УДК 533.9

О ПРОЦЕССАХ ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СРЕДАХ

В.М. Куклин
Харьковский Национальный университет имени В.Н. Каразина
г. Харьков, пл. Свободы, 4, Украина
E-mail: kuklinvm1@rambler.ru
Поступила в редакцию 26 октября 2010 г.

Используя известные представления о спонтанных и вынужденных (индуцированных) процессах излучения в электродинамике, в работе сделана попытка переформулировать некоторые проблемы физики плазмы в этих терминах. Показано, что спонтанные и индуцированные процессы в классической электродинамике могут быть представлены в выражениях, допускающих использование прямых аналогий с квантовой электродинамикой. Обсуждается глубокая связь между процессами спонтанного и индуцированного излучения, имеющими, тем не менее, разную природу. Рассматриваются главные особенности сверхизлучения (суперлюминисценции), которое демонстрирует черты как спонтанного, так и вынужденного процессов. Детально рассматриваются два источника спонтанного излучения: частицы (пучково-плазменное взаимодействие) и волны (трехволновые взаимодействия ионно-звуковых возмущений) и определены интенсивности спонтанного и индуцированного излучения в этих двух случаях. В частности показано, что колебания, которые генерируются токами на комбинационных частотах, демонстрируют характеристики как спонтанного, так и индуцированного излучения.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: спонтанные и индуцированные процессы, сверхизлучение, пучково-плазменное взаимодействие, трехволновые взаимодействия.

ON THE EMISSION PROCESSES IN NONEQUILIBRIUM MEDIA

V.M. Kuklin
V.N. Karazin Kharkiv National University
4, Svobody Sq., Kharkov, Ukraine

Using extended definition of spontaneous and induced processes in electrodynamics some well-known problems in plasma physics in corresponding terms is reformulated. The processes of spontaneous and induced radiation in classic electrodynamics can be reformulated by using quantum analogy and can be expressed through coefficients and equations that have direct analogy in quantum electrodynamics. It is shown that spontaneous and induced radiation has deep relation in both these cases despite different nature of these phenomena. It is discussed the main features of superradiation (superfluorescence), which is possessed the characteristics of the spontaneous and induced processes. It is considered in detail two types of sources of the spontaneous radiation: particles (the beam-plasma interaction) and currents (three-wave interaction of ion-sonic waves) and obtained the intensity for spontaneous and induced radiations in both case. It is shown specifically that oscillation generated by nonlinear current at combined frequencies demonstrated the characteristics of the spontaneous and induced emissions.
KEY WORDS: spontaneous and induced radiation, superradiation, beam-plasma interaction, three-wave interaction.

ПРО ПРОЦЕСИ ВИПРОМІНЮВАННЯ В НЕРІВНОВАЖНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

В.М. Куклін
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
м. Харків, пл. Свободи, 4, Україна

В роботі зроблена спроба переформулювати деякі відомі проблеми фізики плазми в уявленнях про спонтанні та вимушені (індуковані) процеси випромінювання в електродинаміці. Показано, що спонтанні та вимушені процеси в класичної електродинаміці можна представити в термінах, що дозволяють використовувати прямі аналогії з квантовою електродинамікою. Розглядається досить міцний зв'язок з між процесами спонтанного та індукованого випромінювання, що мають, тем не менш, досить різну природу. Представлено головні особливості суперфлюоресценції, яка демонструє риси як спонтанного, так і вимушеного процесів. Детально розглядається два джерела спонтанного та вимушеного випромінювання: частки (взаємодія пучка часток з плазмою) та хвилі (трьох-хвильова взаємодія іонно-звукових збуджень) і знайдено інтенсивності спонтанного та вимушеного випромінювання в цих двох випадках. Зокрема, показано, що коливання, які генеруються струменями на комбінаційних частотах демонструють характеристики як спонтанного, так і індукованого випромінювання.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: спонтанні та індуковані процеси, суперфлюоресценція, взаємодія пучка часток з плазмою, трьох-хвильова взаємодія.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Процессы излучения и поглощения энергии поля частицами вещества определяют множество важных физических явлений и активно исследуются в самых разных областях естествознания. В самом общем случае излучение частиц может носить как спонтанный, не зависящий от внешнего воздействия, так и вынужденный, навязанный интенсивным внешним полем характер. В неравновесных системах и средах все эти явления приобретают коллективные свойства.

Связь вынужденного или индуцированного излучения с подобными спонтанными процессами была открыта и описана в работе А.Эйнштейна [1] и экспериментально подтверждена Р. Ладенбургом (см. ссылки в обзорной работе [2]). Интересно, что явления индуцированного (вынужденного) излучения и поглощения, понятия о которых и методы их описания были достаточно ясно сформулированы А. Эйнштейном, каким-то удивительным образом долгое время не привлекали особого внимания физиков. Причинами этого называли переключение интереса экспериментаторов к проблемам атомной спектроскопии, недостаточными уровнями технически достигаемой инверсии населенностей, подавлением усиления индуцированного излучения побочными явлениями [3]. Хотя все это не способно пояснить, почему же первый лазер заработал почти через четыре десятилетия[1]. Конечно, для развития квантовой механики было несомненно стимулирующим (на что обратил внимание М. Борн [4]) использованное А. Эйнштейном равенство вероятностей индуцированного излучения и поглощения. Однако других продолжений современники А. Эйнштейна в этой теории не увидели. Лишь значительно позднее для развития целого ряда самосогласованных теорий электроники, физики плазмы и нелинейной физики оказались востребованы представления А. Эйнштейна об индуцированных процессах излучения и поглощения.

Природу формирования поля спонтанного излучения можно пояснить на простом примере резонатора. Поле локализовано в резонаторе, если резонатор закрыт. Если резонатор открыть, то возможны два варианта. В первом случае поле данной частоты не способно распространятся в окружающем пространстве. Тогда поле будет локализовано в резонаторе и нельзя говорить об излучении, ибо нет потока энергии поля в дальней зоне. Во втором случае поле данной частоты может самостоятельно распространяться в окружающем пространстве, то есть является волновым решением уравнений, описывающих данную среду, или, другими словами, собственной волной этой среды, которая распространяется в отсутствии диссипативных процессов чрезвычайно далеко. Тогда поле резонатора частично трансформируется на его границах в излучение непрерывного спектра или в иное излучение и можно будет определить наличие потока волновой энергии в дальней зоне. Понятно, что энергия поля непосредственно в резонаторе будет уменьшаться.

Частица также имеет собственное поле, причем все окружающее пространство является своеобразным резонатором для этого поля. Если это поле или его часть не способны распространяться независимо от частицы, сопутствуют частице, то излучения нет. Работа поля над частицей в этом случае будет равна нулю. Если же при

[1] В этом году весной исполнилось 50 лет со времени создания лазера.

движениях частицы поступательном (например, со скоростью большей скорости собственных волн среды [5-7]) или осцилляторном (диполь), рассмотреть поле частицы, то в нем при некоторых условиях будет часть, которая окажется способной распространяться в среде самостоятельно (как было отмечено В.Л. Гинзбургом, «встречаются вполне интересные задачи, в которых увлекаемое частицей (собственное) поле не находится в стационарном состоянии» [5]). Работа этой части поля над частицей будет не равна нулю и приведет к ее торможению или к снижению амплитуды осцилляций, соответственно, что является признаком наличия излучения или поглощения энергии поля частицей [8]. Важно также отметить, что значение работы собственного поля частицы над ее же собственным током всегда оказывается знакоопределенным и описывает только процесс излучения. Кстати, эта знакоопределенность является одним из характерных признаков спонтанных процессов. Другим характерным признаком спонтанного излучения является тот факт, что его источники (невозмущенный собственный ток частицы и собственное поле, то есть поле этого тока) являются независимыми и процесс излучения не навязан волной на этой частоте, существующей в данной среде или системе.

Индуцированное же излучение обусловлено тем обстоятельством, что внешнее поле во всем пространстве взаимодействия модулирует движение частиц среды. При этом излучение (или поглощение) расположенных в разных точках пространства многих частиц происходит в фазе с этим полем. На это обратил внимание в своей Нобелевской лекции Ч.Таунс: «…энергия, излучаемая молекулярными системами, имеет то же самое распределение поля и ту же самую частоту, что и индуцирующее излучение, а следовательно и постоянную (возможно нулевую) разность фаз» [9]. Подобное синхронизированное внешним полем излучение и поглощение частиц приводит к резкому увеличению эффективности взаимодействия частиц и поля. Сразу же отметим, что наличие процессов, нарушающих фазовое согласование внешнего поля и навязанного этим полем движения частицы, способно ослаблять эффективность подобного взаимодействия.

