УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ ЗАПЕРТЫХ И ПРОЛЕТНЫХ ЧАСТИЦ НА ЧЕРЕНКОВСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН В СФЕРИЧЕСКИХ ТОКАМАКАХ

Н.И. Гришанов
Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, 61077, Харьков
E-mail: n.i.grishanov@gmail.com
Поступила в редакцию 18 января 2010 г.

Аналитически описаны пролетные и три группы запертых частиц в тороидальной плазме с D-образным поперечным сечением магнитных поверхностей. Вычислен вклад этих частиц в элементы продольной диэлектрической восприимчивости радиочастотных волн в осесимметричных токамаках при произвольном аспектном отношении, произвольной эллиптичности и малой треугольности. Рассмотрены предельные переходы к известным результатам для более простых моделей плазмы. Полученные диэлектрические характеристики применимы для оценки черенковского поглощения волн электронами плазмы при ее нагреве и генерации токов увлечения в диапазоне частот альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн в токамаках с круглым, эллиптическим и D-образным сечением магнитных поверхностей. Поглощаемая в плазме мощность выражена в виде суммы членов содержащих мнимые части как диагональных, так и недиагональных элементов диэлектрической восприимчивости.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: пролетные и запертые частицы, токамаки, круглые, эллиптические и D-образные сечения, продольная диэлектрическая восприимчивость, бесстолкновительная диссипация волн.

INFLUENCE OF THE TRAPPED AND UNTRAPPED PARTICLES ON THE CHERENKOV WAVE DISSIPATION IN SPHERICAL TOKAMAKS

N.I. Grishanov
V.N. Karazin Kharkiv National University, Svobody sq., 4, 61077, Kharkiv
Untrapped (passing, circulating) and three of the trapped particles are described analytically in a toroidal plasma with D-shaped transverse cross-sections of the magnetic surfaces. Contributions of these particles to the longitudinal dielectric susceptibility elements are derived for radio-frequency waves in axisymmetric tokamaks under arbitrary aspect ratio, arbitrary elongation and small triangularity. The corresponding limits for the simpler plasma models are considered. Our dielectric characteristics are suitable to estimate the wave dissipation by electron Landau damping during the plasma heating and current drive generation in the frequency range of Alfvén and fast magnetosonic waves, for both the large and low aspect ratio tokamaks with circular, elliptic and D-shaped magnetic surfaces. The dissipated wave power is expressed by the summation of terms including the imaginary parts of both the diagonal and non-diagonal elements of the parallel susceptibility.
KEY WORDS: trapped and untrapped particles, tokamaks, circular, elliptic and D-shaped cross-sections, longitudinal dielectric susceptibility, collisionless wave dissipation.

ВПЛИВ ЗАПЕРТИХ ТА ПРОЛІТНИХ ЧАСТИНКОК НА ЧЕРЕНКОВСЬКЕ ПОГЛИНАННЯ ХВИЛЬ В СФЕРИЧНИХ ТОКАМАКАХ

М.І. Гришанов
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, пл. Свободи, 4, 61077, Харків
Аналітично описані пролітні та три групи запертих частинок у тороїдальній плазмі з D-подібним поперечним перерізом магнітних поверхонь. Розраховано внесок цих частинок до елементів поздовжньої діелектричної сприйнятливості радіочастотних хвиль в осісиметричних токамаках при довільному аспектному співвідношенні, довільній еліптичності та малій трикутності. Розглянуто граничний перехід до деяких результатів для більш простих моделей плазми. Отримані діелектричні характеристики мають бути використані для оцінки черенковського поглинання хвиль електронами плазми при її нагріву і генерації струмів захоплення у діапазоні частот альфвеновських і швидких магнітозвукових хвиль в токамаках з коловим, еліптичним та D-подібним перерізом магнітних поверхонь. Поглинута у плазмі потужність має бути виражена через суму членів які містять в собі уявні частини як діагональних, так і недіагональних елементів діелектричної сприйнятливості.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: пролітні та заперті частинки, токамаки, колові, еліптичні та D-подібні перерізи, повздовжня діелектрична сприйнятливість, беззіткненна дисипація хвиль.

Как известно, для достижения условий термоядерного синтеза в токамаках (как с большим, так и малым аспектным отношением) одного омического нагрева не достаточно, необходим дополнительный нагрев плазмы. Альтернативными методами дополнительного нагрева служат инжекция энергичных пучков заряженных либо нейтральных частиц и ВЧ методы, использующие возможность эффективного ввода в плазму энергии мощного электромагнитного излучения от внешнего источника (антенна, ВЧ генератор). ВЧ методы привлекательны тем, что параллельно с решением проблемы дополнительного нагрева позволяют генерировать в плазме безындукционный квазистационарный ток, оказывающий существенное влияние на величину и профиль равновесного тока во время разряда, вплоть до замещения индукционного тока безындукционным. Обычно эти аспекты кинетической теории волн изучаются на основании решения системы уравнений Власова-Максвелла. Однако для токамаков эта задача даже в линейном приближении становится довольно сложной, поскольку при решении дифференциальных волновых уравнений приходится использовать интегральные диэлектрические характеристики. Вид компонент тензора диэлектрической восприимчивости, χ_{ik}, зависит существенно от геометрии двумерно- или трехмерно-неоднородного равновесного магнитного поля, параметров плазмы и диапазона частот.

