

УДК 98.80.-к

НЕМОНОТОННАЯ ДИНАМИКА РАСШИРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ В НЕКОТОРЫХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

Д.А. Ерохин, О.А. Лемец

Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

пл. Свободы 4, 61077 Харьков, Украина

E-mail: denerokhin@mail.ru, oleg.lemets@gmail.com

Поступила в редакцию 8 декабря 2009 г., принята к публикации 10 марта 2010 г.

Последние наблюдения сверхновых звезд типа Ia, показали что ускорение, с которым расширяется Вселенная, достигло своего максимума и сейчас начинает уменьшаться. Такой сценарий несовместим с общепринятой Стандартной космологической моделью. В работе предпринимается попытка дать объяснение этому явлению, которое получило название переходного ускорения. Рассмотрены два типа космологических моделей: со скалярным полем и взаимодействующими темной энергией и темной материей, обладающие необходимыми свойствами. Получены зависимости космологических параметров от масштабного фактора для каждой из моделей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: расширение Вселенной, переходное ускорение, скалярное поле, взаимодействие в темном секторе, распад темной энергии.

NOT MONOTONIC DYNAMICS OF THE EXPANSION OF UNIVERSE IN SOME COSMOLOGICAL MODELS

O.A. Lemets, D.A. Yerokhin

Kharkov Karazin National University

Svobody Sq. 4, 61077 Kharkov, Ukraine

Recent observations of the Ia-type supernovae have shown that acceleration of the Universe expansion achieved its maximum value and now it starts decreasing. Such a scenario is incompatible with the generally accepted Standard cosmological model. The present work attempts to give an explanation to the phenomenon which is now called the transient acceleration. We considered two types of cosmological models: the first is a scalar field model and the second represents interacting dark matter and dark energy with necessary properties. We obtained dependencies of cosmological parameters on the scale factor for both the models.

KEY WORDS: expansion of Universe, transient acceleration, scalar field, interaction in dark sector, decay dark energy.

НЕМОНОТОННА ДИНАМИКА РОЗШИРЕННЯ ВСЕСВІТУ В ДЕЛКИХ КОСМОЛОГІЧНИХ МОДЕЛЯХ

Д.О. Єрохін, О.О. Лемець

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

пл. Свободи 4, 61077, Харків, Україна

Останні спостереження наднових зірок типа Ia, показали що прискорення, з яким розширюється Всесвіт, досягло свого максимуму і зараз почало зменшуватися. Цей сценарій несумісний з загальноприйнятою Стандартною космологічною моделлю. В статті робиться спроба дати пояснення цьому явищу, яке отримало назву перехідне прискорення. Розглянуті два типи космологічних моделей: з скалярним полем та взаємодіючими темною енергією і темною матерією. Показано що ці моделі мають можливість пояснити це явище. Одержані залежності космологічних параметрів від масштабного фактора для кожної моделі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: розширення Всесвіту, перехідне прискорення, скалярне поле, взаємодія у темному секторі, розпад темної енергії.

На рубеже 20 и 21 веков Стандартная Космологическая Модель (СКМ) стала доминирующей моделью Вселенной, сменив модель Горячей Вселенной (модель Большого взрыва). СКМ базируется на двух важнейших наблюдательных результатах: ускоренное расширение Вселенной и евклидовость пространственной геометрии. Теоретической основой СКМ является общая теория относительности. Кроме того, предполагается, что ранняя Вселенная адекватно описывается теорией инфляции. СКМ фиксирует ряд параметров Вселенной и, в частности, ее энергетический состав. Согласно СКМ во Вселенной в настоящее время доминируют темная энергия (в форме космологической константы Λ), необходимая для объяснения ускоренного расширения и темная (небарионная) материя (ТМ), существование которой позволило разрешить целый ряд противоречий модели Большого взрыва (неубывающее поведение ротационных кривых, структура галактических гало, хронология образования структур и т.д.).

Трактовка ускоренного расширения Вселенной за счет отрицательного давления, генерируемого космологической константой, резко обеднила возможную динамику масштабного фактора, и, как следствие, сократило число возможных вариантов будущей эволюции Вселенной, сводя динамику к постоянному ускоренному расширению. В самом деле, динамика масштабного фактора в СКМ описывается уравнением Фридмана

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_\Lambda \right]. \quad (1)$$

Решение этого уравнения

$$a(t) = a_0 \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{1/3} \left[\operatorname{sh} \left(\frac{3}{2} \sqrt{\Omega_{\Lambda 0}} H_0 t \right) \right]^{2/3}, \quad (2)$$

$$a(t \ll H_0^{-1}) \propto t^{2/3}; \quad a(t \gg H_0^{-1}) \propto e^{H_0 t}.$$

Мы видим, что асимптотики решения описывают эпоху доминирования материи в ранней Вселенной $t \ll H_0^{-1}$ и темной энергии для поздней эволюции $t \gg H_0^{-1}$. Ниже будет удобно использовать выражение для временной зависимости масштабного фактора в форме

$$a(t) = A^{1/3} \sinh^{2/3}(t/t_\Lambda); \quad A \equiv \frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}} = \frac{1 - \Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{\Lambda 0}}; \quad t_\Lambda \equiv \frac{2}{3} (H_0)^{-1} (\Omega_{\Lambda 0})^{-1/2}. \quad (3)$$

Найдем теперь зависимость параметра замедления $q \equiv -\ddot{a} / \dot{a}^2 = -\ddot{a} / (aH^2)$ от красного смещения z для Вселенной, заполненной произвольными компонентами с уравнением состояния $p_i = w_i \rho_i$. В этом случае

$$q = \frac{3}{2} \frac{\sum_i \Omega_i^{(0)} (1+w_i) (1+z)^{3(1+w_i)}}{\sum_i \Omega_i^{(0)} (1+z)^{3(1+w_i)}} - 1. \quad (4)$$

Для СКМ это выражение приобретает вид (см. рис.1)

$$q = \frac{1}{2} \frac{\Omega_M^{(0)} (1+z)^3 - 2\Omega_\Lambda^{(0)}}{\Omega_M^{(0)} (1+z)^3 + \Omega_\Lambda^{(0)}}. \quad (5)$$

