx}) / G_{rx}; \quad \delta_{\varphi x} = (G_{\varphi x}^{(l)} - G_{\varphi x}) / G_{\varphi x}. \quad (17)$$

На рис. 7 и рис. 8 приведены графики ошибок определения координаты X_i по сигналам ММПР и ММПУ для двух значений $\psi = \pi/4$, $\pi/3$. Как видим, ошибка измерения координат пучка в радиусе 10 мм от центра достигает 10% при $\psi = \pi/4$ и 1% при $\psi = \pi/3$ для обоих типов мониторов. Наблюдается значительное преимущество датчиков с $\psi = \pi/3$.

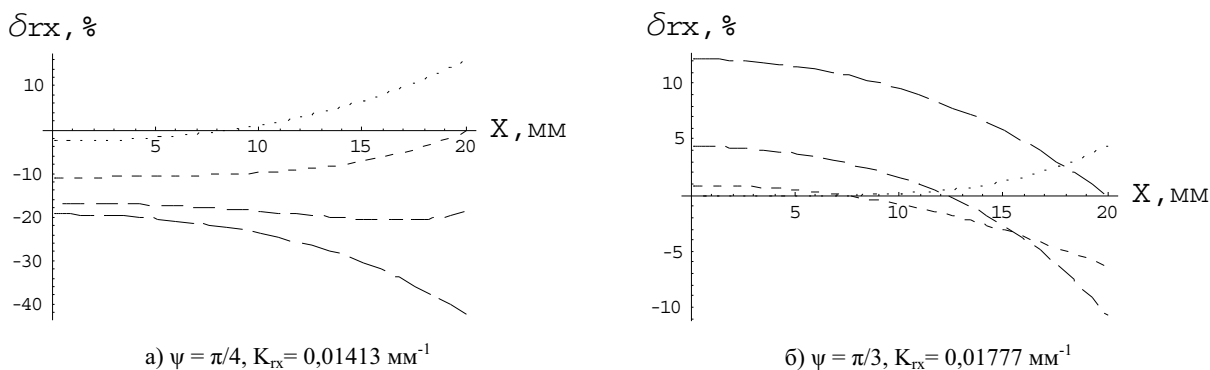


Рис. 7. Ошибки измерения координаты пучка X_i с помощью ММПР при представлении его сигнала линейной функцией.

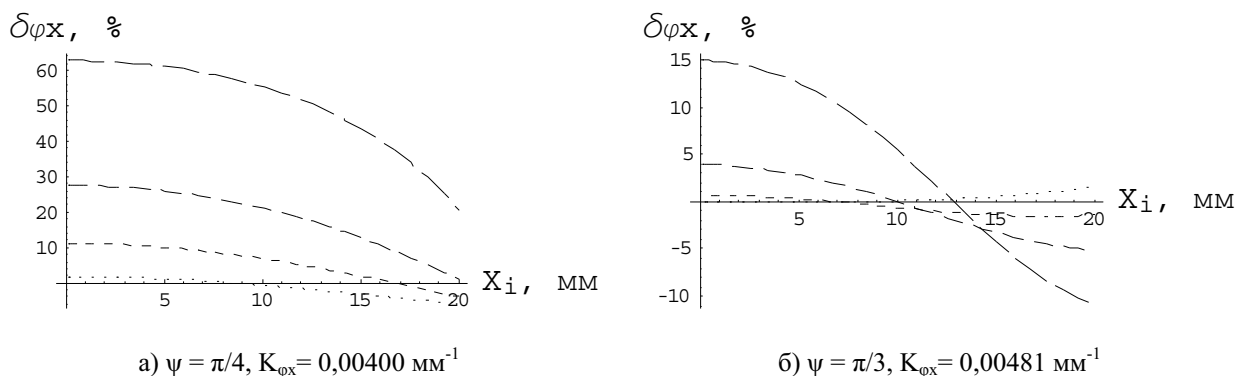


Рис. 8. Ошибки измерения координаты пучка X_i с помощью ММПУ при представлении его сигнала линейной функцией.

СИГНАЛЫ МД И ММ С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

Вывод формул

Определим магнитную индукцию, создаваемую линейным током, для модели рис. 2, если область 1 и 3 имеют $\mu = \mu_0$, а область 2 имеет $\mu > \mu_0$ (ферромагнитный сердечник). Присутствие такого сердечника меняет величину магнитного вектор-потенциала A_z в окружающем пространстве [7], что вызывает необходимость в области 1 добавить к выражению (2) некоторый потенциал, который будет конечным в начале координат:

$$A_{z1} = \frac{\mu_o i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_i}{nr^n} + C_n r^n \right) \cos n(\varphi - \varphi_i) - \ln r \right], \quad (18)$$

в области 2 координата r имеет конкретные значения $a - b$, поэтому вектор-потенциал будет иметь вид:

$$A_{z2} = \frac{\mu_o i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (D_n r^n + H_n r^{-n}) \cos n(\varphi - \varphi_i) - M \ln r \right], \quad (19)$$

в области 3 потенциал должен исчезать на бесконечности, поэтому:

$$A_{z3} = \frac{\mu_o i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} F_n r^{-n} \cos n(\varphi - \varphi_i) \right]. \quad (20)$$

Определить неизвестные коэффициенты C_n, D_n, H_n, M, F_n можно, используя граничные условия на разделе двух сред: нормальные компоненты магнитной индукции на границе раздела меняются непрерывно, а тангенциальные компоненты равны. Для потенциалов это значит, что на границе областей 1 и 2:

$$A_{z1} = A_{z2}, \quad \frac{1}{\mu_o} \frac{\partial A_{z1}}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{z2}}{\partial r}, \quad (21)$$