Простейшей двумерной моделью плазмы тороидальных установок служит плазма аксиально-симметричного токамака с магнитными поверхностями, представляющими вложенные торы круглого поперечного сечения с общей осью. Для краткости такую модель плазмы с концентрическими магнитными поверхностями называют иногда моделью осесимметричного токамака круглого сечения. Эта модель является хорошим приближением для токамаков с большим аспектным отношением (когда малый радиус плазмы $\rho=a$ много меньше большого радиуса R_0, $\rho/R_0<<1$) и успешно использовалась в фундаментальных работах, см., например [1-6] и цитируемую там литературу, при исследовании влияния тороидальных эффектов на волновые процессы в токамаках и стеллараторах. Используя усредненные по магнитным поверхностям ρ=const, т.е. по полоидальному углу θ, выражения для χ_{ik}, стало возможным [1,2,5,6] проанализировать дисперсионные характеристики магнитогидродинамических волн и оценить декременты бесстолкновительного затухания альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн. Было показано, что специфические тороидальные эффекты связаны с тем, что в токамаках (в отличие от цилиндрической плазмы в прямом или винтовом магнитных полях) параллельная скорость заряженных частиц вдоль силовой линии удерживающего магнитного поля **H** не является постоянной величиной, т.е. не есть инвариант движения, а зависит от радиуса магнитной поверхности ρ и угла θ. В результате, в зависимости от угла между направлением скорости и магнитного поля, частицы плазмы в токамаке следует подразделять на пролетные, циркулирующие вдоль силовой линии поля **H** с большой модулированной скоростью, и на, так называемые, запертые частицы, имеющие точки остановки-отражения, где их параллельная скорость обращается в ноль. Поскольку траектории пролетных и запертых частиц топологически совершенно разные, то линеаризованное уравнение Власова необходимо решать отдельно для каждой группы частиц. В результате, пролетные и запертые частицы дают различный вклад в возмущенные компоненты плотности электрического тока и, соответственно, различный вклад в компоненты тензоров диэлектрической проницаемости и восприимчивости. Более того, условия черенковского резонансного взаимодействия волн с пролетными и запертыми частицами различны и, соответственно, волны в плазме по-разному поглощаются пролетными и запертыми частицами. При этом эффективность бесстолкновительного поглощения зависит существенно от соотношения фазовой скорости волны и тепловой скорости пролетных частиц (главным образом электронов) и отношения частоты волны к баунс-частоте запертых частиц. Одной из специфических особенностей тороидальной плазмы (после разложения возмущенных компонент плотности тока и электрического поля в ряды Фурье по углу θ) является вклад [3,7] всего спектра электрического поля в m-ую гармонику плотности тока: $4\pi i j_i^m / \omega = \sum_{m'}^{\pm\infty} \chi_{ik}^{m,m'} E_k^{m'}$.

Все эти особенности токамаков с большим аспектным отношением проявляются и в установках с малым аспектным отношением, см., например, [7-9] для токамаков круглого сечения. В токамаках круглого сечения (при любом аспектном отношении) равновесное магнитное поле имеет лишь один минимум (а значит, три экстремума в зависимости от полоидального угла) в экваториальной плоскости на внешней стороне магнитных поверхностей. Как следствие, в таких плазменных моделях существует лишь одна группа запертых частиц. Основной особенностью токамаков с эллиптическим сечением магнитных поверхностей [10-12] является то, что их равновесное магнитное поле, в общем случае, может иметь два локальных минимума (или пять экстремумов в зависимости от θ). В результате, наряду с пролетными и обычными t-запертыми две группы, так называемых, d-запертых частиц могут появиться на тех магнитных поверхностях, где выполняется условие [12]: $\rho / R_0 < h_\theta^2 \left(b^2 / a^2 - 1\right)$. Здесь b/a – параметр эллиптичности, а h_θ - полоидальная проекция единичного вектора вдоль направления равновесного магнитного поля.

Основной целью данной работ является описание пролетных и запертых частиц в сферических токамаках и развитие двумерной кинетической теории волн малой амплитуды в бесстолкновительной плазме таких установок с D-образным, эллиптическим и круглым сечением магнитных поверхностей. Наши расчеты основаны на решении уравнения Власова для пролетных и запертых частиц при произвольном соотношении между полоидальной и тороидальной компонентами удерживающего поля **H** без привлечения разложений по параметру обратного аспектного отношения. Это означает, что полученные результаты применимы и для крутых торов с малым аспектным отношением, т.е., для так называемых сферических токамаков, которые объединяются в особый класс термоядерных установок и нуждаются в более детальной кинетической теории волн с учетом своих геометрических и физических особенностей. К основным преимуществам и особенностям сферических токамаков [13,14] относятся: возможность создания относительно небольших установок с аспектным отношением близким к единице; реализация режимов с большим тороидальным *beta*; относительно низкие величины удерживающего магнитного поля; хорошее удержание плазмы и ее МГД устойчивость благодаря большим величинам запаса устойчивости. Эти теоретические предсказывания нашли экспериментальное подтверждение на установках START [15], MAST [16], NSTX [17], Глобус [18].

Практически все современные сферические токамаки имеют D-образное сечение магнитных поверхностей. В этой работе вычисляется аналитически вклад резонансных пролетных и трех групп запертых частиц в элементы продольной диэлектрической восприимчивости тороидальной плазмы при произвольном аспектном отношении, произвольной эллиптичности и малой треугольности магнитных поверхностей, используя методы решения дрейфово-кинетического уравнения для возмущенных функций распределения пролетных и запертых частиц в токамаках с круглыми [9], эллиптическими [12] и D-образными [19] магнитными поверхностями.

МОДЕЛЬ ПЛАЗМЫ И ДРЕЙФОВО-КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ

Для описания удерживающего магнитного поля в сферическом D-образном токамаке удобно использовать [13] квазитороидальные координаты (ρ,θ,ϕ), связанные с цилиндрическими (R,ϕ,Z) соотношениями

$$R = R_0 + \rho\cos\theta - \frac{\rho^2 d}{a^2}\sin^2\theta, \qquad \phi = \phi, \qquad Z = -\frac{b}{a}\rho\sin\theta, \tag{1}$$

где R_0 - радиус главной магнитной оси, т.е. большой радиус тора; a и b – малая и большая полуоси поперечного сечения магнитных поверхностей, а отношение d/a соответствует параметру треугольности. В (ρ,θ)-координатах изначально D-образные поперечные сечения отображаются в окружности радиуса ρ, изменяющегося в интервале $0 \le \rho \le a$; а цилиндрические проекции равновесного магнитно поля $\mathbf{H}$ задаются соотношениями

$$H_\phi = H_{\phi 0}\frac{R_0}{R}, \qquad H_R = H_{\theta 0}\frac{R_0}{R}\sin\theta\left(1 + \frac{\rho d}{a^2}\cos\theta\right), \qquad H_Z = H_{\theta 0}\frac{b}{a}\frac{R_0}{R}\cos\theta. \tag{2}$$

Здесь $H_{\phi 0}$ и $H_{\theta 0}$ являются, соответственно, амплитудами тороидального и полоидального магнитных полей на магнитной поверхности радиуса ρ. Таким образом, модуль магнитного поля H=|$\mathbf{H}$| определяется выражением

$$H(\rho,\theta) = \frac{\sqrt{H_{\phi 0}^2 + H_{\theta 0}^2}}{g(\rho,\theta)}, \tag{3}$$

где

$$g(\rho,\theta) = \frac{1 + \varepsilon\cos\theta - \delta\varepsilon\sin^2\theta}{\sqrt{1 + \lambda\cos^2\theta + \kappa\cos\theta\sin^2\theta}}, \quad \varepsilon = \frac{\rho}{R_0}, \quad \delta = \frac{\rho d}{a^2}, \quad \lambda = h_\theta^2\left(\frac{b^2}{a^2} - 1\right), \quad \kappa = 4\delta h_\theta^2, \quad h_\theta = \frac{H_{\theta 0}}{\sqrt{H_{\phi 0}^2 + H_{\theta 0}^2}}. \tag{4}$$

Отметим, что в рассматриваемой модели плазмы все магнитные поверхности подобны одна другой, т.е. одинаково вытянуты на величину b/a; параметр треугольности предполагается малым d/a<0.3; шафрановский сдвиг магнитных осей и конечные тороидальные *beta*-эффекты не учитываются.