Содержательным показателем, характеризующим коллективный процесс вынужденного излучения (поглощения) является так называемое фотонное вырождение (среднее число фотонов в потоке излучения, которые находятся в одном состоянии или в одной ячейке фазового пространства). Например, если для некогерентного света этот показатель не превышает единицу, то для даже простейшего He-Ne квантового генератора, как обнаружилось уже в ранних работах (см., например, [10]), этот показатель достигал значения, равного 10^{12}. Именно поэтому вынужденное излучение квантовых генераторов превысило на много порядков уровни интегрального спонтанного излучения частиц активного вещества. Однако, далеко не сразу пришло осознание того, что вынужденное излучение пропорционально как числу излучающих частиц, так и числу квантов поля, которое в случае когерентного излучения сравнимо с числом излучающих частиц. Таким образом, интенсивность вынужденного излучения оказалась пропорциональной квадрату числа излучающих частиц активной инвертированной среды. А также далеко не сразу был прочувствован не имеющий прецедентов масштаб превышения интенсивности вынужденного излучения в инвертированных средах в сравнении с интенсивностью спонтанного шума [10-13].

Интересным вариантом генерации поля, на первый взгляд обладающего чертами как спонтанного, так и индуцированного излучения является сверхизлучение. Обнаруженное в работе [14] явление суперфлуоресценции или сверхизлучения [15] способно было проявить себя в системах даже без высокодобротных резонаторов. Оказалось, что система из N инвертированных очень коротким импульсом накачки двухуровневых атомов может перейти в основное состояние за время $\propto N^{-1}$. Этот процесс внешне имел характер спонтанного, хотя как отмечено в работе [16] «этот эффект обусловлен наведением корреляций между моментами перехода пространственно разделенных излучателей, взаимодействующих друг с другом через поле излучение».

Вопрос о характере сверхизлучения поднимался также в работах, обсуждаемых в обширных обзорах [17,18]. Отметим также, что классический аналог сверхизлучения осцилляторов, которыми являлись электроны в магнитном поле, был рассмотрен позднее [19].

Экспериментально явление сверхизлучения было подтверждено тоже далеко не сразу, только в начале 70-х годов. Особенностью этого вида излучения является медленное нарастание интенсивности излучения (т.н. задержка) в начальный момент после короткого импульса накачки. Это связано с тем, что для усиления связи между осцилляторами необходим рост поля излучения. Поэтому для сокращения времени задержки использовали затравочный импульс поля на частоте перехода, который мог одновременно служить спусковым механизмом генерации. Все эти особенности сверхизлучения давали основания полагать, что основой такого процесса является все же вынужденный механизм. Во многих приборах и устройствах их создатели воспользовались явлением сверхизлучения компактного сгустка заряженных частиц, например, движущегося со скоростью, превышающей фазовую скорость волны в среде.

В настоящее время многие важные элементы теории спонтанного и индуцированного излучения использованы в разнообразных задачах современной физики. Корректное рассмотрение шума в неравновесных системах [20-23], особенно вблизи порога неустойчивостей [24,25]; описание режимов генерации при превышении порогов неустойчивости [26-31]; процессы рассеяния и релаксации с участием волн и частиц [32-35] многие другие физические явления которые сопровождаются обменом фотонами и фононами [36-38], как, впрочем, и другими частицами [39-41], могут быть эффективно описаны с помощью методов и подходов, развитых на основе этой теории. В частности, в работах [31,42,43] подробно рассмотрены различные явления вынужденного излучения, поглощения и рассеяния релятивистского пучка электронов в плазме и иных средах в линейном приближении и нелинейных режимах. Важность связи между процессами спонтанного и индуцированного излучения потоков заряженных частиц была подчеркнута в работах [30,37,44]. Данная работа, основанная в значительной степени на конструктивных разработках, идеях и представлениях упомянутых выше предшественников, продолжает обсуждение подходов к описанию тесной связи спонтанных и индуцированных явлений в неравновесных средах.

1. ПРОЦЕССЫ СПОНТАННОГО И ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ИНВЕРТИРОВАННЫХ СРЕДАХ

В данном разделе рассмотрим основные принципы описания процессов спонтанного излучения и индуцированных процессов излучения и поглощения в двухуровневых системах, которые являются основой современной теории квантовых генераторов.

1.1. Двухуровневая система. Согласно представлениям А. Эйнштейна, описание двухуровневой системы при наличии излучения на частоте перехода $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega_{12}$ следующее

$$\partial n_2 / \partial t = -(u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 + w_{12} \cdot N_k \cdot n_1, \tag{1.1}$$

$$\partial n_1 / \partial t = -w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 + (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2, \tag{1.2}$$

причем полное число частиц системы в первом и во втором уровне постоянно $n_1 + n_2 = Const$, u_{21} - скорость изменения количества квантов второго возбужденного уровня за счет спонтанных процессов излучения. Скорость изменения количества квантов (частиц) на этих уровнях за счет индуцированных процессов излучения $w_{21} \cdot N_k \cdot n_2$ и поглощения $w_{12} \cdot N_k \cdot n_1$. Здесь N_k - число квантов излучения на частоте перехода, для которого справедливо уравнение

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 - (w_{12} \cdot N_k) \cdot n_1 \cdot \tag{1.3}$$

В статистическом равновесии при температуре T производные $\partial n_i / \partial t = 0$, и $n_i = const \cdot \exp\{-\varepsilon_i / kT\}$, причем ε_i - энергия частиц в *i*-том состоянии. В случае статистического равновесия для интенсивности излучения должно быть справедливо соотношение $N_k = N_{k0}$, где правая часть определяется формулой Планка

$$N_{k0} = \frac{1}{\exp\{\hbar\omega / kT\} - 1}, \tag{1.4}$$

где при вычислении интегральной интенсивности суммирование осуществляется по волновым числам[2], при этом $\omega = \omega(\vec{k})$ и выражение (1.4) сохраняет свой вид независимо от размерности задачи.

Напомним, как в самом начале XX века появилась формула Планка (см., например, [4]). Рассмотрим существование в некотором ограниченном одномерном пространстве поля на частоте ω. Пусть свойства пространства таковы, что в нем формируется набор энергетических уровней кратных $\hbar\omega$. Степень заполнения каждого энергетического уровня состояния с энергией $s \cdot \hbar\omega$, определяется для данной температуры T согласно закону Больцмана и пропорционален $\exp\{-s \cdot \hbar\omega / kT\}$.Среднюю энергию поля можно подсчитать, следуя Планку, в виде $\bar{\varepsilon} = \sum_{s=0}^{\infty} s \cdot \hbar\omega \cdot \exp\{-s \cdot \hbar\omega / kT\} / \sum_{s=0}^{\infty} \exp\{-s \cdot \hbar\omega / kT\}$. Таким образом, получим известную формулу Планка $\bar{\varepsilon} = \overline{N} \cdot \hbar \cdot \omega = \hbar\omega / [\exp\{\hbar\omega / kT\} - 1]$, где $\overline{N}$ - равновесное количество квантов энергии поля в этом пространстве. Значительно позднее, в 1916 году [1] А. Эйнштейн сформулировал теорию индуцированного и спонтанного излучения и окончательно прояснил физический смысл формулы Планка. Для этого им было использовано условие равенства актов поглощения и излучения осцилляторами квантов поля при равновесии. Спустя почти десятилетие (1925), Ш. Бозе, используя симметрию волновых функций в описании систем и принцип неразличимости квантов более строго вывел такое же их распределение. Предварительно

---

[2] Определим $\iiint N_k d^3k = \iiint \frac{|E_k|^2}{4\pi\hbar\omega} d^3k = \int \frac{|E_\omega|^2}{4\pi\hbar\omega} D(\omega) \cdot d\omega$, тогда при переходе от интегрирования по волновым векторам к интегрированию по частоте понадобится спектральная плотность колебаний, то есть $\iiint d^3k \to \int D(\omega) \cdot d\omega$. При этом получим соотношение $D(\omega) = 4\pi \cdot \omega^2 / c^3$. Этим и объясняется простота выражений (1.4) - (1.6). Кстати, заметим, что при суммировании по волновым векторам переход от тройной суммы к тройному интегралу $\frac{V}{8\pi^3} \iiint d^3k \to \sum_{k_x} \sum_{k_y} \sum_{k_z}$ можно совершить с помощью коэффициента $\frac{V}{8\pi^3}$.

ознакомившись с этой работой А. Эйнштейн, воспользовавшись также условием сохранения числа частиц, получил распределение атомов с учетом вырождения [45] (что, кстати, стимулировало позднее исследование статистических свойств систем при низких температурах).

Чтобы уравнение (1.3) оставалось справедливым в состоянии статистического равновесия, необходимо чтобы выражение

$$N_{k0} = \frac{u_{21}}{w_{12}\exp\{\hbar\omega/kT\} - w_{21}} \tag{1.5}$$

совпадало с формулой Планка (1.4). Другими словами, для коэффициентов оказываются справедливыми соотношения

$$u_{21} = w_{12} = w_{21}. \tag{1.6}$$

Используя полученные соотношения, уравнение (1.3) можно представить в виде

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = \Sigma + \frac{\partial \Sigma}{\partial(\hbar\omega)} N_k \cdot \hbar\omega \tag{1.7}$$

где $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \hbar\omega$, $\Sigma = u_{21}\cdot n_2 = u_{21}\cdot n(\varepsilon_2)$, $u_{21}\cdot(n_2 - n_1) = u_{21}\cdot[n(\varepsilon_2) - n(\varepsilon_1)] = \frac{\partial\Sigma}{\partial(\varepsilon)}\cdot\hbar\omega = \frac{\partial\Sigma}{\partial(\hbar\omega)}\cdot\hbar\omega$.