В частности, в настоящее время

$$q_0 = \frac{1 - 3\Omega_{\Lambda 0}}{2}; \quad (6)$$

$$q_0 \approx -0,6.$$

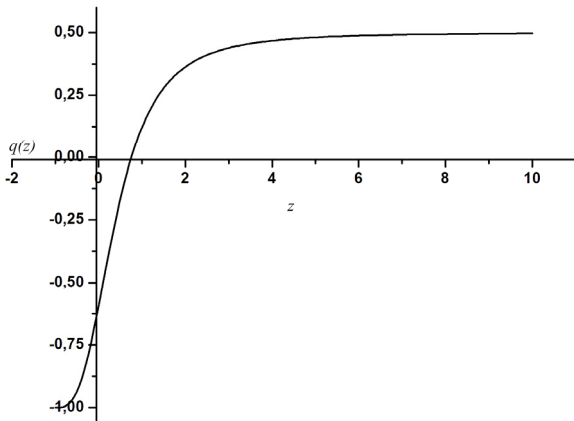


Рис.1. Зависимость параметра замедления в случае СКМ.

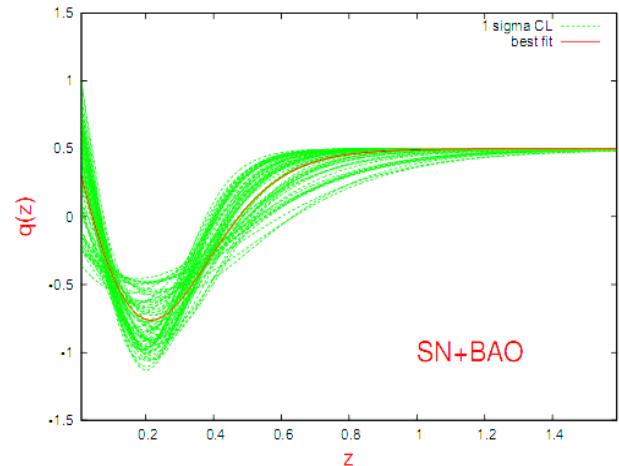


Рис.2. Восстановление параметра замедления по наблюдательным данным (пунктирные линии); сплошной линией показана наилучшая аппроксимация результатов наблюдений [8].

Характерная особенность зависимости $q(z)$ – монотонное стремление к предельному значению $q(z) = -1$ при $z \rightarrow -1$. Физически это означает, что после того как темная энергия стала доминирующей компонентой (при $z \sim 1$), Вселенная в СКМ обречена на вечное ускоренное расширение. Сомнение в адекватности этого результата высказывались неоднократно [2, 3]. Однако лишь в последнее время вопрос был переведен в практическую плоскость: соответствует ли этот важный результат наблюдениям?

А. Старобинский [8] с соавторами, базируясь на независимых наблюдательных данных, включающих в

себя построение кривых блеска SN Ia, температурной анизотропии космического микроволнового фона, барионных акустических осцилляций (BAO), показали (см. рис.2), что ускорение, с которым Вселенная расширяется, достигло своего максимального значения и сейчас уменьшается. На языке параметра замедления это означает, что он достиг своего минимального значения и сейчас увеличивается.

Таким образом, основной результат этого анализа: СКМ не единственное (хотя и самое простое) объяснение результатов наблюдений, а ускоренное расширение Вселенной, в которой в настоящее время доминирует ТЭ – всего лишь переходное явление. Термин «переходное ускорение», применительно к динамике Вселенной, используется все чаще и чаще.

Очевидно, что для получения немонотонной зависимости ускорения от красного смещения (времени) необходимо изменение параметра уравнения состояния в течение эволюции Вселенной, т.е. переход от $w = -1$, для случая космологической константы к $w(z)$ для случая более сложных форм темной энергии.

Легко показать, что относительная плотность темной энергии $\Omega_{DE}(z)$ с уравнением состояния $p_{DE} = w(z)\rho_{DE}$ есть

$$\Omega_{DE}(z) = \Omega_{DE0} \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'\right);$$

$$\Omega_{DE} = \frac{\rho_{DE}}{\rho_{cr}}, \quad \rho_{cr} = \frac{1}{3H^2},$$
(7)

где здесь и ниже использована планковская система единиц, в которой $\hbar = c = 8\pi G = 1$.

Параметр $w(z)$ определяется выбранной моделью темной энергии.

Целью данной работы является продемонстрировать, что как темная энергия в форме скалярного поля (квинтэссенции), эволюционирующая в специально подобранных потенциалах, так и распадающаяся темная энергия, способны обеспечить переходное ускорение, качественно согласующееся с наблюдениями.

СКАЛЯРНЫЕ ПОЛЯ И ПЕРЕХОДНОЕ УСКОРЕНИЕ

Рассмотрим однородную и изотропную плоскую Вселенную, которая состоит из вещества с уравнением состояния $p = w\rho$, $w = const$ и скалярного поля φ , определяющегося с помощью потенциала $V(\varphi)$. Согласно космологическому принципу все величины должны зависеть только от сопутствующего времени t .

Зависимость от времени скалярного поля в расширяющейся Вселенной определяется уравнением Клейна–Гордона,

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} = -\frac{\partial V}{\partial \varphi}.$$
(8)

Эволюция Вселенной, заполненной этими компонентами подчиняется уравнению Фридмана, которое в нашем случае имеет,

$$H^2 = \frac{1}{3}(\rho + \rho_\varphi),$$
(9)

где $H = \dot{a}/a$ параметр Хаббла. Плотность энергии скалярного поля имеет вид

$$\rho_\varphi = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi),$$
(10)

а давление

$$p_\varphi = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi).$$
(11)

Следовательно,

$$w_\varphi = \frac{p_\varphi}{\rho_\varphi} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)}{\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)}.$$
(12)

Специфика динамики скалярного поля определяется его потенциальной энергией. Для примера, рассмотрим динамику скалярного поля с потенциалом

$$V(\phi) = M^4 e^{-\alpha\phi/M},$$
(13)

во Вселенной, в которой доминирует компонента, с уравнением состояния $p = w\rho$.