При решении линеаризованного дрейфово-кинетического уравнения для возмущенной функции распределения,

$$f(t,\mathbf{r},\mathbf{v}) = f(\rho,\theta,v_\parallel,\mathrm{v}_\perp)\exp(-i\omega t + in\phi), \tag{5}$$

следует ввести, как обычно [20], две новые переменные в пространстве скоростей, связанные с законами сохранения энергии $v_\parallel^2 + v_\perp^2 = const$ и магнитного момента $v_\perp^2/2H = const$. После введения переменных v (энергия частиц) и μ (обезразмеренный магнитный момент) вместо продольной ($v_\parallel$) и поперечной ($v_\perp$) компонент скорости:

$$v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2, \qquad \mu = \frac{v_\perp^2}{v_\parallel^2 + v_\perp^2}g(\rho,\theta), \tag{6}$$

возмущение функции распределения плазменных частиц (ионов и электронов) может быть найдено в виде

$$f(\rho,\theta,v_\parallel,v_\perp) = \sum_{s=\pm 1} f_s(\rho,\theta,v,\mu). \tag{7}$$

Поскольку новые переменные связаны с интегралами движения, то их использование позволяет избавиться от двух частных производных по скоростным переменным в уравнении Власова [20]. В результате дрейфово-кинетическое уравнение для возмущенной функции распределения частиц f_s в нулевом приближении по параметру замагниченности, после усреднения по углу гиротропного вращения, сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка относительно полоидального угла θ:

$$\sqrt{\frac{1 - \mu/g(\rho,\theta)}{1 + \lambda\cos^2\theta + 4\delta h_\theta^2\cos\theta\sin^2\theta}}\left(\frac{\partial f_s}{\partial\theta} + \frac{in\varepsilon\, h_\varphi f_s/h_\theta}{1 + \varepsilon\cos\theta - \varepsilon\delta\sin^2\theta}\right) - is\frac{\omega\rho}{vh_\theta}f_s = \frac{e\rho E_\parallel F}{Th_\theta}\sqrt{1 - \frac{\mu}{g(\rho,\theta)}}, \tag{8}$$

где

$$F = \frac{N}{\pi^{1.5}v_T^3}\exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right), \qquad v_T = \sqrt{\frac{2T}{M}}. \tag{9}$$

Здесь $E_\parallel = \mathbf{E}\cdot\mathbf{h}$ - параллельная относительно $\mathbf{h} = \mathbf{H}/H$ компонента возмущенного электрического поля;

равновесная функция распределения частиц F задана в виде максвелловской с плотностью частиц N, температурой T, зарядом e и массой M. Поскольку структура уравнения исходного дрейфово-кинетического уравнения одинакова для ионов и электронов, то индекс сорта частиц в (8) опущен. С помощью индексов $s=\pm 1$ удобно отличать функции f_s с положительной и отрицательной проекциями параллельной скорости относительно **H:**

$$v_{\parallel} = sv\sqrt{1-\frac{\mu}{\mathrm{g}(\rho,\theta)}} \ . \tag{10}$$

После решения уравнения (8), вклад заряженных частиц в параллельную относительно **H** компоненту возмущенной плотности тока, $j_{\parallel} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{h}$, может быть вычислен как

$$j_{\parallel}(\rho,\theta) = \frac{\pi e}{g(\rho,\theta)}\sum_{s}^{\pm 1} s\int_0^{\infty} v^3 \int_0^{g(\rho,\theta)} f_s(\rho,\theta,v,\mu)\,d\mu dv \ , \tag{11}$$

где f_s интегрируется по всему объему в пространстве скоростей.

В этой работе уравнение (8) решено при условии, когда пролетные и три группы запертых частиц могут существовать в D-образном токамаке. В этом случае, анализируя условия равенства нулю параллельной скорости (10), $v_{\parallel}(\mu,\theta)=0$, фазовый объем плазменных частиц можно разделить на объемы пролетных (отмечаемых подстрочным индексом u), t-запертых и двух групп d-запертых частиц с помощью неравенств:

$0 \le \mu \le \mu_u$ $\quad -\pi \le \theta \le \pi$ - для пролетных частиц, (12)

$\mu_u \le \mu \le \mu_t$ $\quad -\theta_t \le \theta \le \theta_t$ - для t-запертых частиц , (13)

$\mu_t \le \mu \le \mu_d$ $\quad -\theta_t \le \theta \le -\theta_d$ - для d-запертых частиц, (14)

$\mu_t \le \mu \le \mu_d$ $\quad \theta_d \le \theta \le \theta_t$ - для d-запертых частиц, (15)

где точки остановки (и отражения от магнитных пробок) $\pm\theta_t$ и $\pm\theta_d$ для t- и d-запертых частиц определяются через решение уравнения $g(\rho,\theta)=\mu$. Для параметров μ_u, μ_t и μ_d при этом имеем

$$\mu_u = \mu(\rho,\pm\pi) = \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{1+\lambda}}\ , \qquad \mu_t = \mu(\rho,0) = \frac{1+\varepsilon}{\sqrt{1+\lambda}}\ , \qquad \mu_d = \mu(\rho,\pm\theta_{\min})\ , \tag{16}$$

где $\pm\theta_{\min}$ соответствуют полоидальным углам, при которых равновесное магнитное поле имеет два возможных локальных минимума, удовлетворяя уравнению $dg(\rho,\theta)/d\theta = 0$. Отметим, что более общая ситуация, когда дополнительные группы, так называемых, g-запертых частиц могут существовать в D-образном токамаке, была рассмотрена в работе [13]. Однако в обычных условиях сферических токамаков (малая треугольность $d << a$ и средняя величина вытянутости $b/a < 2.5$) эти g-запертые частицы в плазме отсутствуют.