а на границе областей 2 и 3

$$A_{z2} = A_{z3}, \quad \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_{z2}}{\partial r} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\partial A_{z3}}{\partial r}. \quad (22)$$

Составив и решив системы уравнений из (18), (19), (20) с учетом (21), (22) найдем:

$$M = \frac{\mu}{\mu_o} = \mu_r - \text{относительная магнитная проницаемость сердечника}. \quad (23)$$

$$C_n = \frac{1}{n} \frac{r_i^n}{a^{2n}} \frac{(b^{2n} - a^{2n})(\mu_r^2 - 1)}{b^{2n}(\mu_r + 1)^2 - a^{2n}(\mu_r - 1)^2}, \quad (24)$$

$$D_n = -\frac{1}{n} \frac{2r_i^n \mu_r (\mu_r - 1)}{b^{2n}(\mu_r + 1)^2 - a^{2n}(\mu_r - 1)^2}, \quad (25)$$

$$H_n = \frac{1}{n} \frac{2r_i^n b^{2n} \mu_r (\mu_r - 1)}{b^{2n}(\mu_r + 1)^2 - a^{2n}(\mu_r - 1)^2}, \quad (26)$$

$$F_n = \frac{1}{n} \frac{4r_i^n b^{2n} \mu_r}{b^{2n}(\mu_r + 1)^2 - a^{2n}(\mu_r - 1)^2}. \quad (27)$$

Теперь можно найти значения необходимых для рассмотрения радиальных и угловых компонент магнитной индукции для двух областей рассматриваемой задачи:

$$B_{r1} = -\frac{\mu_o i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_i^n}{r^{n+1}} + C_n n r^{n-1} \right) \sin n(\varphi - \varphi_i) \right], \quad (28)$$

$$B_{\varphi 2} = \frac{\mu_o i}{2\pi} \left[\sum_{n=1}^{\infty} n (-D_n r^{n-1} + H_n r^{-n-1}) \cos n(\varphi - \varphi_i) + \mu_r r^{-1} \right]. \quad (29)$$

ЭДС магнитной индукции МДР, помещенного в область 1, найдем с помощью выражений (24), (28), (5)

$$E_{r\mu} = -E_o G_r(\mu_r); \quad G_r(\mu_r) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{\pi n r_c^n} \left(1 + \frac{r_c^{2n}}{a^{2n}} \frac{(b^{2n} - a^{2n})(\mu_r^2 - 1)}{b^{2n}(\mu_r + 1)^2 - a^{2n}(\mu_r - 1)^2} \right) \sin n(\varphi_c - \varphi_i) \sin n\psi. \quad (30)$$

ЭДС магнитной индукции МДУ, навитого на кольцо, вычислим, подставив (25), (26) в (29) и (8)

$$E_{\varphi\mu} = E_o G_{\varphi}(\mu_r); \quad G_{\varphi}(\mu_r) = \frac{1}{\pi} \left[\mu_r \psi \ln \frac{b}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{n^2} \frac{\mu_r a^{-n} (b^n - a^n)}{b^n(\mu_r + 1) - a^n(\mu_r - 1)} \cos n(\varphi_c - \varphi_i) \sin n\psi \right]. \quad (31)$$

Сигнал ММПП с датчиками, расположенными по оси X :

$$E_{rx\mu} = E_{r4\mu} - E_{r2\mu} = E_o G_{rx}(\mu_r), \quad G_{rx}(\mu_r) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_i^{2n+1}}{\pi (2n+1) r_c^{2n+1}} \times \quad (32)$$

$$\times \left(1 + \frac{r_c^{2(2n+1)}}{a^{2(2n+1)}} \frac{(b^{2(2n+1)} - a^{2(2n+1)})(\mu_r^2 - 1)}{b^{2(2n+1)}(\mu_r + 1)^2 - a^{2(2n+1)}(\mu_r - 1)^2} \right) \cos(2n+1)\varphi_i \sin(2n+1)\psi \sin(2n+1)\frac{\pi}{2}.$$

Сигнал ММПУ с датчиками, расположенными по оси X :

$$E_{\varphi x \mu} = E_{\varphi 1 \mu} - E_{\varphi 3 \mu} = E_o G_{\varphi x}(\mu_r), \quad G_{\varphi x}(\mu_r) = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_i^{2n+1}}{\pi(2n+1)^2} \frac{\mu_r a^{-(2n+1)} (b^{2n+1} - a^{2n+1})}{b^{2n+1}(\mu_r + 1) - a^{2n+1}(\mu_r - 1)} \times \quad (33)$$

$$\times \text{Cos}(2n+1)\varphi_i \text{Sin}(2n+1)\psi.$$

Исследование геометрической составляющей сигналов МД и ММ

Формулы (30) - (33) позволяют вычислить ЭДС датчиков и мониторов при любых значениях μ_r кольца.

Рассмотрим зависимость геометрической составляющей сигналов МД от координат пучка при тех же параметрах датчиков и размерах кольца, которые изучались выше.