Уравнение Клейна – Гордона в этом случае принимает вид

$$\ddot{\varphi} + \frac{2}{(1+w)t} \dot{\varphi} - \alpha M^3 \exp(-\alpha\varphi/M) = 0. \quad (14)$$

Частное решение ищем в виде $\varphi = A \ln t$, подставляя это выражение в (14) получим следующие условия:

$$\begin{cases} A \frac{\alpha}{M} = 2 \\ A \frac{1-w}{1+w} = \alpha M^3 \end{cases}, \quad (15)$$

откуда прямой подстановкой в (10) и (11) найдем

$$\rho_\varphi = \frac{2M^4}{1-w} t^{-2}, \quad p_\varphi = \frac{2M^4 w}{1-w} t^{-2}, \quad (16)$$

следовательно $W_\varphi = W$.

Таким образом, вклад скалярного поля в общую плотность энергии зависит только от M и w :

$$\Omega_\varphi \equiv \frac{\rho_\varphi}{\rho + \rho_\varphi} = \frac{\rho_\varphi}{3H^2} = \frac{3M^4(1+w)^2}{(1-w)}. \quad (17)$$

Заметим, что в этом приближении $\Omega_w + \Omega_\varphi \approx \Omega_w \approx 1$, (Ω_w – относительная плотность вещества с уравнением состояния $p_w = w_w \rho_w$) так как, уменьшая значение M мы всегда можем сделать Ω_φ малой величиной по сравнению с Ω_w ($\Omega_w \gg \Omega_\varphi$), что полностью отвечает нашему приближению. Однако, в конце концов, потенциал поля φ станет доминировать в уравнении (9), вызывая почти постоянное значение плотности энергии ρ_φ и ускоренное расширение Вселенной. Следует заметить, что момент времени, в который темная энергия начинает преобладать, жестко задан целым рядом наблюдательных данных, что делает понимание динамики темной энергии чрезвычайно важным для понимания эволюции не только Вселенной в целом, но и отдельных её частей. В частности если бы переход к ускоренному расширению произошел раньше, в момент образования крупномасштабной структуры Вселенной, то таких объектов как скопления и сверхскопления галактик не существовало бы.

Такой потенциал не может обеспечить переходного ускорения: поле скатывается с холма экспоненциального потенциала, асимптотически приближаясь к своему минимальному энергетическому состоянию – вакууму, который эквивалентен космологической постоянной.

Результаты численного интегрирования уравнения Клейна–Гордона, совместно с уравнением Фридмана, для Вселенной, заполненной скалярным полем в потенциале (13) и материей средой $\rho \sim a^{-3}$ приведены на рис. 3.

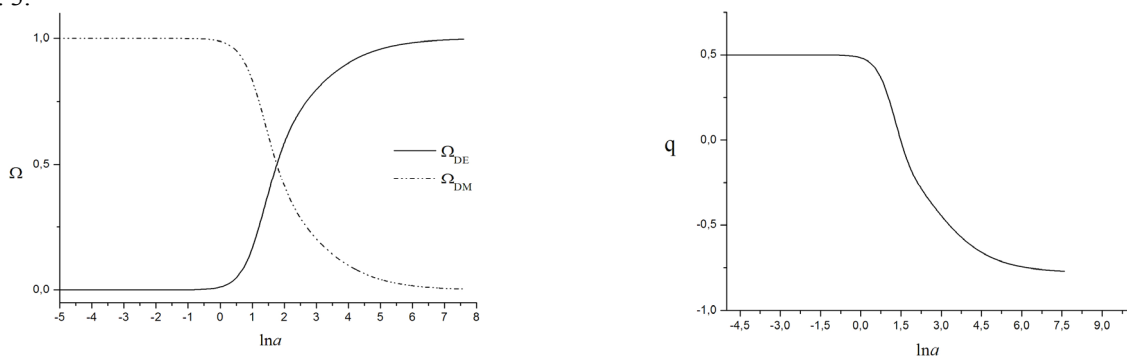


Рис. 3. Результаты численного интегрирования уравнения Клейна–Гордона, совместно с уравнением Фридмана, для Вселенной, заполненной скалярным полем в потенциале (13) и материей.

Левый график отображает зависимость относительных плотностей скалярного поля и материи, правый, – параметра замедления. Область $\Omega_\varphi \approx \Omega_m$ полностью определяется значением α / M .

Для обеспечения переходного ускорения в определенный момент времени необходимо ввести в потенциал определенный ландшафт, не дающий полю беспрепятственно скатиться в минимум потенциала.

Рассмотрим также случай квадратичного потенциала (причина этого станет ясна позже)

$$V(\varphi) = \frac{M^2 \varphi^2}{2}. \quad (18)$$

Уравнение движения, в этом случае сводится к уравнению колебаний с переменным трением, так как параметр Хаббла, вообще говоря, зависит от времени,

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + M^2\varphi = 0. \quad (19)$$

В действительности, как мы уже отмечали, надо решать самосогласованную задачу, когда эволюция $H(t)$ определяется самим скалярным полем φ . Зависимость относительных плотностей в этом случае приведено на рис.4. Далее проанализируем простой случай $H = \text{const}$, отвечающий решению де Ситтера. Физически такой случай реализуется, если полный тензор энергии-импульса, входящий в уравнение Эйнштейна, определяется какими-то другими полями (среди них, быть может, есть еще скалярные), которые устроены так, что для них справедливо соотношение $p = -\rho$, приводящее к деситтеровскому режиму $H = \text{const}$.

Решение уравнения (19), будем искать в виде $\varphi(t) = \varphi_0 e^{\lambda t}$, где λ — комплексное число, удовлетворяющее квадратному уравнению

$$\lambda^2 + 3H\lambda + M^2 = 0, \quad (20)$$

корни, которого равны:

$$\lambda = -\frac{3}{2}H \pm \sqrt{\frac{9}{4}H^2 - M^2}. \quad (21)$$

Случай $M > 3/2H$ сводится фактически к эволюции скалярного поля на стационарном фоне. Единственное отличие от решения вида e^{iMt} заключается в адиабатическом уменьшении амплитуды с декрементом $3/2H$.

Более интересная ситуация возникает при $M \ll H$. Физически это сводится к тому, что фон меняется быстрее самого поля φ . Тогда корни (21) приближенно равны

$$\lambda_1 = -3H, \quad \lambda_2 = -M^2/3H. \quad (22)$$

$$\varphi_1(t) = \varphi_1 e^{-3Ht} \text{ и } \varphi_2(t) = \varphi_2 e^{-M^2 t/3H}. \quad (23)$$

Первое из этих двух решений с течением времени падает существенно быстрее второго, так как $3H \gg M^2/3H$. Поэтому из фактически произвольной суперпозиции

$$\varphi(t) = \varphi_1 e^{-3Ht} + \varphi_2 e^{-M^2 t/3H} \quad (24)$$

с течением времени выживает только второй член. Исключение составляет лишь вырожденный случай $\varphi_2 = 0$.