Как будет показано ниже, соотношение (1.7) между вкладами спонтанного излучения и индуцированных процессов излучения и поглощения в генерацию квантов поля является достаточно общим не только для инвертированных сред, но и для многопотоковых систем (см. в следующем разделе выражение (2.19), и многоволновых взаимодействий (см. ниже выражение (3.12)).

Продолжим рассмотрение двухуровневой системы. Полезно ввести понятие инверсии $\mu = (n_2 - n_1)$. Если начальные значения величин $n_2(0) >> N_k(0), n_1(0)$, и $\mu > 0$, то можно пренебречь спонтанными процессами, тогда

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = -2u_{21}\cdot\mu\cdot N_k = -2\gamma\cdot N_k\cdot \tag{1.8}$$

Очевидно, при развитии процесса сохраняется сумма $N_k + n_2 = Const$. Учитывая, что ранее мы убедились, что $n_1 + n_2 = Const$, получим

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = u_{21}\cdot\mu\cdot N_k = u_{21}(2N_k(0) + n_2(0) - n_1(0) - 2N_k)\cdot N_k\cdot \tag{1.9}$$

Обратим внимание, что только учет индуцированных процессов позволяет обнаружить при значительной инверсии заселенностей уровней ($n_2 >> n_1$) явление неустойчивости - быстрого роста количества квантов поля N_k на начальной стадии $\propto \exp\{\gamma\cdot t\}$ с инкрементом равным γ [33], когда изменениями инверсии можно пренебречь. Затем рост интенсивности замедляется, вследствие снижения уровня инверсии. В режиме насыщения неустойчивости $N_{kMAX} = N_k(0) + \mu(0)/2$.

В случае конечного поглощения энергии квантов в системе

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = -\delta\cdot N_k + u_{21}\cdot\mu\cdot N_k, \tag{1.10}$$

здесь δ - декремент поглощения энергии колебаний. Обычно потери в активных средах обусловлены выносом излучения из объема резонатора. Корректно задать эти потери можно, определив граничные условия для поля. Однако можно их описать в достаточно общем виде следующим образом:

$$\delta = \oint\!\!\oint_S \frac{\partial\omega}{\partial\vec{k}}\cdot\frac{1}{4\pi}\vec{E}\times\vec{H}\cdot ds \Big/ \iiint_V \frac{\partial[\omega\varepsilon(\omega,\vec{k})]}{\partial\omega}\frac{1}{8\pi}(|\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2)dv, \tag{1.11}$$

то есть, в рассматриваемом случае поток электромагнитной энергии через зеркала следует разделить на энергию поля, заключенную в резонаторе. Важно, чтобы величина равная произведению характерного времени изменения поля $\{\partial|\vec{E}|^2/|\vec{E}|^2\,\partial t\}^{-1}$ в резонаторе на групповую скорость колебаний $|\partial\omega/\partial\vec{k}|$, была значительно больше размеров резонатора L. В этих условиях в теоретических расчетах и оценках вполне можно заменить потери через зеркала распределенными потерями. Порог неустойчивости определяется условием $\mu > \mu_{TH} = \delta/u_{21}$. При приближении к порогу неустойчивости уровень шума растет, и при превышении порога процесс роста числа квантов может приобрести экспоненциальный характер.

1.2. Сверхизлучение. Отметим, что в случае сверхизлучения [14-16], где, вообще говоря, в начальный момент при значительной начальной инверсии заселенностей отсутствует внешнее поле конечной интенсивности, прежде традиционно использовалось представление о спонтанном характере излучения. Однако, при развитии процесса как отмечается, например, в работе [46], «по отношению к каждой молекуле речь идет, конечно, об индуцированном излучении под действием коллективного самосогласованного поля остальных молекул».

Действительно, медленное нарастание интенсивности сверхизлучения обусловлено постепенным включением все большего числа излучателей, расположение которых в модели Дике [14] достаточно компактно в сравнении с длиной волны поля. Это усиление связи между излучателями определяется числом квантов поля в их окрестности и, соответственно, скорость отбора энергии у осцилляторов обратно пропорциональна числу квантов поля. В конечной фазе количество квантов поля пропорциональна числу осцилляторов, а характерное время сброса энергии обратно пропорционально числу осцилляторов. То есть, интенсивность излучения равная числу квантов, деленному на время сброса энергии оказывается пропорциональной квадрату числа осцилляторов.

Сохранение суммы квантов и числа частиц на верхнем уровне $N_k + n_2 = Const$ отвечает консервативной системе, где число квантов поля ограничено (в частном случае $N_{kMAX} \le n_{20}/2$). Возникающий в такой системе в режиме сверхизлучения импульс волнового поля (в полностью инвертированной среде $\mu_{0MAX} = (n_{20} - n_{10}) \approx n_{20}$) содержит энергию $\mu_0 \cdot \hbar\omega/2 = [(n_{20} - n_{10})] \cdot \hbar\omega/2$, причем средняя мощность импульса поля порядка $u_{21} \cdot \mu_0^2 \cdot \hbar\omega/2$. С ростом инверсии длительность импульса уменьшается, энергия в импульсе растет вплоть до величины $\mu_{0MAX} \cdot \hbar\omega/2$ а средняя мощность имеет верхним пределом $u_{21} \cdot \mu_{0MAX}^2 \cdot \hbar\omega/2$. Ситуация изменяется, если существует механизм восстановления инверсии в условиях относительно низкого уровня потерь энергии поля.

При достаточно больших начальных уровнях инверсии и низких начальных значениях интенсивности, как это следует из уравнений (1.1) - (1.3), линейный рост некогерентного спонтанного излучения при увеличении числа квантов N_k быстро сменяется экспоненциальным ростом поля, обусловленным вторым и третьим слагаемыми (1.3), которые ответственны за индуцированные (вынужденные) эффекты. Важно отметить, что несмотря на невозможность использования в рамках этого описания классических фаз излучателей, тем не менее ясно, что индуцированное излучение носит когерентный характер.

1.3. Роль нелокальности взаимодействия. На линейной стадии роста амплитуды поля, величина $u_{21} \cdot \mu$ при $\mu = Const$ имеет смысл ширины линии индуцированного процесса[3], обратной характерному времени развития процесса. Однако следует заметить, что изменение уровня инверсии со временем, вообще говоря, отвечает нелокальности инверсии (т.е. зависимости инверсии не только от данного момента времени, а также от её значений в предшествующие моменты времени, о чем свидетельствует, в частности, наличие производной по времени в выражении (1.8)). Нелокальность, в свою очередь, приводит к тому, что величина $u_{21} \cdot \mu$ в выражении (1.9) в некоторых случаях теряет смысл обратного характерного времени развития индуцированных процессов. Более интенсивные поля и высокая когерентность излучения оказываются способны заметно уменьшить значения характерных времен развития процессов. Вообще говоря, члены, описывающие вклад индуцированных процессов излучения и поглощения в уравнениях подобных (1.9) могут иметь и более сложный вид интегродифференциальных операторов. Но, несомненно, важным остается отмеченное А. Эйнштейном явление самосогласованного взаимодействия частиц и поля как основной механизм индуцированных эффектов излучения и поглощения.

Существуют примеры подобной нелокальной зависимости, которые порождают специфические режимы развития индуцированных процессов. В частности, распространение индуцированного импульса с бегущей впереди него областью воздействия накачки. В этом случае формируется короткий импульс (см. [47]). Неоднородная накачка и распределенная нелинейная диссипация также могут формировать уединенные импульсы [48,49]. Интенсивные сравнительно короткие электромагнитные импульсы, модифицируя среду (то есть, изменяя, в частности, μ), способны в определенных условиях создавать отклик, который формирует цуг еще более коротких импульсов [50]. Авторы этой работы склонны считать, что природа появления такой тонкой структуры начального интенсивного импульса связана с периодичностью волновода или магнитной решетки ондулятора. Заметим, что формирование тонкой структуры сверхкороткого импульса может быть обусловлено интерференцией мод возбуждаемого спектра, динамика фаз которых определяется накачкой (т.н. вынужденная интерференция [51]).

Примером учета нелокальности изменений поляризации среды может быть известная полуклассическая теория возбуждения двухуровневой среды [25,52], которая в ряде случаев может быть сведена к рассматриваемой выше классической модели (см., например, [53]).

1.4. Режим постоянной накачки. При постоянной накачке уравнение (1.1) может быть представлено в виде

$$\partial n_2/\partial t = S - n_2 \cdot \tau_2^{-1} - u_{21}(1 + N_k) \cdot n_2 + u_{21} \cdot N_k \cdot n_1, \tag{1.12}$$

[3] Важно заметить, что ширина линии индуцированных процессов значительно превосходит ширину линии спонтанных процессов.