Уравнения (8) можно решать как задачу с граничными условиями на возмущенные функции распределения пролетных и запертых частиц. Для пролетных частиц используется периодичность f_s по углу θ, в то время как граничные условия для t- и d-запертых частиц определяются непрерывностью их функции распределения в точках остановки $\pm\theta_t$ и $\pm\theta_d$. В результате, возмущенные функции распределения пролетных, t- и d-запертых частиц (соответственно, f_s^u , f_s^t и f_s^d) могут быть найдены в виде

$$f_s^u = \sum_p^{\pm\infty} f_{s,p}^u \exp\left[i2\pi(p+nq)\frac{\tau(\theta)}{T_u} - inq\bar{\theta}(\theta)\right], \tag{17}$$

$$f_s^t = \sum_p^{\pm\infty} f_{s,p}^t \exp\left[i2\pi p\frac{\tau(\theta)}{T_t} - inq\bar{\theta}(\theta)\right], \tag{18}$$

$$f_s^d = \sum_p^{\pm\infty} f_{s,p}^d \exp\left[i2\pi p\frac{\tau(\theta)-\tau(\theta_d)}{T_d} - inq\bar{\theta}(\theta)\right], \tag{19}$$

где p – целочисленные номера баунс-резонансов. Здесь переменная

$$\tau(\theta) = \frac{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}\int_0^{\theta}\frac{1+\varepsilon\cos\eta - \varepsilon\delta\sin^2\eta}{g(\rho,\eta)\sqrt{1-\mu/g(\rho,\eta)}}d\eta \tag{20}$$

введена вместо полоидального угла θ и является времени-подобной величиной, удобной для описания циклического движения пролетных u-частиц вдоль силовых линий магнитного поля и баунс-осцилляций t- и d-запертых частиц между точками остановки. Соответствующие баунс-периоды этих движений равны

$$T_u = 2\tau(\pi)\ , \qquad T_t = 4\tau(\theta_t)\ , \qquad T_d = 2\big(\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)\big). \tag{21}$$

Переменная же

$$\bar{\theta}(\theta)=\frac{2(\varepsilon+\delta)}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right)-\frac{\delta\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\left(\theta-\frac{\varepsilon\sin\theta}{1+\varepsilon\cos\theta}\right) \quad (22)$$

введена в качестве нового полоидального угла таким образом, что в координатах $(\rho,\bar{\theta})$ силовые линии удерживающего магнитного поля становятся прямыми. В этой системе координат выражения элементов диэлектрической восприимчивости приобретают наиболее простой и симметричный вид. Величиною

$$q=\frac{\varepsilon\, h_\varphi}{h_\theta\sqrt{1-\varepsilon^2}}\left(1+\frac{\delta}{\varepsilon}\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)\right) \quad (23)$$

определяется запас устойчивости сферического токамака с концентрическими магнитными поверхностями.

Фурье гармоники $f^u_{s,p}$, $f^t_{s,p}$ и $f^d_{s,p}$ для пролетных, t- и d-запертых частиц находятся непосредственно после соответствующих баунс-усреднений, связанных с граничными условиями и периодическим движением частиц плазмы вдоль силовой линии магнитного поля.

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН

Для того чтобы получить элементы тензора диэлектрической восприимчивости, можно воспользоваться Фурье-разложением компонент возмущенной плотности тока и электрического поля по полоидальному углу $\bar{\theta}$. Черенковское поглощение радиочастотных волн в плазме определяется обычно вкладом резонансных частиц в продольную компоненту тензора диэлектрической проницаемости и, соответственно, диэлектрической восприимчивости. В этой работе получим элементы продольной восприимчивости как коэффициенты связи между полоидальными гармониками продольной плотности тока и продольного электрического поля:

$$j_\parallel(\theta)g(\rho,\theta)=\sum_m^{\pm\infty} j_\parallel^m\exp[im\bar{\theta}(\theta)],\qquad E_\parallel(\theta)\frac{(1+\varepsilon\cos\theta-\varepsilon\delta\sin^2\theta)^2}{g(\rho,\theta)}=\sum_{m'}^{\pm\infty}E_\parallel^{m'}\exp[im'\bar{\theta}(\theta)]. \quad (24)$$

В результате эта связь представляется в виде

$$\frac{4\pi i}{\omega}j_\parallel^m=\sum_{m'}^{\pm\infty}\chi_\parallel^{m,m'}E_\parallel^{m'}=\sum_{m'}^{\pm\infty}(\chi_{\parallel,u}^{m,m'}+\chi_{\parallel,t}^{m,m'}+\chi_{\parallel,d}^{m,m'})E_\parallel^{m'}, \quad (25)$$

где величинами $\chi_{\parallel,u}^{m,m'}$, $\chi_{\parallel,t}^{m,m'}$ и $\chi_{\parallel,d}^{m,m'}$ определяется вклад пролетных, t- и d-запертых частиц, соответственно, в элементы диэлектрической восприимчивости сферических токамаков. В частности, как и ожидалось, видим, что все гармоники спектра электрического поля, $E_\parallel^{m'}$, представлены в m-ой гармоники $j_\parallel^m$ плотности тока. Учитывая, что две группы d-запертых частиц симметричны в фазовом объеме и дают одинаковый вклад в $\chi_\parallel^{m,m'}$, элементы продольной восприимчивости могут быть выражены как

$$\chi_{\parallel.u}^{m,m'}=\frac{\omega_p^2\rho^2}{2h_\theta^2v_T^2\pi^3}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\int_0^{\mu_u}\frac{T_uA_p^mA_p^{m'}}{(p+nq)^2}\left[1+2u_p^2+2i\sqrt{\pi}u_p^3W(u_p)\right]d\mu, \quad (26)$$

$$\chi_{\parallel.t}^{m,m'}=\frac{\omega_p^2\rho^2}{2h_\theta^2v_T^2\pi^3}\sum_{p=1}^{\infty}\int_{\mu_u}^{\mu_t}\frac{T_t}{p^2}B_p^mB_p^{m'}\left[1+2v_p^2+2i\sqrt{\pi}v_p^3W(v_p)\right]d\mu, \quad (27)$$

$$\chi_{\parallel.d}^{m,m'}=\frac{\omega_p^2\rho^2}{h_\theta^2v_T^2\pi^3}\sum_{p=1}^{\infty}\int_{\mu_t}^{\mu_d}\frac{T_d}{p^2}\left(C_p^mC_p^{m'}+D_p^mD_p^{m'}\right)\left[1+2z_p^2+2i\sqrt{\pi}z_p^3W(z_p)\right]d\mu, \quad (28)$$