Плотность энергии и давление, отвечающие решению (24) соответственно равны:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} \left(3H\varphi_1 e^{-3Ht} + \frac{M^2}{3H}\varphi_2 e^{-\frac{M^2}{3H}t} \right)^2 + \frac{M^2}{2} \left(\varphi_1 e^{-3Ht} + \varphi_2 e^{-\frac{M^2}{3H}t} \right)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{M^2}{2} \varphi_2^2 e^{-\frac{2M^2}{3H}t} \left(1 + \frac{M^2}{9H^2} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{2} \left(3H\varphi_1 e^{-3Ht} + \frac{M^2}{3H}\varphi_2 e^{-\frac{M^2}{3H}t} \right)^2 - \frac{M^2}{2} \left(\varphi_1 e^{-3Ht} + \varphi_2 e^{-\frac{M^2}{3H}t} \right)^2 \rightarrow \\ &\rightarrow -\frac{M^2}{2} \varphi_2^2 e^{-\frac{2M^2}{3H}t} \left(1 - \frac{M^2}{9H^2} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Мы видим, таким образом, что соотношение между p и ρ экспоненциально быстро (как e^{-3Ht}) стремится к $p = -\rho$, с точностью до членов порядка $(M/3H)^2$. Наоборот, при сжатии Вселенной, что отвечает изменению знака H , выживает только первое слагаемое в (24) и уравнение состояния стремится к предельно жесткому $p = +\rho$.

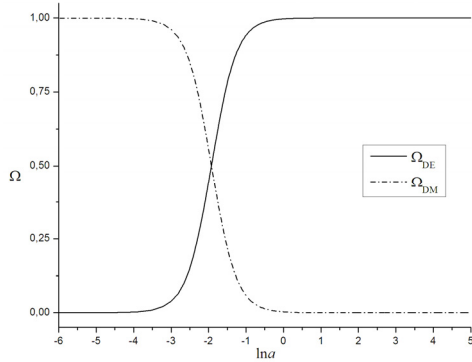


Рис.4. Зависимость относительных плотностей темной материи Ω_{DM} и Ω_{DE} , в случае, когда в роли темной энергии выступает скалярное поле в квадратичном потенциале (18).

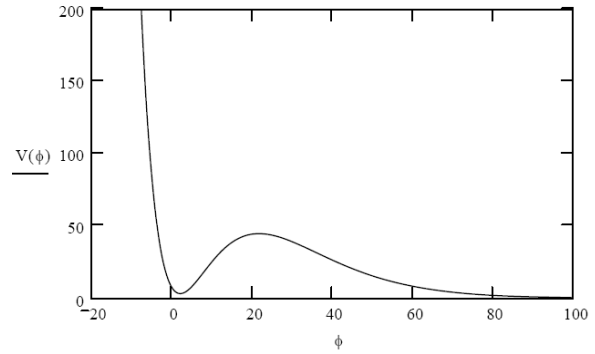


Рис.5. Зависимость потенциала $V(\varphi) = e^{-\lambda\varphi} (A + (\varphi - \varphi_0)^2)$ от скалярного поля, в случае $\lambda = 0,1$, $A = 4$, $\varphi_0 = 2$.

Рассмотрим также потенциал, который состоит из произведения двух типов потенциалов, рассмотренных ранее. Общий вид такого потенциала, предложенный в [2], имеет вид:

$$V(\varphi) = V_p(\varphi)e^{-\lambda\varphi}, \tag{27}$$

где $V_p(\varphi)$ полином. Такие потенциалы возникают как низкоэнергетический предел М теории.

Проанализируем простейший вид такого потенциала (см рис. 5), приводящий переходному ускорению[3]:

$$V(\varphi) = e^{-\lambda\varphi} (A + (\varphi - \varphi_0)^2), \tag{28}$$

где A и φ_0 постоянные параметры.

Найдем точки локального минимума. Условие $\frac{dV(\varphi)}{d\varphi} = 0$ приводит к квадратному уравнению:

$$\lambda\varphi^2 - 2\varphi' + \lambda A = 0, \text{ где } \varphi_{\min} - \varphi_0 = \varphi' \text{ и, следовательно}$$

$$\varphi_{\min} = \varphi_0 + \left(1 \pm \sqrt{1 - \lambda^2 A}\right) / \lambda. \tag{29}$$

Ускорение начинается, когда поле попадает в локальный минимум потенциала, при $\varphi_{\min} = \varphi_0 + \left(1 \pm \sqrt{1 - \lambda^2 A}\right) / \lambda$, который создается квадратичным множителем в формуле (28), при $1 \geq \lambda^2 A$. Когда поле перейдет в состояние фальшивого вакуума его кинетической энергией можно будет пренебречь (т.к. $\varphi \approx const$). Последующее доминирование ρ_ϕ вызывается почти постоянным значением потенциальной энергии $\dot{\varphi}^2 \ll 2V(\varphi)$, что запускает период ускоренного расширения Вселенной $w \rightarrow -1$, который никогда не заканчивается. Однако этим не исчерпывается возможная эволюция Вселенной, заполненной скалярным полем с потенциалом (28). Более того такое поведения не является характерным.

Результаты численного интегрирования показывают (см рис.6), что для некоторых начальных условий (значения поля, и параметров потенциала порядка планковских) должно наблюдаться переходное ускорение. К тому же на протяжении жизни Вселенной возможна не одна такая стадия. В этом потенциале стадия ускоренного расширения Вселенной продолжается лишь небольшое время по сравнению с полным временем эволюции. Это объясняется квадратичным множителем в потенциале. После того как скалярное поле преодолет этот локальный минимум, его динамика будет соответствовать динамике свободного поля, уравнение состояния которого стремится к предельно жесткому. Заметим, что это обеспечивается не сменой доминирующей компоненты, (во Вселенной, с некоторого момента начинает преобладать темная энергия), а изменением ее уравнения состояния.