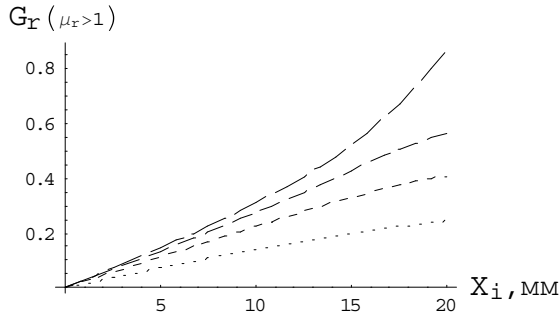


Рис. 9. Графики геометрической составляющей сигналов МДР. Сердечник с $\mu_r=2000$. Расположение МДР- $\varphi_c=\pi/2$, $\psi=\pi/4$, $K_r=0,01413$.

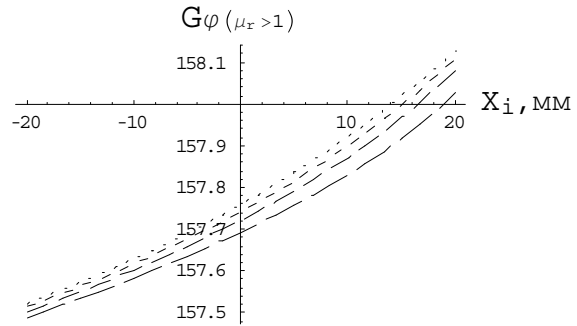


Рис. 10. Графики геометрической составляющей сигналов МДУ. Сердечник с $\mu_r=2000$. Расположение МДУ- $\varphi_c=0$, $\psi=\pi/4$, $K_\varphi=0,01630$.

На рис. 9 и рис. 10 приведены графики сигналов МДР и МДУ при наличии ферритового кольца с $\mu_r=2000$, рассчитанные по формулам (30), (31).

По сравнению с предыдущим случаем (сердечник с $\mu_r=1$) чувствительность МДР увеличилась в 2 раза, а чувствительность МДУ в 6,8 раз. При этом сигнал МДУ вырос в 2000 раз пропорционально μ_r кольца.

При $\psi=\pi$ МДУ является монитором тока пучка, его сигнал не зависит от положения пучка и равен:

$$E_{ММТ, \mu_r} = E_o \mu_r \ln(b/a). \quad (34)$$

Если кольцо имеет $\mu_r \gg 1$, то выражения (30) - (33) приводятся к более простому виду с точностью $1/\mu_r$:

$$E_{r \mu} = -E_o G_r(\mu_r \gg 1); \quad G_r(\mu_r \gg 1) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n}{\pi n r_c^n} \left(1 + \frac{r_c^{2n}}{a^{2n}} \right) \text{Sin} n(\varphi_c - \varphi_i) \text{Sin} n\psi, \quad (35)$$

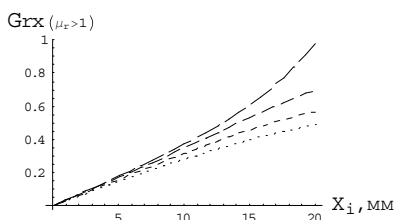
$$E_{\varphi \mu} = E_o G_{\varphi}(\mu_r \gg 1); \quad G_{\varphi}(\mu_r \gg 1) = \frac{1}{\pi} \left[\mu_r \psi \ln \frac{b}{a} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r_i^n a^{-n}}{n^2} \text{Cos} n(\varphi_c - \varphi_i) \text{Sin} n\psi \right], \quad (36)$$

$$E_{rx \mu} = E_o G_{rx}(\mu_r \gg 1), \quad G_{rx}(\mu_r \gg 1) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_i^{2n+1}}{\pi(2n+1)r_c^{2n+1}} \left(1 + \frac{r_c^{2(2n+1)}}{a^{2(2n+1)}} \right) \times \quad (37)$$

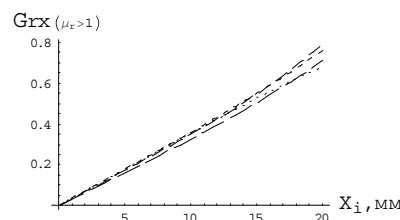
$$\times \text{Cos}(2n+1)\varphi_i \text{Sin}(2n+1)\psi \text{Sin}(2n+1)\frac{\pi}{2},$$

$$E_{\varphi x \mu} = E_o G_{\varphi x}(\mu_r \gg 1), \quad G_{\varphi x}(\mu_r \gg 1) = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r_i^{2n+1} a^{-(2n+1)}}{\pi(2n+1)^2} \text{Cos}(2n+1)\varphi_i \text{Sin}(2n+1)\psi. \quad (38)$$

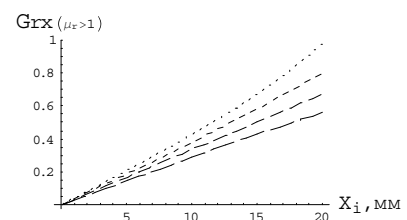
На рис. 11 и рис. 12 приведены графики $G_{rx}=f(X_i)$, $G_{\varphi x}=f(X_i)$ сигналов ММПР и ММПУ (сердечник с $\mu_r \gg 1$) при четырех фиксированных значениях Y_i .



а) $\psi = \pi/4$, $K_{rx} = 0,02827 \text{ мм}^{-1}$



б) $\psi = \pi/3$, $K_{rx} = 0,03554 \text{ мм}^{-1}$



в) $\psi = \pi/2$, $K_{rx} = 0,04217 \text{ мм}^{-1}$

Рис. 11. Графики геометрической составляющей сигналов ММПР. Кольцо с $\mu_r \gg 1$. Расположение катушек $\varphi_{c1}=0$, $\varphi_{c2}=\pi/2$, $\varphi_{c3}=\pi$, $\varphi_{c4}=3\pi/2$.