где использованы следующие обозначения:

$$u_p=\frac{\rho\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}\,\tau(\pi)}{h_\theta\,|\,p+nq\,|\,v_T\pi}\left(1-\frac{\delta}{\varepsilon}\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)\right),\qquad W(z)=\exp\left(-z^2\right)\left(1+\frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z\exp\left(t^2\right)dt\right), \quad (29)$$

$$v_p=\frac{2\rho\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}\,\tau(\theta_t)}{h_\theta pv_T\pi\left(1+\frac{\delta}{\varepsilon}\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)\right)},\qquad z_p=\frac{\rho\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}\,[\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)]}{h_\theta pv_T\pi\left(1+\frac{\delta}{\varepsilon}\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)\right)},\qquad \omega_p^2=\frac{4\pi Ne^2}{M}, \quad (30)$$

$$A_p^m=\frac{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\int_0^\pi\frac{\cos\left[(m+nq)\bar{\theta}(\eta)-(p+nq)\pi\frac{\tau(\eta)}{\tau(\pi)}\right]}{1+\varepsilon\cos\eta-\varepsilon\delta\sin^2\eta}d\eta, \quad (31)$$

$$\hat{B}_p^m=\frac{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\int_0^{\theta_t}\frac{\cos\left[(m+nq)\bar{\theta}(\eta)-p\frac{\pi\tau(\eta)}{2\tau(\theta_t)}\right]}{1+\varepsilon\cos\eta-\varepsilon\delta\sin^2\eta}d\eta,\qquad B_p^m=\hat{B}_p^m+(-1)^{p-1}\hat{B}_{-p}^m, \quad (32)$$

$$C_p^m = \frac{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\int_{\theta_d}^{\theta_t}\frac{\sin\left[(m+nq)\bar{\theta}(\eta)\right]\cos\left[p\pi\frac{\tau(\eta)-\tau(\theta_d)}{\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)}\right]}{1+\varepsilon\cos\eta-\varepsilon\delta\sin^2\eta}d\eta\,, \tag{33}$$

$$D_p^m = \frac{\varepsilon\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\varepsilon+\delta\left(1-\sqrt{1-\varepsilon^2}\right)}\int_{\theta_d}^{\theta_t}\frac{\sin\left[(m+nq)\bar{\theta}(\eta)\right]\sin\left[p\pi\frac{\tau(\eta)-\tau(\theta_d)}{\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)}\right]}{1+\varepsilon\cos\eta-\varepsilon\delta\sin^2\eta}d\eta\,. \tag{34}$$

Следует отметить, что выражения (26-28) описывают вклад произвольного сорта пролетных, t- и d-запертых частиц в элементы продольной восприимчивости плазмы. Соответствующие выражения для электронов и ионов получаются, как обычно, из (26-28) заменой величин N (плотность частиц), T (температура), e (заряд), M (масса) на электронные (T_e, N_e, e_e, m_e) и ионные (T_i, N_i, e_i, M_i) параметры, соответственно. Чтобы получить общие выражения для элементов продольной восприимчивости, необходимо выполнить суммирование по всем сортам заряженных частиц плазмы. Аналогично вычисляется общий вклад ионов и электронов в продольную компоненту плотности тока (11). Кроме этого важной особенностью элементов (26-28) является то, что поскольку фазовые коэффициенты A_p^m, B_p^m, C_p^m и D_p^m не зависят от частоты волны ω и энергии частиц v, то оказалось возможным применить правило Ландау при интегрировании по v возмущенных функций распределения как пролетных, так и запертых частиц в пространстве скоростей. В результате, элементы продольной восприимчивости записаны в виде сумм баунс-резонансных членов, которые содержат известные и хорошо табулированные интегралы вероятности от комплексного аргумента $W(z)$. При этом численный расчет эрмитовской (реальная часть) и антиэрмитовской (мнимая часть) составляющих продольной восприимчивости становится проще, а их зависимость от частоты остается только в аргументах u_p, v_p и z_p функций $W(u_p)$, $W(v_p)$ и $W(z_p)$. Важно отметить, что дрейфово-кинетическое уравнение (8) решено в нулевом приближении по дрейфовым эффектам, т.е. при нулевой ширине банановых траекторий частиц, поэтому полученные выражения (26-28) не позволяют корректно описать влияние конечных ларморовских радиусов частиц и конечных ширин банановых траекторий на диссипацию волн в токамачной плазме. Для изучения этих эффектов необходимо найти решения уравнения (8) в следующем порядке по параметру замагниченности.

Полученные диэлектрические характеристики могут быть использованы при исследовании волновых процессов в D-образных токамаках как с большим, так и малым аспектным отношением, в частности, к изучению бесстолкновительного поглощения волн. Одним из эффективных механизмов ВЧ нагрева тороидальной плазмы является [2,5] черенковское поглощение волн за счет резонансного взаимодействия продольного электрического поля $E_\parallel$ с пролетными и запертыми электронами. После усреднения по времени и полоидальному углу, поглощаемая в плазме мощность, $P=\mathrm{Re}(E_\parallel\cdot j_\parallel^*)$, может быть оценена по формуле

$$P=\frac{\omega}{8\pi}\sum_m^{\pm\infty}\sum_{m'}^{\pm\infty}\left(\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,u}^{m,m'}+\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,t}^{m,m'}+\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,d}^{m,m'}\right)\left(\mathrm{Re}\,E_\parallel^m\,\mathrm{Re}\,E_\parallel^{m'}+\mathrm{Im}\,E_\parallel^m\,\mathrm{Im}\,E_\parallel^{m'}\right), \tag{35}$$