Как и все модели с квинтэссенцией, дающие лишь качественную возможность объяснения динамики темной энергии, такая модель не объясняет того факта, что переходное ускорение наблюдается именно в настоящее время, а лишь дает принципиальную возможность для этого. Такие феноменологические модели не дают возможности объяснить положение локального минимума потенциала, а значит и момент начала, и продолжительность стадии переходного ускорения. Этот факт уменьшает уверенность того насколько такие модели способны претендовать на то, что бы действительно объяснять переходное ускорение Вселенной.

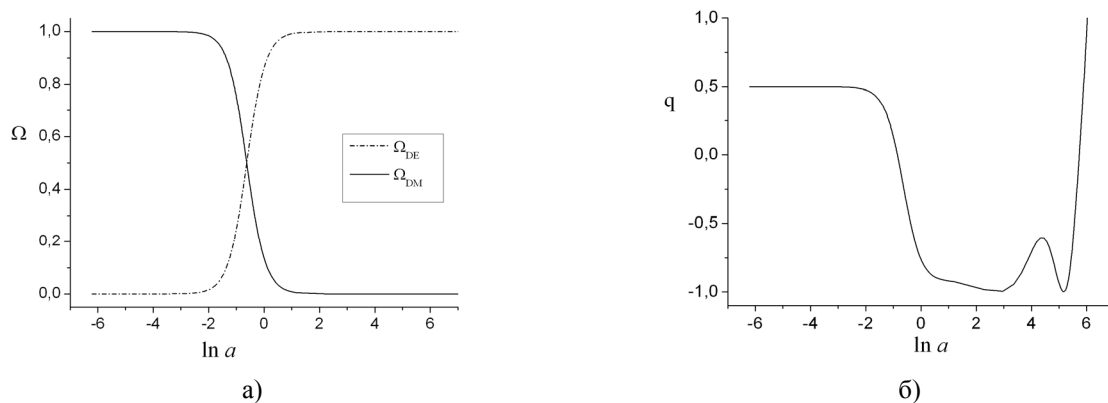


Рис.6. Результаты численного интегрирования уравнений Фридмана, для Вселенной заполненной веществом и скалярным полем, в потенциале (28), с $\lambda = 1, 2$; $A\lambda^2 = 1$.

а) – зависимость относительной плотности энергии ТМ и ТЭ от масштабного фактора, б) – зависимость параметра замедления от масштабного фактора.

РАСПАДАЮЩАЯСЯ ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ КАК СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ

Предположение того, что темная энергия может распасться приводит к интересным последствиям ее дальнейшей эволюции. Понять то, что ТЭ может быть нестабильной можно, заметив качественную аналогию между свойствами ТЭ сегодня и различным типами «ТЭ», одним из которых, является – скалярное поле инфлантон, которое постулируется инфляционным сценарием ранней Вселенной. Есть два аспекта этой аналогии. С одной стороны, факт того, что форма материи, имеющая большое отрицательное давление, доминирует в настоящее время, не является более неестественным, чем та форма материи (с $w < 0$), которая доминировала в далеком прошлом. С другой стороны, так как «ТЭ» в ранней Вселенной была нестабильна и распадалась (инфляция), возникает вопрос: может ли наблюдаемая сегодня ТЭ иметь похожую природу с полем вызвавшим инфляцию. Мы рассматриваем возможность того, что ТЭ, подобно инфлантону в ранней Вселенной, может распасться.

Космологические модели, в которых темная энергия распадается, приводит к многочисленным возможностям, одной из которых является наличие переходного ускорения, которое закончится когда плотность ТЭ станет достаточно малой. Динамика такой Вселенной, очевидно, будет отличаться от эволюции в рамках СКМ.

Рассмотренная нами модель распадающейся темной энергией (РТЭ) является прообразом общепринятой инфляционной модели, в которой поле, вызвавшее инфляционное расширение Вселенной подвергается распаду.

Рассмотрим модель скалярного поля, с потенциалом принимающем как положительные, так и отрицательные значения [12]:

$$V(\varphi) = V_0 \cos \frac{\varphi}{f}, \quad f = \frac{\sqrt{V_0}}{m}. \quad (30)$$

Предположение о том, что потенциал скалярного поля может принимать отрицательные значения является очень любопытным, но следует помнить, что кроме принципиальной возможности дать объяснение наблюдаемому переходному ускорению, эта модель не следует, ни из каких либо наблюдательных данных. Тем не менее, такие эффективные потенциалы часто возникают в супергравитации и М-теории. Мы покажем, что в рамках этой модели можно получить переходное ускорение. Заметим также, что в космологии с отрицательными потенциалами эволюция Вселенной коренным образом отличается от СКМ. Так, например, в случае, когда в уравнении Фридмана доминирует потенциальная энергия, $V(\varphi)$, принимающая отрицательное значение

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{1}{3} \left(\rho + \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right), \quad (31)$$

становится возможным коллапс даже пространственно плоской Вселенной, которого в принципе не может быть в СКМ, но это может случиться только на поздних этапах эволюции Вселенной, задолго до того как закончится переходное ускорение.

До момента, при котором Вселенная начнет коллапсировать может произойти несколько стадий переходного ускорения (см. рис.7), которые становятся более частыми при подходе к моменту коллапса.

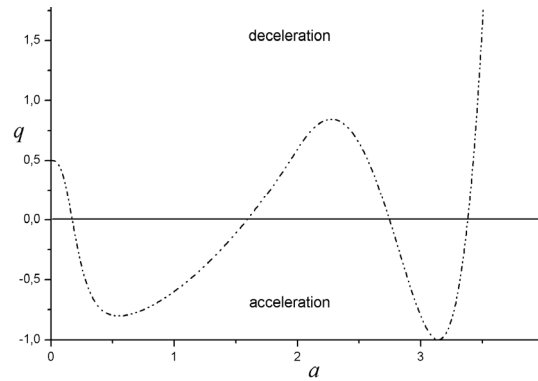


Рис.7. Зависимость параметра замедления от масштабного фактора, для Вселенной заполненной материей и темной энергией в форме скалярного поля в потенциале $V(\varphi) = V_0 \cos(\varphi m / \sqrt{V_0})$, при $m = 0,74$; $V_0 = 150$, $\varphi(0) = 0,23$, $\varphi'(0) = 0$. Настоящему времени соответствует $a = 1$. Параметры потенциала подобраны так, чтобы значение параметра замедления было то же что и в СКМ, $q(1) \approx -0,6$.