где S – скорость перехода частиц на второй уровень за счет внешнего воздействия , τ_2 - их время жизни, не связанное с процессами излучения на частоте перехода $\varepsilon_2-\varepsilon_1=\hbar\omega_{12}$. Уравнение для изменения количества частиц n_1 на нижнем уровне может быть представлено как

$$\partial n_1/\partial t=-S+n_2\cdot\tau_2^{-1}+u_{21}(1+N_k)\cdot n_2-u_{21}\cdot N_k\cdot n_1. \qquad (1.13)$$

Таким образом, при постоянной накачке и при значительной инверсии заселенностей уровней ($n_2>>n_1$) уравнение (1.8) принимает следующий известный (см., например, [25]) вид

$$\partial\mu/\partial t=2[S-(n_2/\tau_2)-u_{21}\cdot n_2]-2\mu\cdot u_{21}\cdot N_k=(\mu_{00}-\mu)/\tau_2-2\gamma\cdot N_k, \qquad (1.14)$$

где $\mu_{00}=n_2(0)-n_1(0)$ и использованы соотношения $S\cdot\tau_2(u_{21}\cdot\tau_2+1)^{-1}=n_2(0)$ и $\mu_{00}-\mu=2n_2(0)-2n_2$.

Следует обратить внимание на возможность значительного накопления поля в системе с постоянной накачкой, где нет механизмов потерь энергии квантов поля. Действительно, например, в условиях малого времени релаксации инверсии (τ_2- мало) и в режиме насыщения $\mu\approx\mu_{00}-2\gamma\cdot\tau_2\cdot N_k\to 0$. При этом максимальное значение числа квантов в системе достигает величины $N_{kMAX}=\mu_{00}/(2\gamma\cdot\tau_2)$ и при $\gamma\cdot\tau_2<<1$ в случае малых начальных уровней интенсивности поля значительно превосходит аналогичную величину в консервативной системе, где отсутствует внешняя накачка (см. оценку в предыдущем разделе).

1.5. Спонтанные и индуцированные эффекты в процессах рассеяния. В процессах рассеяния квазичастиц одновременно вверх (фиолетовый сателлит) и вниз по энергии (красный сателлит) рост числа рассеянных квазичастиц обеспечивает слагаемое, ответственное за спонтанное взаимодействие. Именно спонтанные эффекты определяют развитие процесса рассеяния в этом случае. Игнорирование спонтанных процессов не раз приводило к ошибочным утверждениям о подавлении неустойчивости интенсивного излучения с резонансным возбуждением стоксовой и антистоксовой части спектра [54]. В условиях же сильного подавления фиолетового сателлита из-за отсутствия подобного перехода в квантовых системах или особенностей дисперсии и высокого уровня поглощения в сплошных средах, спонтанными эффектами можно пренебречь и интенсивность рассеянного излучения достигает значительно больших значений.

2. ХАРАКТЕР ПРОЦЕССОВ ИЗЛУЧЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ПРИ РАЗВИТИИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПЛАЗМЕ

2.1. Спонтанное излучение частиц электронного пучка в плазме. Рассмотрим процесс спонтанного излучения плазменных волн отдельным электроном, движущимся со скоростью v в направлении оси OZ. Ограничимся для простоты описания одномерным случаем (см., например, [55]). Представим плотность заряда электрона в следующем виде

$$\rho=-e\cdot\delta(v\cdot t-z+s). \qquad (2.1)$$

Используем уравнение Пуассона

$$\frac{\partial}{\partial z}\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial z}=-\frac{\partial D}{\partial z}=-4\pi\rho, \qquad (2.2)$$

где было учтено, что поле возбуждаемого излучения является потенциальным, то есть, напряженность электрического поля $E=-\partial\Phi/\partial z$, где Φ – потенциал.

Из уравнений (2.1) - (2.2), не трудно выписать выражение для Фурье-образа напряженности электрического поля

$$E(\omega,k)=8\pi^2 ie\frac{\delta(\omega-kv)}{k\varepsilon(\omega,k)}\exp\{-iks\}\cdot \qquad (2.3)$$

В случае плазменной среды, состоящей из электронов и неподвижных ионов с плотностями n_e,n_i (в равновесии, очевидно, $n_e=n_i=n_0$), соответственно, диэлектрическая проницаемость имеет сравнительно простой вид[4] (кроме того, будем считать, что здесь и ниже выполнено сильное неравенство $v^2>>k_BT_e/m_{e0}$, где

---

[4] Индукцию электрического поля, вообще говоря, можно представить в виде свертки [8] $D(z,t)=\iint E(z',t')\cdot\varepsilon(z-z',t-t')\cdot dt'dz'$.

Однако вычислительные трудности расчета диэлектрической проницаемости $\varepsilon(z,t)$ особенно в области малых временных и пространственных масштабов часто заставляют отказаться от прямого применения этого выражения. Значительно более конструктивным оказывается переход к Фурье-образам всех величин. Фурье-образ диэлектрической проницаемости в большой части спектральных интервалов хорошо изучен, что позволяет достаточно корректно описывать множество физических явлений. Для Фурье-образов напряженности и индукции электрического поля справедливы представления вида $E(\omega,k)=\int dt\cdot\exp\{i\omega\cdot t\}\int dz\cdot E(z,t)\cdot\exp\{-ikz\}$, а вместо интегральной связи получим алгебраическую $D(\omega,k)=\varepsilon(\omega,k)\cdot E(\omega,k)$.

$m_{e0} = m$ - масса покоя электрона, здесь k_B - постоянная Больцмана), $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m}$.

$$\varepsilon(\omega,k) = \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega + i\nu_{ei})}, \tag{2.4}$$

где ν_{ei} - частота столкновений электронов с ионами. Используя явный вид Фурье-образа диэлектрической проницаемости и выполняя обратное преобразование выражения (2.6),

$$E(z,t) = (2\pi)^{-2}\int d\omega \cdot \exp\{-i\omega \cdot t\}\int dk \cdot E(\omega,k)\cdot \exp\{ikz\}, \tag{2.5}$$

получим значение напряженности электрического поля

$$E(z,t) = 2ie\int \frac{dk}{k\varepsilon(kv,k)}\exp\{-ikv(t - \frac{z-s}{v})\}\cdot \tag{2.6}$$

Сила торможения частицы полем излучения равна

$$F = \frac{1}{2\pi}\int F(k)\cdot dk, \tag{2.7}$$

где $F(k) = 4\pi \cdot ie^2/[k\varepsilon(kv,k)]$. Отсюда найдем спектральную интенсивность спонтанного излучения одной частицы

$$\begin{aligned} w_1(k) &= \mathrm{Re}\{4\pi \cdot ie^2 \cdot v/[k\varepsilon(kv,k)]\} = \mathrm{Re}\{2\pi \cdot ie^2 \cdot v^2[\frac{1}{kv-\omega_{pe}} + \frac{1}{kv+\omega_{pe}}]\} = \\ &= 4\pi^2 e^2 \omega_{pe}^2 \cdot \delta(kv - \omega_{pe})/k^2 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Для пучка частиц с функцией распределения

$$f_b = [n_{b0}/\sqrt{\pi}v_{Tb}]\cdot \exp\{-(v - v_{0b})^2/v_{Tb}^2\}, \tag{2.9}$$

где $v_{0b}, v_{Tb} = \sqrt{2k_B T_b / m_b}$ - средняя и тепловая скорости пучка, потери энергии единицы объема пучка в единицу времени за счет спонтанного излучения плазменных (ленгмюровских) колебаний равны

$$W = \int w(k)dk = \int dk \int dv \cdot v \cdot f_b(v)\cdot F(k), \tag{2.10}$$

причем в выражении для $w(k)$ следует отбросить мнимую часть, вследствие нечетности подынтегрального выражения (2.10). Тогда спектральная плотность потерь энергии пучка в единицу времени $w(k)$ определяется выражением

$$w(k) = 4\pi \cdot e^2 \int dv \cdot v \cdot f_b(v)\cdot \mathrm{Im}\{[k\varepsilon(kv,k)]^{-1}\} = 4\pi^2 e^2[\omega^2(k)/k^3]\cdot f_b[\omega(k)/k], \tag{2.11}$$

причем здесь $\omega(k) \approx \omega_{pe}$. Следует обратить внимание на знакоопределенность выражения (2.11), которая как отмечалось выше характерна для спонтанных процессов.

Для получения выражений (2.8) и (2.11) полезно воспользоваться представлением

$$\begin{aligned} \frac{1}{\omega\cdot\varepsilon(\omega)} &= \frac{1}{\omega\cdot(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega\cdot(\omega + i\nu_{ei})})} \approx (\frac{1}{\omega - \omega_{pe} - i\nu_{ei}/2} + \frac{1}{\omega + \omega_{pe} - i\nu_{ei}/2}) = \\ &= i\pi[\delta(\omega - \omega_{pe}) + \delta(\omega + \omega_{pe})] \end{aligned}, \tag{2.12}$$

где $\delta(x)$ - дельта-функция.