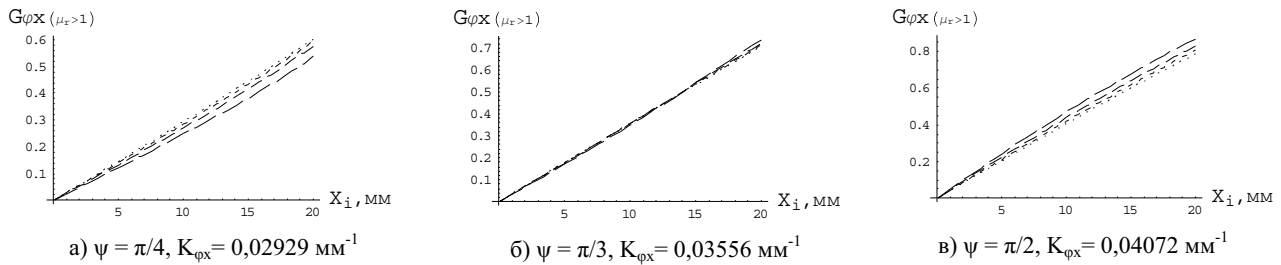


Рис. 12. Графики геометрической составляющей сигналов ММПУ. Кольцо с $\mu_r \gg 1$. Расположение катушек $\varphi_{c1}=0, \varphi_{c2}=\pi/2, \varphi_{c3}=\pi, \varphi_{c4}=3\pi/2$.

Из графиков и (37), (38) видно, что:

- сигналы мониторов остаются нелинейными и зависят от обеих координат;
- с изменением ψ нелинейность мониторов обоих типов меняется и становится минимальной при $\psi = \pi/3$;
- чувствительности мониторов к смещению пучка увеличились (у ММПР в ~ 2 раза, у ММПУ в ~ 7 раз) по сравнению с сердечником с $\mu_r=1$ и стали практически одинаковыми;
- при наличии кольца с большим μ_r его внешний радиус b не влияет на величину сигнала монитора ММПУ.

Исследование ошибок измерения координат пучка при использовании линейного представления сигналов ММП

На рис. 13 и рис. 14 приведены графики ошибок определения координаты X_i по сигналам ММПР и ММПУ с кольцом $\mu_r \gg 1$ для двух значений $\psi = \pi/4, \pi/3$ при использовании линейного представления сигналов ММП.

Для ММПР присутствие ферромагнитного кольца никак не повлияло на величину ошибки, для ММПУ ошибка измерения значительно уменьшилась: до $\sim 4,5\%$ при $\psi = \pi/4$ и до $\sim 0,3\%$ при $\psi = \pi/3$ в радиусе 10 мм от центра монитора.

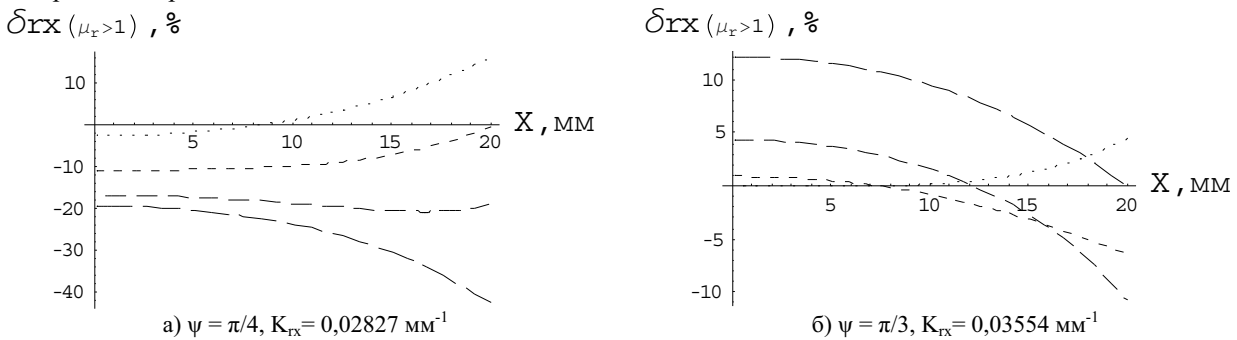


Рис. 13. Ошибки измерения координаты пучка X_i по сигналу ММПР при представлении его сигнала линейной функцией. Кольцо с $\mu_r \gg 1$.

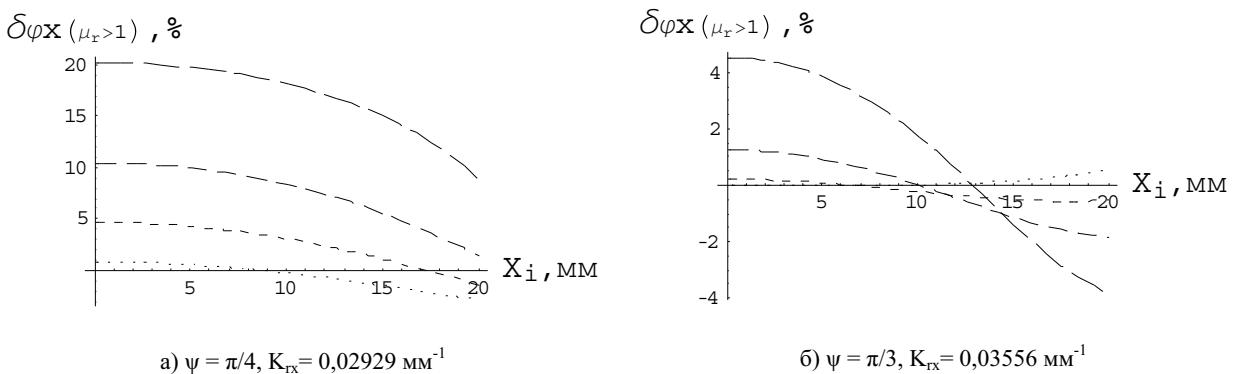


Рис. 14. Ошибки измерения координаты пучка X_i по сигналу ММПУ при представлении его сигнала линейной функцией. Кольцо с $\mu_r \gg 1$.