где $\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,u}^{m,m'}$, $\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,t}^{m,m'}$ и $\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,d}^{m,m'}$ соответствуют вкладам пролетных (u), t- и d-запертых электронов в мнимую (антиэрмитовскую) часть продольной восприимчивости:

$$\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,u}^{m,m'}=\frac{\omega_p^2\rho^2}{h_\theta^2 v_T^2\pi^{2.5}}\sum_{p=-\infty}^{\infty}\int_0^{\mu_u}\frac{T_u A_p^m A_p^{m'}}{(p+nq)^2}u_p^3\exp(-u_p^2)d\mu\,, \tag{36}$$

$$\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,t}^{m,m'}=\frac{\omega_p^2\rho^2}{h_\theta^2 v_T^2\pi^{2.5}}\sum_{p=1}^{\infty}\int_{\mu_u}^{\mu_t}\frac{T_t}{p^2}B_p^m B_p^{m'}v_p^3\exp(-v_p^2)d\mu\,, \tag{37}$$

$$\mathrm{Im}\,\chi_{\parallel,d}^{m,m'}=\frac{2\omega_p^2\rho^2}{h_\theta^2 v_T^2\pi^{2.5}}\sum_{p=1}^{\infty}\int_{\mu_t}^{\mu_d}\frac{T_t}{p^2}\left(C_p^m C_p^{m'}+D_p^m D_p^{m'}\right)z_p^3\exp(-z_p^2)d\mu\,. \tag{38}$$

Таким образом, видим, что при заданной частоте волны ω и амплитуде электрического поля поглощаемая мощность, $P=P_u+P_t+P_d$, определяется различным вкладом пролетных, t-запертых и d-запертых электронов в мнимую часть элементов продольной восприимчивости, (35-38). Отметим, что недиагональные элементы $\chi_\parallel^{m,m'}|_{m\neq m'}$ характерны лишь для двумерно-неоднородных тороидальных моделей плазмы. В случае одномерно-неоднородных (цилиндрических) моделей, когда m=m', недиагональные элементы отсутствуют, т.е., $\mathrm{Im}\,\chi_\parallel^{m,m'}|_{m\neq m'}=0$, и уравнение (35) сводится к хорошо известному виду

$$P=\frac{\omega}{8\pi}\mathrm{Im}\,\chi_\parallel^{m,m}\,|\,E_\parallel^m\,|^2\,. \tag{39}$$

С другой стороны, диагональные элементы продольной восприимчивости (как и элементы других компонент диэлектрического тензора) соответствуют продольной восприимчивости усредненной по магнитной поверхности и могут быть использованы при оценке декрементов затухания радиочастотных волн с помощью дисперсионных уравнений для локальных мод $\sim \exp\left[i\left(\int k_\rho d\rho + m\theta + n\varphi - \omega t\right)\right]$, как это было сделано в работах [2,5] применительно к осесимметричным токамакам круглого сечения и большим аспектным отношением.

Естественно, выражения (26-28) допускают предельный переход к элементам продольной диэлектрической восприимчивости в токамаках с эллиптическими магнитными поверхностями при δ=*0*, и круглого поперечного сечения при b=a и $\lambda \to 0$.

ТОКАМАК С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ МАГНИТНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

В токамаках с эллиптическими магнитными поверхностями модуль равновесного магнитного поля $H(\rho,\theta)$, в общем случае, как и в токамаке с D-образным сечением, может иметь два локальных минимума в зависимости от угла θ. В этом случае, критерий существования d-запертых частиц может быть записан аналитически как

$$\varepsilon < \lambda \qquad \text{или} \qquad \frac{b}{a} > \sqrt{1+\varepsilon+q^2\frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon}}\,. \tag{40}$$

В противном случае, если $\varepsilon > \lambda$, то $H(\rho,\theta)$ имеет лишь один минимум и d-запертые частицы отсутствуют на соответствующих магнитных поверхностях.

Для получения вкладов пролетных, t-запертых и d-запертых частиц в элементы продольной восприимчивости эллиптических токамаков можно использовать выражения (26-28), где фазовые коэффициенты и аргументы плазменных дисперсионных функций (при $d \to 0$) сводятся к таким формулам:

$$A_p^m = \int_0^\pi \cos\left[(m+nq)\eta - (p+nq)\pi\frac{\tau(\eta)}{\tau(\pi)}\right]d\eta\,, \tag{41}$$

$$B_p^m = \int_0^{\theta_t} \cos\left[(m+nq)\eta - p\frac{\pi\tau(\eta)}{2\tau(\theta_t)}\right]d\eta + (-1)^{p-1}\int_0^{\theta_t} \cos\left[(m+nq)\eta + p\frac{\pi\tau(\eta)}{2\tau(\theta_t)}\right]d\eta\,, \tag{42}$$

$$C_p^m = \int_{\theta_d}^{\theta_t} \sin[(m+nq)\eta]\cos\left[p\pi\frac{\tau(\eta)-\tau(\theta_d)}{\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)}\right]d\eta\,, \tag{43}$$

$$D_p^m = \int_{\theta_d}^{\theta_t} \sin[(m+nq)\eta]\sin\left[p\pi\frac{\tau(\eta)-\tau(\theta_d)}{\tau(\theta_t)-\tau(\theta_d)}\right]d\eta\,, \tag{44}$$

$$\tau(\bar\theta) = \int_0^{\bar\theta} \frac{(1-\varepsilon^2)G(\rho,\eta)}{(1-\varepsilon\cos\eta)^2\sqrt{1-\mu G(\rho,\eta)}}d\eta\,, \tag{45}$$

$$G(\rho,\bar\theta) = \frac{1}{g(\rho,\theta)} = \frac{\sqrt{(1-\varepsilon\cos\bar\theta)^2+\lambda(\varepsilon-\cos\bar\theta)^2}}{1-\varepsilon^2}\,, \tag{46}$$

$$\bar\theta(\theta) = 2\operatorname{arctg}\left[\sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{a}{b}\operatorname{tg}\theta\right)\right)\right], \tag{47}$$

$$\theta_t = \arccos\left\{\frac{\varepsilon(1+\lambda)}{\lambda+\varepsilon^2} - \sqrt{\frac{\varepsilon^2(1+\lambda)^2}{(\lambda+\varepsilon^2)^2} - \frac{1}{\lambda+\varepsilon^2}\left[1+\varepsilon^2\lambda - \left(\frac{1-\varepsilon^2}{\mu}\right)^2\right]}\right\}, \tag{48}$$

$$\theta_d = \arccos\left\{\frac{\varepsilon(1+\lambda)}{\lambda+\varepsilon^2} + \sqrt{\frac{\varepsilon^2(1+\lambda)^2}{(\lambda+\varepsilon^2)^2} - \frac{1}{\lambda+\varepsilon^2}\left[1+\varepsilon^2\lambda - \left(\frac{1-\varepsilon^2}{\mu}\right)^2\right]}\right\}, \tag{49}$$

$$\mu_u = \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{1+\lambda}}\,, \qquad \mu_t = \frac{1+\varepsilon}{\sqrt{1+\lambda}}\,, \qquad \mu_d = \sqrt{1+\frac{\varepsilon^2}{\lambda}}\,, \tag{50}$$

$$u_p = \frac{r\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}T_u}{2\pi h_\theta|p+nq|v_T}\,, \qquad v_p = \frac{r\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}T_t}{2\pi h_\theta p v_T}\,, \qquad z_p = \frac{r\omega\sqrt{1-\varepsilon^2}T_d}{2\pi h_\theta p v_T}\,. \tag{51}$$

Более детальный вывод и анализ элементов $\chi_{\parallel,u}^{m,m'}, \chi_{\parallel,t}^{m,m'}$ и $\chi_{\parallel,d}^{m,m'}$ в токамаках с эллиптическим сечением магнитных поверхностей представлена в работах [11, 12].