2.2. Случайное или регулярное спонтанное излучение? Вопрос о том, является ли спонтанное излучение процессом случайным или регулярным, часто поднимается в литературе. Отметим, что так как процесс спонтанного излучения одной частицы не зависит от поведения других частиц ансамбля, то излучение приобретает характер случайного в той степени, в которой случайны начальные условия их распределения [5-7, 22,37]. Если ансамбль частиц представляет собой сгусток частиц с малым разбросом по скоростям и размеры которого заметно меньше длины излучаемой волны, то интенсивность такого регулярного когерентного излучения (сверхизлучения) [30,56,57], по крайней мере, в начальный период процесса, будет пропорциональна квадрату их числа (детальнее см. раздел 2.14). Излучение специальным образом сфазированных осцилляторов, как отмечалось ранее [14,46] также только на начальном этапе может приобретать регулярный когерентный характер. При развитии процессов генерации поля компактными сгустками и специально сфазированными осцилляторами, уже «речь идет, конечно, об индуцированном излучении [частиц и осцилляторов] под действием коллективного самосогласованного поля». Однако даже поле спонтанного излучения многих частиц, которое можно считать случайным, обладает тем не менее весьма значительной энергией [58,59].

2.3. Учет индуцированных процессов. Если интенсивность поля велика, то следует учитывать воздействие этого поля на процессы излучения, а также поглощения частицами квантов этого поля. Причем такие процессы излучения, а также поглощения квантов поля следует считать вынужденными (индуцированными), то есть навязанными частицам пучка этим полем.

Важно отметить, что в отличие от случая спонтанного излучения (при этом можно пренебречь обратным влиянием поля на частицы, то есть формально имеет место не самосогласованное описание и при этом эффект остается) в случае учета вынужденных процессов описание системы является вполне самосогласованным.

Можно также показать, следуя работам [24] (см., также, [55]), что именно учет индуцированных процессов излучения и поглощения квантов поля (который требует применения самосогласованного описания при взаимодействии частиц и поля), позволяет обнаружить в определенных условиях явление пучково-плазменной неустойчивости, то есть процесс быстрого роста амплитуды излучения.

В данном представлении частицы пучка излучают и поглощают кванты продольных (ленгмюровских) волн – плазмоны, энергия которых равна $\hbar\omega(k)$. Определим число квантов продольных волн, излучаемых в единицу времени в интервале волновых чисел dk в случаях спонтанного и индуцированного процессов $n_m u_{mn} dk$ и $n_m w_{mn} N_k dk$, соответственно. При этом частицы, излучающие плазмон, переходят из состояния *m* в состояние *n*. Аналогично определим в этом же интервале волновых чисел скорость поглощения плазмонов $n_n w_{nm} N_k dk$, где n_n - число частиц в состоянии *n*, а N_k - число квантов поля, u_{mn}, w_{mn}, w_{nm} - коэффициенты Эйнштейна для этого случая.

Уравнения, описывающие изменение количества частиц на верхнем и нижнем уровнях энергии, имеют вид, подобный (1.1) и (1.2):

$$\partial n_m / \partial t = -(u_{mn} + w_{mn} \cdot N_k) \cdot n_m + w_{nm} \cdot N_k \cdot n_n, \tag{2.13}$$

$$\partial n_n / \partial t = -w_{nm} \cdot N_k \cdot n_n + (u_{mn} + w_{mn} \cdot N_k) \cdot n_m. \tag{2.14}$$

В тепловом равновесии, очевидно, $n_m / n_n = \exp\{\hbar\omega(k)/T)\}$, число излученных и поглощенных квантов поля равны (постоянную Больцмана здесь и ниже будем считать равной единице), а для количества квантов поля справедлива формула Планка $N_{k0} = [\exp\{\hbar\omega(t)/T\} - 1]^{-1}$, что приводит к соотношению $u_{mn} = w_{mn} = w_{nm}$.

Таким образом, в неравновесном случае для описания динамики количества плазмонов получим уравнение

$$dN_k / dt = u_{mn} \cdot n_m \{(1 - n_n / n_m) \cdot N_k + 1\}. \tag{2.15}$$

Отметим, что изменение плотности энергии плазмонов $d\mathrm{E}_k / dt = \hbar\omega(k) \cdot u_{mn} \cdot n_m$ в отсутствии других механизмов излучения и поглощения их энергии, кроме спонтанного излучения частиц пучка равно потерям его энергии в единицу времени $w(k)$. С учетом этого, уравнение (2.18) принимает вид

$$d\mathrm{E}_k / dt = w(k) \cdot \{(1 - n_n / n_m) \cdot N_k + 1\}. \tag{2.16}$$

Изменение импульса частиц при излучении плазмона $m(v_m - v_n) = \hbar k$ откуда следует, что $v_m = v_n + \hbar k / m$ и в случае, если интервал скоростей, на котором существенно изменяется функция распределения частиц заметно превышает $\hbar k / m$, то

$$n_n / n_m = f(v_m - \hbar k / m) / f(v_m) \approx 1 - (\hbar k / m) \cdot df(v_m) / f(v_m) dv_m. \tag{2.17}$$

Если функция распределения пучка по скоростям $f(v_b)$ имеет вид (2.9), то $1 - n_n / n_m = -\hbar k(v_m - v_{0b}) / k_B T_b$ и уравнение (2.16) принимает вид

$$\begin{aligned} d\mathrm{E}_k / dt &= 2\pi^2 e^2 [\omega^2(k)/k^2] \cdot f_b[\omega(k)/k] \times \\ &\times \{1 + N_k (\hbar k / m) \partial f_b(v) / f_b(\omega(k)/k) \partial v |_{v=\omega(k)/k}\} = 2\gamma_L \cdot \{\mathrm{E}_k + \omega(k) T_b / [k v_{0b} - \omega(k)]\}, \end{aligned} \tag{2.18}$$

где $\gamma_L = (\sqrt{\pi}/2) \dfrac{\omega_b^2 \omega(k)}{k^3 v_{Tb}^3} \exp\left\{ -\dfrac{[k v_{ob} - \omega(k)]^2}{k^2 v_{Tb}^2} \right\} [k v_{0b} - \omega(k)]$ – линейный инкремент пучково-плазменной неустойчивости в отсутствии потерь энергии плазмонов, $\omega(k) \approx \omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m}$. Связь между плотностью энергии E_k и напряженностью электрического поля плазмонов E_k определяется соотношением $\mathrm{E}_k = \dfrac{\partial \omega \varepsilon(\omega, k)}{\partial \omega} | E_k |^2 \approx \dfrac{\omega_{pe}^2}{4\pi\omega^2(k)} | E_k |^2$.

Кстати, равенство коэффициентов $u_{mn} = w_{mn} = w_{nm}$, а также зависимость слагаемого, ответственного за индуцированные процессы от N_k, позволяет представить выражение (2.16) в более общем виде

$$dN_k / dt = \Sigma_m + \{\Sigma_m - \Sigma_n\} N_k = \Sigma_m + \frac{\partial \Sigma_m}{\partial(\hbar\omega)} \mathrm{E}_k, \tag{2.19}$$

где Σ_m – изменение числа квантов N_k энергии излучения $\mathrm{E}_k = \hbar\omega \cdot N_k$ за счет спонтанных процессов в единицу времени, причем переход $\Sigma_m \to \Sigma_n$ соответствует излучению кванта $\hbar\omega$, то есть

$$\Sigma_m = \Sigma(\varepsilon_m) = \Sigma(\varepsilon_n + \hbar\omega),\ \Sigma_m - \Sigma_n = \Sigma(\varepsilon_m) - \Sigma(\varepsilon_n) = \frac{\partial \Sigma_m}{\partial \varepsilon}\hbar\omega = \frac{\partial \Sigma_m}{\partial(\hbar\omega)}\hbar\omega \cdot$$

Соотношение (2.19) между вкладами спонтанного излучения и индуцированных процессов излучения и поглощения в генерацию квантов поля является достаточно общим не только для многопотоковых систем, но и для инвертированных сред (см. выше выражение (1.7)), и для многоволновых взаимодействий (см. ниже выражение (3.12)).

Важно отметить, что подобное (2.18) уравнение без слагаемого правой части, ответственного за спонтанные процессы излучения, можно получить, используя самосогласованное описание только для возмущений в рамках традиционной кинетической теории (см., например, [29,55]). Для учета спонтанных процессов в этом описании следовало бы принять во внимание (невозмущенные) собственные токи и собственные поля пучков частиц.

При учете потерь энергии плазмонов за счет других механизмов поглощения и диссипации, уравнение (2.18) может быть записано в виде

$$d\mathrm{E}_k / dt = -2\delta_D \mathrm{E}_k + 2\gamma_L \cdot \{\mathrm{E}_k + \omega(k) T_b / [k v_{0b} - \omega(k)]\}, \tag{2.20}$$

где δ_D - декремент затухания, определяемый другими механизмами потерь энергии. Так как максимальный инкремент достигается при $kv - \omega(k) \approx k v_{Tb}$, то уравнение (2.20) для спектральной плотности колебаний вблизи максимального инкремента принимает вид

$$\frac{d\mathrm{E}_k}{dt} \approx -2\delta_D \mathrm{E}_k + 2\gamma_L \{\mathrm{E}_k + \sqrt{m v_{0b}{}^2 T_b / 2}\}. \tag{2.21}$$

2.4. Затухание Ландау. Не трудно получить значение декремента затухания Ландау [60] для плазмонов, фазовая скорость которых заметно превышает тепловую скорость плазмы. Роль пучка частиц в этом случае может играть высокоэнергетическая часть - «хвост» Максвелловского распределения электронов плазмы (2.9), а дисперсионные характеристики определяются основной массой плазменных электронов.