Повысить точность измерений координат пучка можно путем нахождения рабочих характеристик в виде $X_i = F_X(G_X, G_Y); Y_i = F_Y(G_X, G_Y)$, которые аппроксимируются степенными полиномами по результатам

стендовых измерений [4, 9].

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СИГНАЛОВ ДАТЧИКОВ И МОНИТОРОВ

Все рассмотренные выше датчики и мониторы образуют электрическую цепь, состоящую из индуктивности катушек L , сопротивления катушек r_L , емкости нагрузки и катушек C , сопротивления нагрузки R (рис. 15а). Электрическая составляющая сигналов МД, ММПР, ММПУ и ММТ – это индуцированная током пучка ЭДС - E_o (6), которая вызывает в этой цепи вынужденные колебания тока и напряжения. Отклик u электрической цепи будет зависеть от соотношения ее параметров. Чтобы исследовать сигнал u , необходимо составить и решить дифференциальное уравнение для указанной цепи. Для упрощения задачи заменим схему рис. 15а на эквивалентную ей рис. 15б. В ней $r = r_L + (\rho^2/R)$, где $\rho = \sqrt{L/C}$ - волновое сопротивление радиочастотного контура [10].

Дифференциальное уравнение, описывающее электрические колебания в такой цепи, имеет вид:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{du}{dt} + \omega_o^2 u = E_o. \quad (39)$$

где $\omega_o = 1/\sqrt{LC}$ - круговая частота незатухающих колебаний.

Приведем решения уравнения с учетом представления тока пучка в виде ступеньки $i = I_o i(t) \begin{cases} i(t)=0, t < 0 \\ i(t)=1, t > 0 \end{cases}$

(I_o – амплитуда тока, рис. 16).

Если $R > 0,5 \sqrt{L/C}$, то в датчике возникнет затухающее периодическое колебание и отклик будет равен:

$$u_p^{front} = \mu_o l w I_o \frac{R}{L} e^{-\alpha t} \sin \omega_c t, \quad (40)$$

где

$$\alpha = r/2L = 1/2 RC, \quad \omega_c = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2} \quad (41)$$

- коэффициент затухания и частота колебаний контура (без учета потерь в катушке r_L).

При $R = 0,5 \sqrt{L/C}$ колебательный процесс прекращается (сигнал не меняет знак). Такое сопротивление называется критическим.

Если $R < 0,5 \sqrt{L/C}$, то в датчике возникнет аperiodический сигнал (импульс) и отклик будет равен:

$$u_a^{front} = \mu_o l w I_o \frac{R}{L} (e^{\beta t} - e^{\gamma t}), \quad (42)$$

где

$$\beta = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}, \quad \gamma = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_o^2}. \quad (43)$$

Если задний фронт тока пучка тоже имеет форму ступеньки, то отклик цепи после исчезновения тока будет описываться следующим выражением для периодических колебаний:

$$u_p = \mu_o l w I_o \frac{R}{L} [e^{-\alpha t} \sin \omega_c t - e^{-\alpha(t-\tau)} \sin \omega_c(t-\tau)], \quad (44)$$

и для аperiodического сигнала:

$$u_a = \mu_o l w I_o \frac{R}{L} [e^{\beta t} - e^{\gamma t} - e^{\beta(t-\tau)} + e^{\gamma(t-\tau)}], \quad (45)$$

где τ – длительность импульса тока пучка [11, 12].

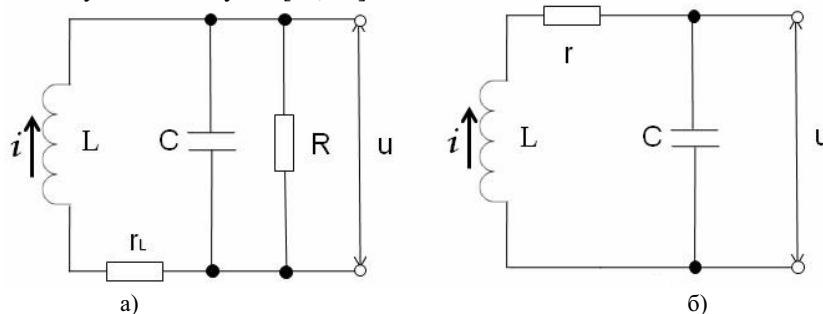


Рис. 15. Электрическая цепь, образуемая МД, ММПР, ММПУ, ММТ
а) обобщенная электрическая схема, б) эквивалентная схема.

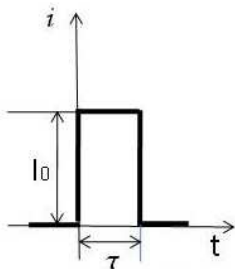


Рис. 16. Импульс тока пучка.