ТОКАМАК КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ

Элементы диэлектрической восприимчивости (26-34) в D-образном сферическом токамаке записаны в достаточно общем виде, где эллиптичность и треугольность магнитных поверхностей учтены в явном виде через функции $\lambda(\rho)$ и $g(\rho,\theta)$. Что касается токамаков с круглыми магнитными поверхностями, где d=0 и λ=0, то выражения $\chi_{\parallel,u}^{m,m'}$ и $\chi_{\parallel,t}^{m,m'}$ (и соответствующие фазовые коэффициенты A_p^m, B_p^m) существенно упрощаются, поскольку функции $\tau(\theta)$ для пролетных и обычных t-запертых частиц (20, 45) сводятся либо к а) эллиптическим интегралам третьего рода в токамаках с малым (ε<1) аспектным отношением, либо б) эллиптическим интегралам первого рода в токамаках с большим (ε<<1) аспектным отношением. Как было отмечено выше, d-запертые частицы в токамаках круглого сечения магнитных поверхностей отсутствуют, т.е., $\chi_{\parallel,d}^{m,m'} \equiv 0$. В результате таких упрощений (при d=0, b=a и $\lambda \to 0$) вклад пролетных и t-запертых частиц в элементы продольной восприимчивости определяется выражениями

$$\chi_{\parallel,u}^{m,m'} = \frac{2\omega_p^2 r^2\sqrt{\kappa_o}(1+\varepsilon)}{h_\theta^2 v_T^2 \pi^3 (1-\varepsilon)} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \int_0^1 \frac{\Pi(\kappa_o,\kappa,\pi/2) A_p^m A_p^{m'}}{(p+nq)^2(\kappa_o+\kappa)^{1.5}} \left[1+2u_p^2+2i\sqrt{\pi}u_p^3 W(u_p)\right] d\kappa\,, \tag{52}$$

$$\chi_{\parallel,t}^{m,m'} = \frac{4\omega_p^2 r^2\sqrt{\kappa_o}(1+\varepsilon)}{h_\theta^2 v_T^2 \pi^3 (1-\varepsilon)} \sum_{p=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{\Pi(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\pi/2) B_p^m B_p^{m'}}{p^2(1+\kappa_o\hat{\kappa})^{1.5}} \left[1+2v_p^2+2i\sqrt{\pi}v_p^3 W(v_p)\right] d\hat{\kappa}\,, \tag{53}$$

где

$$A_p^m(\kappa) = \int_0^\pi \cos\left[(m+nq)\eta - \pi(p+nq)\frac{\Pi(\kappa_o,\kappa,\eta/2)}{\Pi(\kappa_o,\kappa,\pi/2)}\right] d\eta\,, \qquad \theta_t(\hat{\kappa}) = 2\arcsin\left(\sqrt{\hat{\kappa}}\right), \tag{54}$$

$$B_p^m(\hat{\kappa}) = \int_0^{\theta_t} \cos\left[(m+nq)\eta - \pi p\frac{\Pi\left(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{\hat{\kappa}}}\sin\frac{\eta}{2}\right)\right)}{2\ \Pi(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\pi/2)}\right] d\eta\, +$$

$$+(-1)^{p-1}\int_0^{\theta_t} \cos\left[(m+nq)\eta + \pi p\frac{\Pi\left(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\arcsin\left(\sqrt{\frac{1}{\hat{\kappa}}}\sin\frac{\eta}{2}\right)\right)}{2\ \Pi(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\pi/2)}\right] d\eta\,, \tag{55}$$

$$\Pi(\kappa_o,\kappa,\alpha) = \int_0^\alpha \frac{d\eta}{(1+\kappa_o\sin^2\eta)\sqrt{1-\kappa\sin^2\eta}}\,, \qquad \kappa_o = \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon}\,, \qquad \kappa = \frac{2\varepsilon\mu}{(1-\varepsilon)(1+\varepsilon-\mu)}\,, \qquad \hat{\kappa} = \frac{1}{\kappa}\,, \tag{56}$$

$$u_p(\kappa) = \frac{\omega r\sqrt{2(1+\varepsilon)(\kappa_o+\kappa)}}{\pi h_\theta v_T\sqrt{\varepsilon}\,|p+nq|}\Pi(\kappa_o,\kappa,\frac{\pi}{2})\,, \qquad v_p(\hat{\kappa}) = \frac{2\omega r\sqrt{2(1+\varepsilon)(1+\kappa_o\hat{\kappa})}}{\pi h_\theta v_T\sqrt{\varepsilon}\,p}\Pi(\kappa_o\hat{\kappa},\hat{\kappa},\frac{\pi}{2})\,. \tag{57}$$

Введение интегралов третьего рода $\Pi(\alpha,\theta,\gamma)$, вместо переменной $\tau(\theta)$, и соответствующих баунс-периодов пролетных и запертых частиц, существенно упрощает численные расчеты, поскольку полные и неполные эллиптические интегралы и связанные с ними эллиптические функции Якоби используются как стандартные в последних версиях таких компьютерных программ как Matematica, Mathcad и Maple. В частности, для пролетных частиц, как следует из (45, 46) при a=b, легко показать, что

$$\tau(\bar{\theta}) \equiv \sqrt{\frac{2(\kappa_o+\kappa)}{\varepsilon(1-\varepsilon)}}\Pi(\kappa_o,\kappa,\frac{\bar{\theta}}{2})\,. \tag{58}$$

Согласно (56) параметры пролетности и запертости частиц, κ и $\hat{\kappa}$, обратно пропорциональны. Отметим также, что коэффициенты A_p^m и B_p^m могут быть вычислены с помощью эллиптических функций Якоби, как это описано, например, в работе [9]. Наиболее же простые выражения для $\chi_{\parallel,u}^{m,m'}$ и $\chi_{\parallel,t}^{m,m'}$ получаются для осесимметричных токамаков с большим аспектным отношением [1,2,5]; т.к. при ε<<1 параметр $\kappa_o \to 0$ и интегралы третьего рода автоматически переходят в интегралы первого рода [6], $\Pi(\kappa_o,\kappa,\eta) \to F(\kappa,\eta)$, а фазовые коэффициенты A_p^m и B_p^m можно свести (при определенных ограничениях) к функциям Бесселя первого рода.