Уравнение для спектральной интенсивности плазмонов в пренебрежении спонтанными процессами принимает вид

$$d\mathrm{E}_k / dt = -2\delta_l \cdot \mathrm{E}_k, \tag{2.22}$$

где значение декремента затухания Ландау равно

$$\delta_l = -\sqrt{\pi} \cdot \frac{\omega^4(k)}{2k^3 v_{Te}^3} \exp\{-\frac{\omega^2(k)}{k^2 v_{Te}^2}\}, \tag{2.23}$$

$v_{Te} = \sqrt{2 k_B T_e / m_b}$ а T_e - температура плазменных электронов.

В связи с интенсивным развитием нелинейной физики в распределенных системах и средах основное внимание традиционно уделяется индуцированным самосогласованным процессам. Однако учет спонтанных процессов в общей динамике развития множества физических явлений часто необходим для выяснения роли собственного шума систем, особенно вблизи порога нестабильностей. Это позволит скорректировать представления о динамике неравновесных процессов.

2.5. Уровень шума (интенсивность плазменной турбулентности). В плазме без пучка интенсивность плазменной турбулентности (флуктуаций), как это следует из уравнения (2.20), где следует положить $v_0 = 0$, определяется величиной $\mathrm{E}_k \propto T_e$. При инжекции пучка ниже порога неустойчивости (или в спектральных областях, где неустойчивость не развивается) уровень шума может существенно возрасти [24]. Действительно, из уравнения (2.21) в стационарных условиях получим, что интенсивность шума, обусловленная спонтанным излучением пучка может достигать значений порядка

$$\mathrm{E}_k = \frac{\omega(k)}{k v_{0b} - \omega(k)} \cdot T_b \propto \sqrt{m v_{0b}^2 T_b / 2}. \tag{2.24}$$

Явление значительного роста шума в системе при инжекции пучка в широких спектральных интервалах, даже вне области неустойчивости было обнаружено еще в первых экспериментах по плазменно-пучковому взаимодействию [58-59].

2.6. Рост флуктуаций при приближении к порогу неустойчивости. Особый интерес представляет увеличение уровня шума при приближении к порогу неустойчивости. Действительно, решая уравнение (2.20) при условии $\delta_D - \gamma_L > 0$, получим

$$\mathrm{E}_k \to \mathrm{E}_{kst} = \frac{\gamma_L \sqrt{m v_{0b}{}^2 T_b / 2}}{\delta_D - \gamma_L} \cdot \tag{2.25}$$

При приближении к порогу неустойчивости ($\delta_D = \gamma_L$) уровень шума быстро увеличивается взрывным образом. Это, в частности, улучшает стартовые условия для развития неустойчивости. Аномальный рост флуктуаций в этом случае подобен хорошо известному явлению критической опалесценции при приближении параметров системы к порогу нестабильности - области фазового перехода.

2.7. Развитие неустойчивости. При превышении порога такой кинетической пучковой неустойчивости, то есть при $\gamma_L > \delta_D$, для интенсивности колебаний справедливо выражение

$$\mathrm{E}_k = [\mathrm{E}_k(t=0) + \frac{\gamma_L \sqrt{m v_{0b}{}^2 T_b / 2}}{\gamma_L - \delta_D}] \exp\{2(\gamma_L - \delta_D)t\} - \frac{\gamma_L \sqrt{m v_{0b}{}^2 T_b / 2}}{\gamma_L - \delta_D}, \tag{2.26}$$

то есть вплоть до величин $\mathrm{E}_k = \dfrac{\gamma_L \sqrt{m v_{0b}{}^2 T_b / 2}}{\gamma_L - \delta_D}$ происходит быстрый линейный рост интенсивности колебаний [55], который затем сменяется экспоненциальным ростом. Следует отметить, что динамика начального этапа развития любой неустойчивости подобна рассмотренной.

2.8. Обратное воздействие излучения на пучок. Уравнения квазилинейной теории. Возмущение функции распределения $f_b{}'$ принимает вид

$$f_b{}' = [ieE_k / m(\omega - kv)] \partial f_0 / \partial v . \tag{2.27}$$

Удерживая квадратичные по возмущениям члены, получим уравнение для медленной эволюции функции распределения

$$\partial f_b / \partial t = (eE_k{}^* / m) \partial f_b{}' / \partial v . \tag{2.28}$$

Интегрируя по волновым числам, окончательно получим основное уравнения квазилинейной теории, описывающее деформацию функции распределения пучка при взаимодействии спектра возбуждаемых колебаний с резонансными частицами.

$$\partial f_b / \partial t = \pi \frac{e^2 \, | E_{\omega_{pe}/v} |^2 \, \omega_{pe}}{m^2 v} \partial^2 f_b / \partial v^2 . \tag{2.29}$$

Вместе с уравнением (2.22) это уравнение самосогласованно описывает процесс обмена энергией между модами спектра и резонансными частицами пучка. Условие применимости ограничивает амплитуду мод спектра весьма малыми значениями, взаимодействием мод между собой при этом можно пренебречь. Перераспределение энергии в спектре возможно лишь посредством частиц пучка.

Уравнения квазилинейной теории учитывают весьма эффективное взаимодействие резонансных частиц с волнами. Вообще говоря, при увеличении амплитуд участвующих в процессе взаимодействия волн, последние способны взаимодействовать с множеством нерезонансных частиц, число которых заметно превышает число резонансных [61] (см. также [62]). Обнаруженное явление перекрытия потенциальных ям колебаний в развитой волновой турбулентности в плазменной среде позволило заметно продвинуться в понимании релаксационных процессов и процессов переноса в плазме. С другой стороны, в нелинейных режимах развитых неустойчивостей нерезонансные частицы, оказавшиеся захваченными в потенциальную яму колебаний, в значительной степени определяют развитие процесса.

2.9. Особенности динамики развитой кинетической неустойчивости в одномодовом режиме. В процессе развития рассмотренной выше кинетической пучковой неустойчивости в одномодовом режиме амплитуда волны растет. Реализация такого одномодового режима возможна при специальном подборе начальных условий. При этом все большая часть частиц пучка, скорости которых близки к фазовой скорости волны (то есть, с позиции линейной теории, нерезонансных частиц), оказывается захваченной в потенциальную яму колебаний. Уравнения, описывающие нелинейную динамику возбуждаемой пучком волны имеют вид (см., например, [63]):

$$\begin{gathered} \partial A / \partial \tau = 8\pi \cdot \int_{-1/2}^{1/2} d\zeta_{p0} \int_{-\eta}^{\eta} d\eta_0 \eta_0 \exp\{-2\pi i \xi\}, \\ 2\pi \cdot d^2\xi / d\tau^2 = -\mathrm{Re}[A \cdot \exp\{2\pi i \xi\}], \end{gathered} \tag{2.30}$$

где $\gamma = \gamma|_{\Theta=0} = (\omega_{e0}\omega_{b0}^2)^{1/3}$ инкремент гидродинамической пучковой неустойчивости, $\omega_b = (4\pi e^2 n_{b0} / m_{e0})^{1/2}$ - ленгмюровская частота электронного пучка, а $\omega_{pe} = (4\pi e^2 n_{e0}) / m_{eo})^{1/2}$ - ленгмюровская частота плазмы (здесь - $e, m_{e0}, n_{b0}, n_{e0}$, - заряд, масса покоя электрона и невозмущенная плотность пучка и плазмы), $2\pi\xi_0 = kz_0 - \omega t$, $\eta_0 = (kv - \omega_{pe}) / 2\pi\gamma$. Можно оценить среднюю частоту осцилляций Ω_{TR} захваченных частиц в потенциальной яме волны: $\Omega_{TR} = \sqrt{ek\widetilde{E}_k / m_e}$. В результате такого осцилляторного движения захваченных частиц происходит изменение знака производной от функции распределения в окрестности фазовой скорости волны [64,65].

Такое изменение знака производной способно приводить к осцилляторной смене направления процесса, то есть к последовательной смене излучения квантов поля их поглощением и наоборот. Отметим, что изменение знака производной от функции распределения обусловлено динамикой частиц пучка в поле волны, которая представлена вторым уравнением системы уравнений (2.30). Этот процесс учитывает нелокальность процессов взаимодействия частиц пучка с волной. Полезно ввести в рассмотрение параметр Ω_{TR} / γ_L, который в процессе неустойчивости постепенно возрастает от начальных значений много меньше единицы. При достижении этим параметром величины порядка единицы неустойчивость насыщается [63]. В дальнейшем происходит обмен энергией между волной и захваченными частицами [66] с характерным временем порядка $\Omega_{TR}^{-1} \approx \gamma_L^{-1}$. Вследствие перемешивания частиц в потенциальной яме волны, осцилляции интенсивности волны быстро затухают.