Рассмотрим электрическую цепь со следующими параметрами $L=50$ мкГ, $C=31,1221$ пФ, $R=5000$ Ом, $w=100$ витков, $l=0,03$ м, период колебаний $T_c=\omega_c/2\pi=0,25$ мкс, ток пучка $I_0=40$ мА. В этой цепи будут возбуждаться периодические затухающие колебания (т.к. $R>R_{крит}=633,753$ Ом), которые описываются выражением (44). На рис. 17 приведен ряд графиков сигналов этой цепи в зависимости от длительности импульса тока пучка τ .

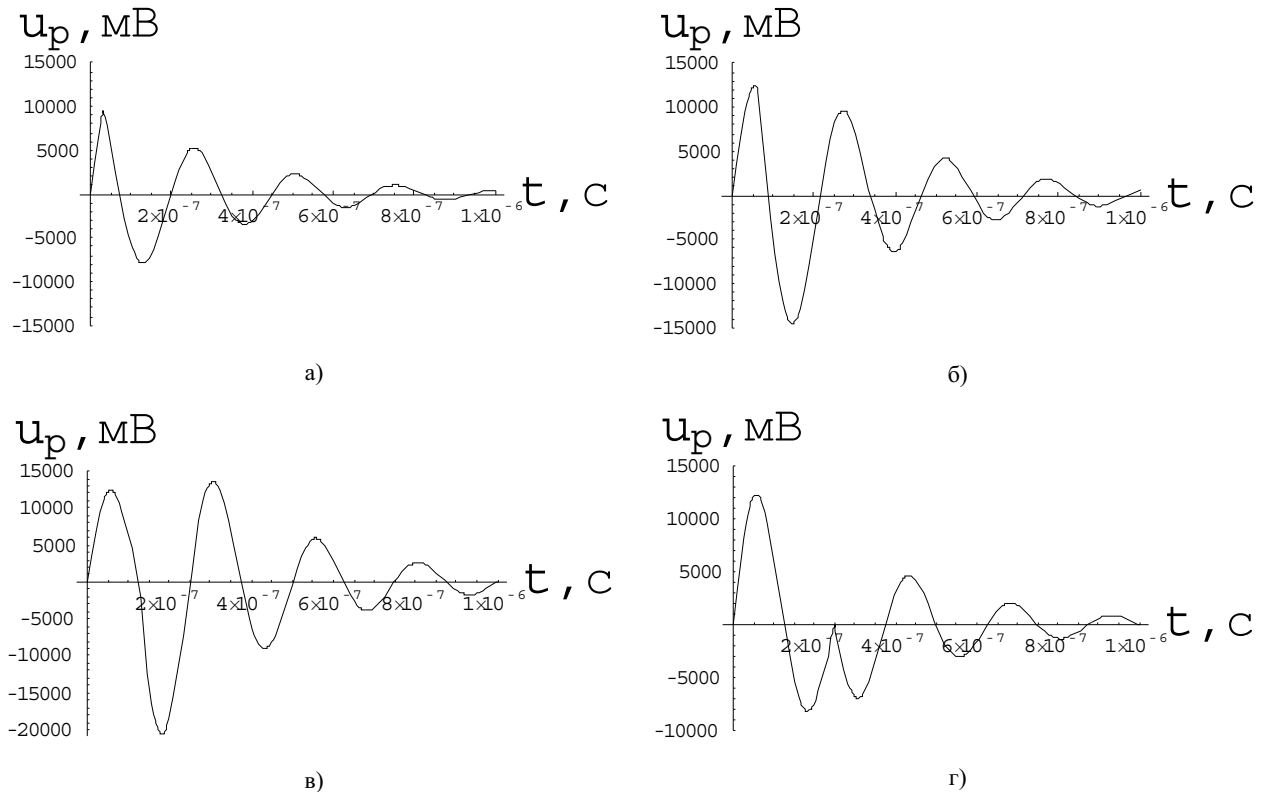
Из графиков видно, как изменяются амплитуда и форма сигнала от τ . Амплитуда первого полупериода растет с увеличением τ и достигает максимального значения при $\tau=T_c/4$. При $\tau=T_c/2$ амплитуда отрицательной полуволны первого периода принимает максимальное значение, причем она значительно больше положительной (до двух раз при очень малом затухании α). При дальнейшем увеличении τ отрицательная полуволна первого периода уменьшается. При $\tau \geq T_c$ амплитуды и форма первого периода сохраняются. Вид сигнала после окончания импульса тока пучка всегда зависит от τ .

Из показанных графиков ясно, что для уверенного измерения сигнала (и, соответственно, положения или тока пучка) необходимо обеспечить соотношение $T_c/2 < \tau$ или лучше $T_c < \tau$.

Рассмотрим сигналы этой же цепи при $R=50$ Ом $< R_{крит}$. На рис. 18 показаны сигналы, полученные с помощью выражения (45). Они представляют собой импульсы длительностью, равной длительности тока пучка и значительно меньшей амплитудой, чем в предыдущем случае (пропорционально R). Степень отклонения формы импульса сигнала от формы импульса тока характеризуется временем нарастания фронта t_f , измеренным на половине амплитуды, и спадом амплитуды Δ за 1 мкс. Как видно из рис. 18, сигнал отклика данной цепи имеет очень большой спад амплитуды (63 % / мкс), но довольно короткое время нарастания фронта (1,065 нс). Такой ММ или МТ может использоваться для измерений при длительности импульса тока 15...50 нс и допустимом спаде амплитуды 3%.