МОДЕЛИ ПЕРЕХОДНОГО УСКОРЕНИЯ С ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ ТЭ И ТМ

Другой способ достичь переходного ускорения – это предположить что компоненты, входящие в состав Вселенной, взаимодействуют и в процессе эволюции Вселенной происходит распад одной компоненты в другую. Ветерич [10] один из первых предложил модель с взаимодействующими компонентами во Вселенной. В рамках таких моделей в процессе эволюции Вселенной темная энергия может распадаться в материю, что в свою очередь ведет к уменьшению ее относительной плотности энергии. Как известно темная энергия в ответе за ускоренное расширение Вселенной, однако в моделях с взаимодействующими темной энергией и материей, расширение Вселенной может меняться от ускоренного к замедленному (и, наоборот) в процессе эволюции Вселенной. Модели с взаимодействующими темной энергией и материей дают возможность решить ряд проблем, возникающих в СКМ, о которых мы говорили выше.

Заметим, что взаимодействие мы рассматриваем феноменологически и на данном этапе решения проблемы, нас не интересует взаимодействие на микроскопическом уровне. Более того существующие знания о природе ТЭ не дают возможности сказать что-либо о взаимодействии на данном уровне. Однако отсутствие знаний о природе ТЭ не мешают нам строить модели, описывающие динамику Вселенной которые соответствуют наблюдательным данным. В физике есть много примеров, где тот или иной процесс рассматривается феноменологически. Например, в механике для вычисления силы трения важно лишь знание коэффициента трения для трущихся веществ, и нас абсолютно не интересует, как трение возникает на атомном уровне. Предположение о том, что ТЭ взаимодействует с материей, является более естественным, чем предположение об отсутствии взаимодействия. В данном разделе мы рассмотрим простые модели, в рамках которых происходит переходное ускорение.

Рассмотрим пространственно плоскую Вселенную, состоящую из трех компонент [11]: темной энергии (ТЭ), темной материи (ТМ) и барионов. Тогда первое уравнение Фридмана для такой Вселенной имеет вид:

$$3H^2 = \rho_\varphi + \rho_m + \rho_b, \quad (32)$$

где ρ_φ – плотность энергии ТЭ, ρ_m – плотность энергии ТМ, ρ_b – плотность энергии барионов, $H = \frac{\dot{a}}{a}$ – параметр Хаббла. Уравнение состояния для ТЭ имеет вид $p_\varphi = w\rho_\varphi$.

Уравнения сохранения в случае взаимодействия имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_\varphi + 3H(1+w)\rho_\varphi &= -Q; \\ \dot{\rho}_m + 3H\rho_m &= Q, \end{aligned} \quad (33)$$

где Q – характеризует взаимодействие. Уравнение сохранения для барионной компоненты:

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0 \Rightarrow \rho_b = \rho_{b0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3. \quad (34)$$

Общая плотность $\rho = \rho_m + \rho_b + \rho_\varphi$.

Не теряя общности, принимаем, что плотность энергии ρ_m ,

$$\rho_m = \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 f(a), \quad (35)$$

где $\tilde{\rho}_{m0}$ и a_0 константы, а $f(a)$ произвольная, зависящая от времени функция.

Из (31) и (33) получим

$$Q = \rho_m \frac{\dot{f}}{f} = \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \dot{f}. \quad (36)$$

Пусть $f(a)$ имеет вид

$$f(a) = 1 + g(a). \quad (37)$$

В отсутствии взаимодействия $f(a) = 1$, таким образом, за взаимодействие отвечает функция $g(a)$.

Тогда принимая во внимание

$$\dot{f} = \dot{g} = \frac{dg}{da} \dot{a}, \quad (38)$$

мы получим

$$Q = \tilde{\rho}_{m0} \frac{dg}{da} \dot{a} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3. \quad (39)$$

Для ρ_m это означает, что

$$\rho_m = \tilde{\rho}_{m0} (1 + g) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3, \quad (40)$$

где $\rho_{m0} = \rho_m(a_0)$ при наличии взаимодействия, аналогично $\tilde{\rho}_{m0}$ – в отсутствие взаимодействия; две начальные величины плотности ТМ, связаны следующим образом

$$\rho_{m0} = \tilde{\rho}_{m0} (1 + g_0), \quad (41)$$

где $g_0 \equiv g(a_0)$. Как видно из (36) в случае, если Q положительная величина, то происходит распад темной энергией в темную материю $\frac{dg}{da} > 0$. Для $\frac{dg}{da} < 0$ распад происходит в обратном направлении.

Исходя из уравнений (33) и (39)

$$\dot{\rho}_\varphi + 3H(1+w)\rho_\varphi = -\tilde{\rho}_{m0} \frac{dg}{da} \dot{a} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3. \quad (42)$$

Считая, что $w = const$ решение уравнения (42) имеет вид

$$\rho_\varphi = (\rho_{\varphi 0} + \tilde{\rho}_{m0} g_0) \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)} - \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 g + 3w\tilde{\rho}_{m0} a_0^3 a^{-3(1+w)} \int_{a_0}^a da g a^{3w-1}. \quad (43)$$

Перепишем второе уравнение Фридмана в терминах $g(a)$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} = & -\frac{1}{6} \left\{ \tilde{\rho}_{m0} (1+g) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \rho_{b0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + (1+3w) \times \right. \\ & \left. \times \left[(\rho_{\varphi 0} + \tilde{\rho}_{m0} g_0) \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)} - \tilde{\rho}_{m0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 g + 3w\tilde{\rho}_{m0} a_0^3 a^{-3(1+w)} \int_{a_0}^a da g a^{3w-1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (44)$$

Для решения уравнения (44) необходимо определить вид функции $g(a)$. Поскольку не существует знаний о природе, как темной энергии, так и темной материи, вид функции $g(a)$ невозможно указать из первых принципов, поэтому для нашей модели мы феноменологически введем взаимодействие, таким образом, чтобы динамика такой модели соответствовала наблюдательным данным.