ВЫВОДЫ

Показано, что в сферическом D-образном токамаке, частицы плазмы следует подразделять в общем случае на пролетные, обычные t-запертые и две группы, так называемых, d-запертых частиц (12-16). Дополнительные группы d-запертых частиц могут существовать только на тех магнитных поверхностях, где равновесное магнитное поле имеет два локальных минимума. На основании решения линеаризованного дрейфово-кинетического уравнения определен вклад каждой (возможной) группы частиц в элементы продольной диэлектрической восприимчивости (26-28,52,53) в токамаках с D-образным, эллиптическим и круглым сечением магнитных поверхностей. Эти диэлектрические характеристики представлены в виде сумм баунс-резонансных членов, содержащих интегралы по μ (26-28) либо по параметрам пролетности и запертости частиц (52,53), фазовые коэффициенты, полные и неполные эллиптические интегралы. Расчеты проведены в системе координат, где силовые линии удерживающего магнитного поля являются прямыми. Показано, что в этом случае интегрирование по энергиям сводится к интегралам вероятности от комплексного аргумента (29).

Показано, что мнимые (антиэрмитовские) части элементов продольной восприимчивости (36-38) необходимы при оценке величины поглощаемой в плазме мощности (35) за счет черенковского резонанса волн с пролетными, t- и d-запертыми частицами (в основном электронами) при ВЧ нагреве в диапазоне ниже ионно-циклотронной частоты. Полученные элементы продольной восприимчивости (26-28) и (36-38) допускают предельный переход к соответствующим выражениям для более простых моделей плазмы: к осесимметричным эллиптическим токамакам при d=0; к токамака круглого сечения при $b=a$ и $\lambda=0$; к токамакам с большим аспектным отношением при ε<<1. Поскольку дрейфово-кинетическое уравнение решено как граничная задача, то полученные диэлектрические характеристики (26-28,52,53) могут быть применимы к изучению волновых процессов с регулярной частотой, например, таких как распространение и поглощение волн при ВЧ нагреве, когда частота рассматриваемых волн задается параметрами антенны-генератора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликов В.С. и др. Термоядерные альфвеновские неустойчивости в токамаке-реакторе // Физика плазмы. -1977.-Т.3.-С. 263-272.
2. Каладзе Т.Д., Пятак А.И. и Степанов К.Н. Черенковское поглощение альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн электронами в плазме токамака // Физика плазмы. -1982.-Т.8.-С.823-832.
3. Некрасов Ф.М. Диэлектрическая проницаемость тороидальной плазмы в области циклотронных частот // Физика плазмы. -1992.-Т.18.-С.998-1006.
4. Porcelli F. *et al*. Solution of the drift-kinetic equation for global plasma modes and finite particle orbit widths // Phys. Plasmas. -1994.-Vol.1.-P.470.
5. Kasilov S.V., Pyatak A.I. and Stepanov K.N., Cherenkov absorption of short-wavelength magnetohydrodynamic waves by electrons in a tokamak // Plasma Phys. Reports. -1998.-Vol.24, №6.-P.465-473.
6. Кувшинов Б.Н. и Михайловский А.Б. Кинетический энергетический принцип для токамака с учетом баунс- и пролетных резонансов // Физика плазмы. -1998.-Т.24, №8.-С.675-689.
7. Гришанов Н.И. и Некрасов Ф.М. О диэлектрической проницаемости тороидальной плазмы // Физика плазмы. -1990.-Т.16, №2.-С.230-236.
8. Nekrasov F.M. *et al*. Radiofrequency parallel permittivity of magnetized plasmas in low aspect ratio tokamaks // Plasma Phys. Control. Fusion. -2001.-Vol.43.-P.727-735.
9. Grishanov N.I., de Azevedo C.A. and Neto J.P. Dielectric characteristics of axisymmetric low aspect ratio tokamak plasmas // Plasma Phys. Controlled Fusion. -2001.-Vol.43.-P.1003-1021.
10. Tsypin V.S. *et al*. Current drive by Alfvén waves in elongated cross section tokamak // Phys. Plasmas. -1997.-Vol.4.-P.3635-3641.
11. Grishanov N.I., de Azevedo C.A. and de Assis A.S. Kinetic Alfvén wave dissipation in tokamaks with elliptic magnetic surfaces // Plasma Phys. Control. Fusion. -1999.-Vol.41, №5.-P. 645-660.
12. Grishanov N.I. *et al*. Wave dissipation by electron Landau damping in low aspect ratio tokamaks with elliptic magnetic surfaces // Phys. Plasmas. -2002.-Vol.9.-P.4089-4092.
13. Peng Y-K.M. and Strickler D.J. Features of spherical torus plasmas // Nucl. Fusion. -1986.-Vol.26, №6.- P.769-777.
14. Robinson D.C. Fusion Energy and Plasma Physics. -Singapore: World Scientific, 1987.-P.601.
15. Sykes A. *et al*. High beta performance of the START spherical tokamak // Plasma Phys. Control. Fusion. -1997.-Vol.39.-P.B247.
16. Counsell G.F. *et al*. Overview of MAST results // Nucl. Fusion. -2005.-Vol.45.-P.157-167.
17. Menard J.E. *et al.* Overview of recent physics results from the National Spherical Torus Experiment (NSTX) // Nucl. Fusion. -2007.-Vol.47.-P.645-657.
18. Gusev V.K. *et al*, Plasma formation and first OH experiments in the Globus-M tokamak // J.Technical Physics. -1999.-Vol.44.-P.1054-1059.
19. Grishanov N.I. *et al*. Radio-frequency wave dissipation by electron Landau damping in a low aspect ratio D-shaped tokamak // Plasma Phys. Controlled Fusion. -2003.-Vol. 45.-P.1791-1803.
20. Grishanov N.I. Vlasov equation for magnetized plasma particles in the arbitrary magnetic field // Вісник ХНУ, Серія: Ядра, частинки, поля. -2009.-№.868, вип.3/43.-С.48-52.