Несложно убедиться в том, что спад амплитуды описывается экспонентой $e^{\beta t}$, а нарастание фронта – разностью $1-e^{\gamma t}$. Это позволяет вычислить необходимые параметры электрической цепи датчика по заданным величинам Δ , t_f и R :

$$\beta = 10^6 \ln[1 - (\Delta/100)], \quad \gamma = (\ln 0.5)/t_f, \quad C = -1/R(\beta + \gamma), \quad L = 4R^2 C / [1 - R^2 C^2 (\beta - \gamma)^2]. \quad (46)$$

Рис. 17. Вид периодического сигнала отклика МД или ММ в зависимости от длительности импульса тока пучка τ при $R=5000$ Ом. а) $\tau=T_c/8$, б) $\tau=T_c/4$, в) $\tau=T_c/2$, г) $\tau=T_c$.

На рис. 19 и рис. 20 показан пример такого расчета для $\Delta=5\%$ /мкс, $t_f=10$ нс, $R=50$ Ом. Для указанных параметров оптимальной является электрическая цепь с $L=0,9755$ мГ, $C=288,33$ пФ.

Отметим, что основное влияние на длительность фронта сигнала оказывает произведение RC (с его увеличением растет длительность фронта), а на спад амплитуды в основном влияет величина L (с увеличением индуктивности спад уменьшается).

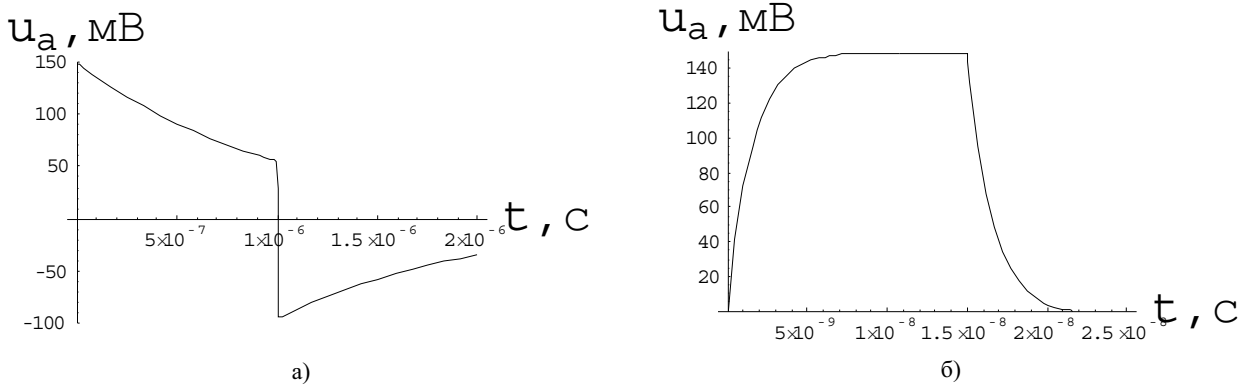


Рис. 18. Сигнал отклика при $R=50$ Ом. Длительность импульса тока: а) 1 мкс, б) 15 нс. Спад амплитуды $\Delta=63\%$ / мкс, время нарастания фронта $t_f=1,065$ нс.

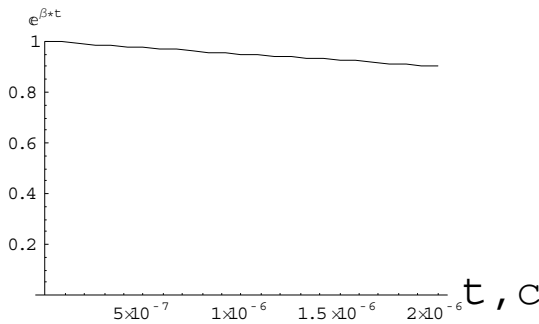


Рис. 19. Экспонента, описывающая спад амплитуды сигнала отклика при $\Delta=5\%$ / мкс

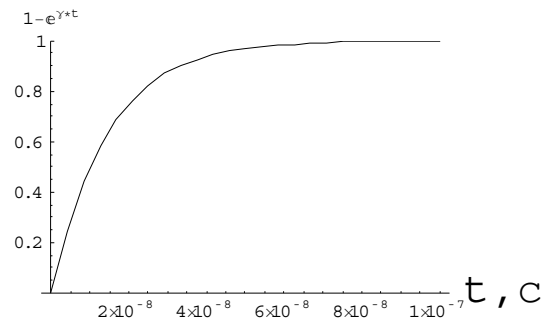


Рис. 20. Экспонента, описывающая нарастание фронта сигнала отклика при $t_f=10$ нс.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Чтобы исследовать поведение полного сигнала конкретного датчика или монитора, необходимо задать все его геометрические и электрические параметры и в соответствующих формулах заменить E_o на одно из выражений (44), (45).

Кроме рассмотренных выше чувствительностей датчиков и мониторов к смещению пучка $K_r, K_\varphi, K_{rx}, K_{\varphi x}$, для оценки качества МДУ и ММТ применяется характеристика “чувствительность к току пучка”

$K_i = \frac{dE}{di} = \frac{du_{p,a,max}}{di} G_\varphi$, измеряемая в $\frac{B}{A}$, а для МДР, ММПР и ММПУ - “чувствительность к току и смещению

пучка” $K_{i,x} = \frac{d^2 E}{di dx} = \frac{du_{p,a,max}}{di} K_{r,rx,\varphi x}$, измеряемая в $\frac{B}{A \cdot мм}$. В любом случае при фиксированном токе пучка

чувствительность будет пропорциональна амплитуде сигнала отклика.