2.10. Модулированные пучки. Ранее для эффективного взаимодействия пучка с синхронной волной применяли предварительную бунчировку (модуляцию, представляющую собой разбиение пучка на последовательность коротких сгустков) частиц (см., например, [56,57]). В этом случае, если размер сгустка, который один позиционировался в пределах длины волны излучения в соответствующей фазе и был заметно меньше этой длины, интенсивность его излучения оказывалась пропорциональной квадрату числа частиц сгустка. Действительно, в этом случае в начальный момент для электрического поля и плотности пучка справедливы выражения $\tilde{E}_k|_{t=0} \approx M \cdot N_b \cdot E_{ksp}$ $\tilde{n}_b(x) \approx N_b \cdot \delta(x - \tilde{x}_b)$, где N_b, M и $\tilde{x}_b$ - число частиц в сгустке, число сгустков в зоне когерентности (в зоне взаимодействия) и координата сгустка, соответственно [67]. Часто такое излучение поначалу полагали спонтанным, так как поле излучения, по крайней мере, в начальный момент, представляло собой излучение квазичастицы с зарядом, равным сумме зарядов всех частиц сгустка. Затем все чаще стали определять этот процесс как сверхизучение. Понятно, что при таком излучении сгустка (квазичастицы) его интенсивность была велика.

Конечно, поле излучения является интегральным полем частиц пучка. И, кроме того, поле сразу же начнет влиять на динамику сгустка, усиливая отбор энергии от пучка и заметно увеличивая при этом свою амплитуду. То есть, в развитом процессе легко обнаружить все признаки вынужденного, индуцированного излучения. И так как в случае начальной бунчировки протяженного пучка он являет собой последовательность компактных квазичастиц с большим значением заряда и массы, поэтому, имели место попытки представить процесс излучения как суперпозицию «спонтанного» излучения (или сверхизлучения) каждой такой квазичастицы и индуцированного излучения этих квазичастиц в общем поле излучения, по крайней мере, вплоть до момента разрушения этих квазичастиц. Но даже излучение одиночного сгустка заряженных частиц трудно назвать спонтанным, ибо интегральное поле в его объеме влияет на эффективность отбора энергии от частиц, в частности, формируя его тонкую структуру [68-71].

2.11. Реактивная гидродинамическая неустойчивость в одномодовом режиме. Однако компактные сгустки заряженных частиц могут в определенных условиях самостоятельно формироваться в объеме пучка заряженных частиц с малым разбросом по скоростям. Именно это явление лежит в основе явления так называемой гидродинамической пучковой неустойчивости. Механизм гидродинамической пучковой неустойчивости с возбуждением синхронной с пучком волны был обнаружен в замедляющих структурах [72], в плазме [73,74], а затем детально изучен в позднейших работах [75,76,63]. В этом случае процесс глубокой пространственной модуляции пучка с малым начальным разбросом частиц по скоростям (т.н. пучков «хорошего качества» для приборов плазменной электроники [75,76]) происходит непосредственно в процессе неустойчивости. В системе покоя пучка для малых возмущений его плотности справедливо (см., например, [63]) уравнение

$$\partial^2 n_b^* / \partial t^2 = (-iek \cdot n_{b0} \cdot \widetilde{E}_k^* / m_e). \tag{2.31}$$

Наличие нелокальной самосогласованной связи между возмущениями плотности пучка и амплитудой поля приводит к заметному уменьшению значения характерного времени развития неустойчивости с возбуждением интенсивных колебаний и вынужденной глубокой модуляцией плотности пучка (детальнее см. ниже). В случае развития гидродинамической неустойчивости пучка частиц с малым разбросом по скоростям, механизм ограничения роста амплитуды поля подобный обсуждаемому выше для кинетической пучковой неустойчивости [77]. Часть захваченных полем интенсивной волны частиц пучка формируют весьма компактную квазичастицу, которая совершает достаточно регулярные колебания в потенциальной яме волны с частотой $\Omega_{TR} = \sqrt{ek\widetilde{E}_k / m_e}$. Так как квазичастица, образованная захваченными частицами пучка, в этом случае более компактная, это приводит к глубокой модуляции интенсивности возбуждаемых колебаний (подробнее см. обстоятельный обзор [63]). Однопараметрическая система нелинейных уравнений, описывающая начальную стадию процесса релаксации моноэнергетического пучка заряженных частиц в диссипативной среде может быть представлена в виде [77]

$$\partial A / \partial \tau = -\Theta A + \int_{-1/2}^{1/2} d\xi_0 \cdot \exp\{-2\pi i \xi\}, \tag{2.32}$$

$$2\pi \cdot d^2\xi / d\tau^2 = -\mathrm{Re}[A \cdot \exp\{2\pi i \xi\}], \tag{2.33}$$

где $\tau = t\left(2\gamma / 3^{1/2}\right)$, $A = eEk / m_e \left(2\gamma / 3^{1/2}\right)^2$, $2\pi\xi = kz - \omega t$, $\Theta = \delta|_{\gamma=0} / \gamma|_{\delta=0}$.

При этом выполняется закон сохранения энергии в виде

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{|A|^2}{2} + 2\pi \int_{-1/2}^{1/2} d\xi_0 \frac{d\xi}{d\tau}\right) = -\Theta \cdot |A|^2 .$$

Параметр Θ, здесь отвечает отношению $\delta_D(\omega,k)$ - декремента затухания колебаний в отсутствие неравновесного элемента (здесь пучка), - к $\gamma(\omega,k)|_{\delta=0}$ - максимальному инкременту бездиссипативной неустойчивости (т.е. в отсутствие потерь), который в данном случае равен $(\sqrt{3/2})(\omega_b/\omega_0)^{2/3}\omega_0$, причем, ω_0 - собственная частота волновода, а $\omega_b = (4\pi e^2 n_{b0}/m_{e0})^{1/2}$ - ленгмюровская частота электронного пучка, $\omega_b \ll \omega_0$.

2.12. Диссипативная гидродинамическая неустойчивость. Практический интерес представляют режимы с Θ>1 при которых достигается наибольший поток энергии из системы в канал потерь. Именно при анализе таких диссипативных режимов неустойчивости было обнаружено явление аномально больших потерь энергии частиц пучка [78-79]. Для Θ справедливо выражение $\Theta = (\delta_D/\omega_0)(\omega_0/\omega_b)^{2/3}$. Инкремент диссипативной неустойчивости [80-82] при Θ>1 оказывается равным

$$\mathrm{Im}\,\omega = \omega_b(\omega_0/\delta_D)^{1/2}/\sqrt{2}\,. \tag{2.34}$$

Можно убедиться в том, что энергия возмущений в системе отрицательна, то есть наличие возмущений приводит к уменьшению полной энергии системы «среда-пучок заряженных частиц». Рассмотрим возмущения в среде и возмущения в пучке (то есть возмущения его плотности и скорости). Можно убедиться в том, что при значениях Θ>>1 энергия возмущений в пучке заметно превосходит энергию возмущений в среде, сквозь которую распространяются его частицы. Полная плотность энергии системы может быть записана в виде

$$W = W_0 + \delta W \approx \frac{1}{2} n_{bo} m_{e0} v_0^2 - \frac{1}{16} |E|^2\, \Theta^{-3/2}, \tag{2.35}$$

то есть, плотность энергии оказывается меньше плотности энергии невозмущенной системы и продолжает уменьшаться с ростом амплитуды электрического поля возмущения $|E|$. В этом случае диссипативные процессы *не приводят к появлению порога неустойчивости* [29,55,78]. Обратим внимание на тот факт, что при значениях Θ>>1 левой частью уравнения (2.32) вполне можно пренебречь.

2.13. Многомодовые режимы гидродинамических пучковых неустойчивостей. Если начальные условия не позволяют выделить одну моду поля, то характер развития неустойчивости становится многомодовым [75,76,83]. Отметим, что даже в условиях одномодовой генерации, на достаточно больших временах, осцилляции захваченных частиц, как известно [63], приводят к, так называемой, сателлитной (модуляционной) неустойчивости, с возбуждением колебаний, частоты которых отличаются от частоты возбуждаемой моды на величину кратную частоте осцилляций формируемых квазичастиц $\Omega_{TR} = \sqrt{ek\widetilde{E}_k/m_e}$. Причем, возбуждение колебаний в коротковолновой части спектра в определенной степени подавляет движение ВЧ энергии в длинноволновую часть спектра [55,84]. Наличие плотной квазичастицы, образованной захваченными частицами пучка, может привести к заметному уширению возбуждаемого частотного спектра колебаний [85].

В последних разделах процессами спонтанного излучения частиц можно было пренебречь, вследствие явного доминирования процессов индуцированного излучения и поглощения при взаимодействии плотных пучков заряженных частиц с плазмой. Однако ниже представим способ корректного описания процессов спонтанного излучения отдельных частиц уединенного компактного сгустка и реализацию режима сверхизлучения в этом случае.