Мы рассматриваем взаимодействие, для которого функция $g(a)$ представлена в виде $g(a) = a^n \exp(-a^2 / \sigma^2)$, где n – натуральное число, а σ – положительное вещественное число. Переходное ускорение подразумевает под собой, то что плотность ТЭ начинает уменьшаться, т.е происходит ее распад

$\frac{dg}{da} > 0$. Это условие требует что бы n и σ удовлетворяли неравенству $n\sigma^2 > 2$.

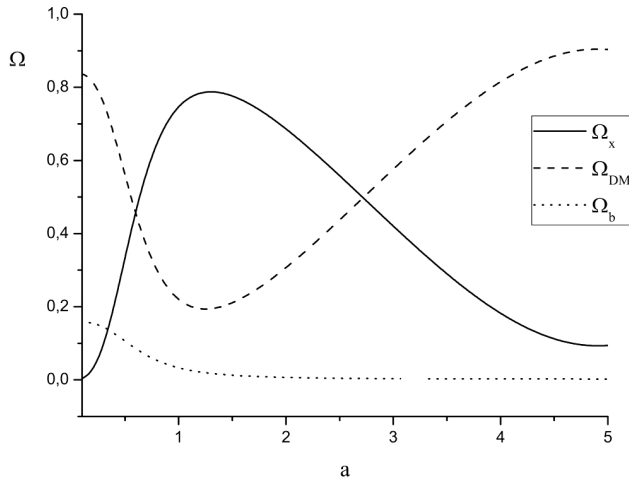


Рис.8. Зависимости относительных плотностей от масштабного фактора при $n = 7$ и $\sigma = 1,5$.

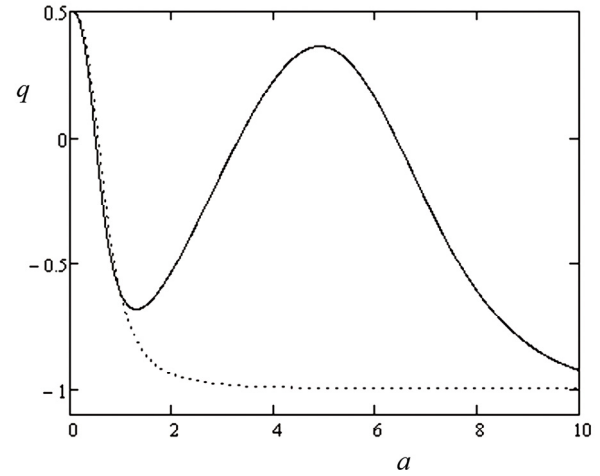


Рис.9. Зависимость параметра замедления от масштабного фактора в модели с взаимодействующими темной энергии и темной материи $q(a)$ (сплошная линия), а также в СКМ.

Рассмотренная модель, при определенном выборе параметров взаимодействия позволяет обеспечить переходное ускорение, однако при больших значениях (как и при малых) масштабного фактора, она не отличима от СКМ (рис. 8 и 9).

Для решения проблемы совпадений [1], в литературе рассматривалась модель взаимодействующих ТЭ и ТМ

$$\frac{\rho_{DM}}{\rho_{DE}} = b \left(\frac{a_0}{a} \right)^\xi. \tag{45}$$

Случай, когда $\xi = 3$ соответствует СКМ. Для $\xi < 3$ решение проблемы совпадений облегчается.

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{DM} + 3H\rho_{DM} &= Q; \\ \dot{\rho}_{DE} + 3H\rho_{DE}(1 + w_{DE}) &= -Q. \end{aligned} \tag{46}$$

Покажем, что при подходящем выборе взаимодействия Q мы можем воспроизвести требуемое поведение отношения плотностей ρ_{DM} / ρ_{DE} .

Из уравнения (45)

$$\dot{\rho}_{DM} = \dot{\rho}_{DE} b(1+z)^\xi - \xi\rho_{DE} b(1+z)^\xi H. \tag{47}$$

Комбинируя уравнения (45), (46) и (47) получим:

$$Q - 3H\rho_{DM} = -(Q + 3H\rho_{DE}(1 + w_{DE}))b(1+z)^\xi - \xi\rho_{DM}H. \tag{48}$$

И окончательно:

$$Q = -3H \frac{\frac{\xi}{3} + w_{DE}}{1 + b(1+z)^\xi} \rho_{DM}. \tag{49}$$

Из последнего выражения видно, что, выбрав подходящее взаимодействие, можно получить требуемое соотношение плотностей (45).

Рассмотрим случай когда $Q \neq 0$, следовательно $\xi + 3w_{DE} \neq 0$.

Пусть $w_{DE} = -1$, $\xi = 1$. В этом случае $Q > 0$ означает, что происходит непрерывный перенос энергии от темной энергии к темной материи и суммарная плотность энергии

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1+b)^3} \left[1 + b \frac{a_0}{a} \right]^3. \tag{50}$$

Рассмотрим обобщение этой модели:

$$\frac{\rho_{DM}}{\rho_{DE}} = f(a), \quad (51)$$

где $f(a)$ – дифференцируемая функция масштабного фактора. Действуя аналогично предыдущей модели, получим взаимодействие Q в виде

$$Q = -\frac{3H \left(w - \frac{a}{3} \frac{d \ln f(a)}{da} \right)}{1 + f(a)} \rho_{DM}. \quad (52)$$

Уравнение сохранения тогда будет иметь вид:

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H \left(1 + w - \frac{f(a) \left(w - \frac{a}{3} \frac{d \ln f(a)}{da} \right)}{1 + f(a)} \right) \rho_{DE} = 0. \quad (53)$$

Решение этого уравнение можно представить в виде

$$\rho_{DE}(a) = \rho_{DE0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)} \exp \left(3 \int_1^a \frac{f(a) \left(w - \frac{a}{3} \frac{d \ln f(a)}{da} \right) da}{1 + f(a)} \frac{1}{a} \right), \quad (54)$$

и следовательно

$$\rho_{DM}(a) = \rho_{DM0} \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3(1+w)} f(a) \exp \left(3 \int_1^a \frac{f(a) \left(w - \frac{a}{3} \frac{d \ln f(a)}{da} \right) da}{1 + f(a)} \frac{1}{a} \right). \quad (55)$$

Аналогично вопросу о том, почему именно в настоящее время плотности темной энергии и темной материи приблизительно совпадают, можно задать вопрос: почему переходное ускорение наблюдается именно в настоящее время? Как уже говорилось ранее, все рассмотренные выше модели для обеспечения этого совпадения требовали специальный выбор начальных условий и параметров потенциала. Переходное ускорение в этих моделях явление не частое, а присуще только короткому периоду эволюции Вселенной.