Амплитуды сигналов откликов, приведенные на рис. 17 и 18, значительно завышены, потому что в расчетах не учитывались активные потери в обмотках датчиков и в сердечнике на высоких частотах. Эти потери могут быть определены и учтены только экспериментально.

В результате проведенного моделирования можно сделать следующие практические выводы.

1. Амплитуда сигнала, индуцированного импульсным током пучка в МД или ММ пропорциональна количеству витков катушки w , току пучка I_o , сопротивлению нагрузки R и обратно пропорциональна индуктивности цепи L . Известно, что индуктивность пропорциональна w^2 , то есть, амплитуда сигнала в итоге будет обратно пропорциональна количеству витков. Для получения максимальной амплитуды сигнала необходимо выбирать минимально возможную индуктивность.

2. Применять немагнитный сердечник целесообразно в тех случаях, когда необходимо реализовать режим периодических затухающих колебаний на частотах 5...10 МГц и больше.

3. При использовании немагнитного сердечника ММПР имеет значительное преимущество по чувствительности (в 3...4 раза) по сравнению с ММПУ. При использовании ферромагнитного сердечника чувствительности обоих типов ММП практически одинаковые.

4. Минимальную нелинейность сигнала имеет ММПУ с ферромагнитным сердечником и угловым размером катушек $\psi=\pi/3$ (0,3 % в радиусе 10 мм от центра).

5. ММТ с ферромагнитным сердечником и аperiodическим сигналом отклика позволяет контролировать длительность импульса тока пучка. В нем легко получить короткий фронт и малый спад вершины (т.е. большую индуктивность при малой межвитковой емкости катушки). Для получения большой чувствительности необходимо применять сердечник с максимальной μ_r .

6. Для ММТ необходимо выбирать сердечник с максимальным отношением диаметров. Для ММП с ферромагнитным сердечником - с минимальным отношением диаметров.

7. Реализовать на практике ММПУ можно двумя способами: 1) измерить техническими средствами сигналы двух катушек и затем произвести аналоговое вычитание, 2) соединить согласованно выводы двух катушек и выполнять измерение уже вычтенного таким образом сигнала. При использовании ферромагнитного сердечника измерять сигналы на каждой катушке нерационально, так как МДУ имеет большую чувствительность к току и сравнительно малую чувствительность к смещению пучка. Это обстоятельство вносит значительную погрешность в измерение положения пучка и требует большого динамического диапазона измерительной техники. При втором способе монитор имеет во много раз меньшую чувствительность к току, но сохраняет чувствительность к положению пучка. При этом общая индуктивность системы из двух катушек будет значительно меньше, чем индуктивность одной катушки $L = (L_1 L_2 - M^2) / (L_1 + L_2 + 2M)$, где M - взаимная индуктивность двух катушек. Благодаря этому можно реализовать режим периодических затухающих колебаний для пучков с $\tau \leq 1$ мкс, который позволяет существенно повысить чувствительность монитора положения пучка.

Авторами проводились исследования на стенде (путем имитации пучка в виде токопроводящей струны) различных видов МД и ММ с указанными выше размерами сердечников с $\mu_r = 1$ и $\mu_r = 2000$ при амплитуде тока 40 мА. Было получено хорошее соответствие измеренных характеристик и расчетных с учетом поправки на реальные потери в катушках и снижение магнитной проницаемости сердечника на высоких частотах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. Androssov, A. Agafonov, J.I.M. Botman, et al. X-ray generator based on Compton scattering // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 2005. – Vol. A543. – P. 58-64.
2. И.А. Гришаев, Н.И. Мочешников, В.Ф. Иванов Измерение положения и тока пролетающего импульсного пучка заряженных частиц // ПТЭ. – 1960. – №4. – С.17-23.
3. K. Johnson, T. Klippert, W.J. Ramler A non-intercepting accelerator beam position sensor // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. – 1961. – №4. – P. 125-130.
4. S. Battisti, M. Le Gras, J.M. Roux, B. Szeless and D.J. Williams Magnetic beam position monitors for LEP pre-injector // Proceedings of the 1987 PAC. – P. 605-607.
5. V.N. Boriskin, V.A. Gurin, A.N. Dovbnya et al. Magnetic induction monitor measurements of beam spatial characteristics in technological electron linear accelerators // Proceedings of the 2001 PAC. – P. 1336-1338.
6. Н.И. Мочешников Выбор оптимальных параметров магнито-индукционных измерителей тока и положения пролетающего пучка заряженных частиц // Труды международной конференции по ускорителям, Дубна, 1963. – М.: Атомиздат, 1964. – С. 965-969.
7. В. Смайт Электростатика и электродинамика. – М.: ИЛ, 1954. – 604 с.
8. Ф.М. Морс, Г. Фешбах Методы теоретической физики. – М.: ИЛ. – Том 2, 1960. – 896 с.
9. А.Ю. Зелинский, И.М. Карнаухов, В.Н. Лященко, В.И. Троценко Измерение параметров электронного пучка в циклических ускорителях с помощью электростатических датчиков // ВАНТ, сер. Ядерно-физические исследования (33). – 1999. – №1. – С.73-79.
10. И.С. Гоноровский Основы радиотехники. – М.: Связьиздат, 1957. – 727 с.
11. В.Г. Григорьянц Импульсные схемы РЛС. – М.: Воениздат, 1972. – 541 с.
12. Я. Миллман, Г. Тауб Импульсные и цифровые устройства. – М-Л.: Госэнергоиздат, 1960. – 415 с.