Рассмотрим такую (искусственную) модель, которая, как нам кажется, лишена подобных недостатков.

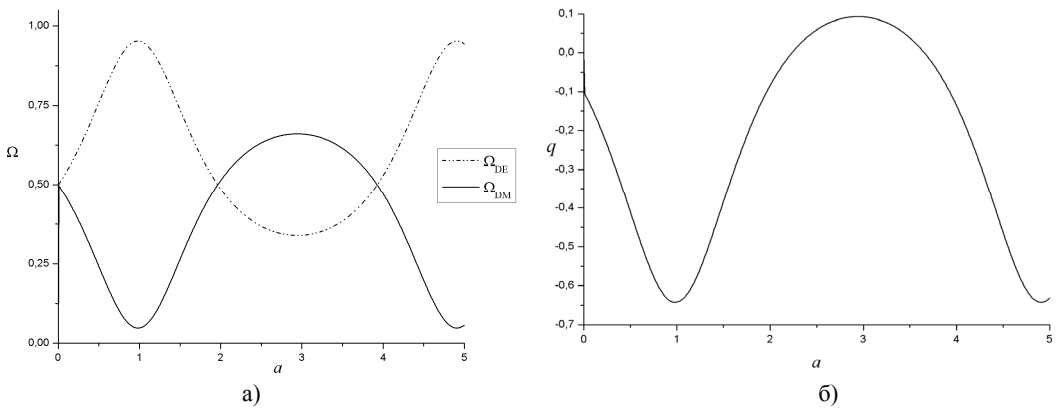


Рис. 10. Зависимость относительных плотностей ТЭ и ТМ в случае модели (52) при $A = 0,95$, $B = 1,6$, $w = -0,8$.

а) – зависимость относительной плотности энергии ТМ и ТЭ от масштабного фактора, б) – зависимость параметра замедления от масштабного фактора.

Предположим, что плотности темной материи и темной энергии связаны соотношением:

$$\frac{\rho_{DM}}{\rho_{DE}} = f(a) = 1 - A \sin(Ba). \quad (56)$$

В этой модели плотности ТЭ и ТМ постоянно переходят друг в друга, и следовательно переходное ускорение – обычное явление (см. рис. 10).

Множество начальных условий порождающих переходное ускорение (пусть даже и не в современную эпоху) содержит не один элемент, как в предыдущих моделях, а непрерывное множество.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты целого множества последних наблюдений приводят к выводу о невозможности с помощью СКМ описать динамику Вселенной. Согласно этим наблюдениям ускорение, с которым расширяется Вселенная, достигло своего максимума и сейчас начинает уменьшаться. Такой сценарий несовместим с общепринятой Стандартной космологической моделью. В работе рассмотрены космологические модели, скорость расширения в которых, в отличие от СКМ, имеет немонотонный характер. Эти модели можно разделить на два класса.

В одном из них необходимая зависимость параметра замедления от масштабного фактора обеспечивается темной энергией в форме скалярного поля, эволюционирующего в потенциале. Когда поле быстро скатывается вдоль потенциала и удовлетворяет условию $\dot{\varphi}^2 \gg 2V(\varphi)$, так что $w \geq 0$ и ускорение Вселенной начинает уменьшаться. В случае же когда $\dot{\varphi}^2 \ll 2V(\varphi)$, уравнение состояния имеет вид $w \approx -1$, скалярное поле эквивалентно космологической постоянной и Вселенная ускоряется.

Во втором случае необходимая динамика достигается за счет взаимодействия между темной энергией и темной материей. В одном из вариантов таких моделей скалярное поле, играющее роль темной энергии и обеспечивающее ускоренное расширение Вселенной, начиная с некоторого момента, начинает распадаться в гравитационно притягивающую темную материю, которая и заставляет Вселенную уменьшить темп своего расширения.

Все перечисленные модели являются феноменологическими, а поэтому дают лишь принципиальную, качественную возможность объяснить переходное ускорение.

Мы благодарны Ю.Л. Болотину, без помощи которого создание этой статьи было бы невозможным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I. Zlatev, L. Wang, & P. Steinhardt Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant // arXiv:astro-ph/9807002. – 1998. – P.13.
2. Andreas Albrecht Phenomenology of a Realistic Accelerating Universe Using Only Planck–Scale Physics // Phys. Rev. Lett. – 1998. - Vol. 84. – P.2076-2079.
3. John D. Barrow, Rachel Bean, and Joao Magueijo Can the Universe escape eternal acceleration? // ArXiv:astro-ph/0004321v1. – 2000. – P.6.
4. S. Perlmutter et al. The Supernova Cosmology Project // Nature – 1988. - Vol.391. – 1998. – P.51.
5. P.M. Garnavich et al. Cosmic microwave background experiments from space // Ap. J. Letters. – 1988. - Vol.493. – P.53–57.
6. B.P. Schmidt Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // Ap. J. – 1998. – Vol.507. – P. 46–63.
7. A.G. Riess et al. Supernova Limits on the Cosmic Equation of State // Ap. J. – 1998. – Vol.509. – P.74–79.
8. V. Sahni, A. Shafieloo and A. A. Starobinsky Two new diagnostics of dark energy // Phys. Rev. D. – 2008. – Vol.78. – P.11.
9. C. Zunckel and C. Clarkson Consistency Tests for the Cosmological Constant // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol.101. – P.4.
10. Christof Wetterich The cosmon model for an asymptotically vanishing time-dependent cosmological constant // arXiv:hep-th/9408025v1. – 1994. – P.19.
11. Julio C. Fabris, Bernardo Fraga, Nelson Pinto-Neto and Winfried Zimdah, Transient cosmic acceleration from interacting fluids // arXiv:astro-ph./0910.3246. – 2009. – P.19.
12. Ujjaini Alam, Varun Sahni and A. A. Starobinsky Can dark energy be decaying? // arXiv:astro-ph/0302302. – 2003. – P.13.
13. А.Д. Долгов, Я.Б. Зельдович, М.В. Сажин Космология ранней Вселенной. – МГУ, 1988. – 199 с.