2.14. Режимы сверхизлучения сгустков заряженных части. В случае сгустков - коротких пучков, продольные размеры $a_\parallel$ которых не превосходят несколько длин волн возбуждаемых колебаний [86], в его объеме практически не накапливается поле. Особенностью движущегося электронного сгустка в плазме является также практически полная компенсация его заряда [68,72], если его начальные размеры (продольные $a_\parallel$ и поперечные $a_\perp$ заметно превосходили величину v_0/ω_{pe}, где v_0, ω_{pe} - невозмущенная скорость пучка и ленгмюровская частота плазмы). В работах [87,88] было также обнаружено явление самофокусировки такого сгустка. Это эквивалентно тому, что *макроскопическая диэлектрическая проницаемость в объеме такого сгустка оказывалась отрицательной* [88]. Эффект обращения кулоновских сил в объеме одиночного сгустка обусловлен тем, что при интегрировании по волновым числам полей в системе покоя сгустка $(\xi = z - v_0 t, t)$, создаваемых отдельными частицами сгустка и зависящих от диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega,k) \equiv \varepsilon(0,k) = 1-(\omega_{pe}/kv)^2$, вклад крупномасштабных возмущений (малые значения волнового числа k) превышает вклад мелкомасштабных. Например, в одномерном случае выбирая функцию распределения частиц сгустка в виде $f(\xi,v) = (N/a\sqrt{\pi})\exp(-\xi^2/a^2)\cdot\delta(v-v_0)$, для напряженности электрического поля электронного сгустка получим выражение

$$E(\xi) = 2i|e|N\int dk\cdot\exp\{ik\xi - k^2a^2/4\}[k\cdot\varepsilon(0,kv_0)]^{-1} \approx -2\sqrt{\pi}\cdot\xi\exp\{-\xi^2/a^2\}/a\cdot\varepsilon_{eff}\,, \tag{2.36}$$

где $\varepsilon_{eff} = -\omega_{pe}^2 a^2/2v_0^2 < 0$ - значение эффективной диэлектрической проницаемости. Можно убедиться [88], что в и трехмерном случае для сгустка таких размеров эффективная диэлектрическая проницаемость в его объеме отрицательна.

В отличие от случая генерации электромагнитного излучения, когда на являющийся источником генерации движущийся сгусток действовали как фокусирующие, так и дефокусирующие силы, возбуждение продольных волн в плазме приводило одновременно к радиальной [89-91] и продольной [87,88,92] фокусировке.

При размерах пучка $a_{\parallel}$, заметно меньших характерного расстояния, на котором развивается пучковая неустойчивость в безграничной плазменно-пучковой среде $\left(V_0/\omega_{pe}\right)\left(\omega_{pb}/\omega_{pe}\right)^{-2/3}$ (где $\omega_{b,pe}=\left(4\pi e^2 n_{p,bo}/m_{eo}\right)^{1/2}$ - плазменные (ленгмюровские) частоты пучка и плазмы), поле не успевает накопиться в размерах сгустка. Эффективный декремент затухания колебаний δ_D в сгустке можно определить как отношение потока энергии колебаний, покидающих сгусток, к полной энергии колебаний в его объеме, при этом $\delta_D = V_0/a$ (см. выражение (1.10)). Отношение эффективного декремента затухания к максимальному инкременту пучково-плазменной неустойчивости $\propto \omega_{pe}(\omega_{be}/\omega_{pe})^{2/3}$ порядка

$$\Theta = \delta_D/\gamma|_{\delta=0} = (V_0/a\cdot\omega_{pe})(\omega_{be}/\omega_{pe})^{-2/3} >> 1\,. \tag{2.37}$$

Полезно отметить, что пучковая неустойчивость, которая развивается в этих условиях, является гидродинамической диссипативной с инкрементом [76,77] (см. также [55]) с точностью до численного множителя, равного максимальному инкременту, умноженному на $\Theta^{-1/2}$[81-82]. Энергия поля за время a/V_0 выносится из объема сгустка, а изменение в пространстве амплитуды за это время пропорционально $\exp\{(a/V_0)\cdot[\omega_{pe}(\omega_{be}/\omega_{pe})^{2/3}/\Theta^{1/2}]\approx 1-(1/\Theta^{3/2})$ и весьма незначительно. Таким образом, рост поля в объеме пучка обусловлен в большей степени группировкой частиц и повышением когерентности их излучения.

В этих условиях уравнения, описывающие нелинейную динамику такого короткого одномерного электронного сгустка, распространяющегося сквозь плотную плазму в системе его покоя, можно записать в виде [68,93]:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \nu\,,\ \frac{d\nu}{d\tau} = \mathrm{E}(\xi)\,, \tag{2.38}$$

$$\mathrm{E}(\xi) = -\frac{2}{N}\sum_{\alpha}^{N} f_\alpha \cos[2\pi\, g_\alpha(\xi-\xi_\alpha)]\,\Theta(\xi_\alpha-\xi)\,, \tag{2.39}$$

где $2\pi\xi = K_0(z-V_0 t)$, $\nu = K_0(V-V_0)/2\pi\gamma_L$, $\gamma_L^2 = e^2K_0M/m_e$, $g=(1+\Delta\cdot\nu)^{-1}$, $\Delta = 2\pi\gamma_L/K_0V_0$, $\tau=\gamma_L\, t$, и M - общее число частиц в сгустке в единичном сечении, $\mathrm{E} = eK_0E/2\pi m_e\gamma_L^2$, E- напряженность электрического поля, f_α- статистический вес крупной частицы, моделирующей пучок. Не трудно показать, что эта система уравнений эквивалентна системе уравнений (2.32) - (2.33), где $\Theta = \delta_D/\gamma|_{\delta=0} = (V_0/a\cdot\omega_{pe})(\omega_{be}/\omega_{pe})^{-2/3} >>1$, и в которой можно пренебречь правой частью уравнения (2.32).

Как показано в работах [93,94] на начальном этапе эволюции короткого пучка возникает модуляция его плотности и формируется одна или несколько квазичастиц – компактных плотных электронных сгустков. Так же как и в модели Дике на начальном этапе поле излучения в значительной степени некогерентное. Затем в результате формирования квазичастиц амплитуда интегрального кильватерного поля увеличивается, его рост приобретает экспоненциальный характер, доля когерентного излучения быстро возрастает. Затем в результате перемешивания частиц в потенциальных ямах излучения интенсивность кильватерного поля снижается вплоть до начального уровня.

Как справедливо отметил В.А. Буц (см., также, [30]) основной проблемой в описании сверхизлучения является выяснение природы процесса синхронизации осцилляторов. Как показано в работах [71, 86] в случае сгустков заряженных частиц именно пучковая (диссипативная) неустойчивость и приводит к бунчировке частиц, что обеспечивает необходимую синхнронизацию частиц - излучателей.

Для получения кильватерного поля сгустка нам понадобилось найти кильватерное поле отдельной частицы. Важно отметить, что если рассматривать бесконечную периодическую систему расположения отдельных частиц, как это часто делают, а затем неограниченно увеличивать величину периода, то переход к кильватерному полю отдельной частицы сгустка окажется затруднительным. Ибо в периодической системе поле присутствует как впереди, так и позади отдельно взятой частицы. А для одиночной частицы поле излучения впереди нее в направлении ее движения отсутствует. Для получения корректного результата нужен иной способ расчета кильватерного поля отдельной частицы. Представим плотность заряда электрона, движущего со скоростью $v>0$ в следующем виде $\rho = -e\cdot\delta(-v\cdot t + x - s) = -e\cdot\delta(\xi - s)$. Используем уравнение Пуассона $\partial D/\partial x = 4\pi\rho$, которое в Фурье представлении запишем в виде

$$-ik\varepsilon(\omega,k)\cdot E(\omega,k) = 4\pi\rho(\omega,k) \tag{2.40}$$

Выполняя обратное преобразование левой части уравнения, получим

$$-i\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{-ik\xi\}\cdot dk\cdot[k\cdot\varepsilon(k)\cdot E(k)] = k_0\cdot\frac{\partial\varepsilon(k)}{\partial k}|_{k_0}\cdot\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial\xi}\cdot\exp\{-ik_0\xi\}\,. \tag{2.41}$$

Здесь мы воспользовались тем обстоятельством, что волновой пакет располагается в пространстве волновых векторов вблизи k_0, и тогда $d(k_0+K)=dK$, кроме того $\mathrm{E}=\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{-iK\xi\}\cdot dK\cdot E(K)$ - медленно меняющаяся в пространстве амплитуда напряженности электрического поля.

Используем также тот факт, что движущейся системе отсчета уравнение $\varepsilon(\omega,k)=\varepsilon(kv,k)=\varepsilon(k)=1-\omega_{pe}^2/kv(kv+i\nu)=0$ имеет корни $k_{1,2}v=k_0v=\pm\omega_{pe}-i\nu/2$.

Уравнение Пуассона при этом принимает вид

$$(\partial\mathrm{E}/\partial\xi)\cdot\exp\{-ik_0\xi\}=-4\pi e\cdot\{k_0\cdot\partial\varepsilon(k)/\partial k\,|_{k_0}\cdot\}^{-1}\cdot\delta(\xi-s)\,, \tag{2.42}$$

причем, в этом случае выполняется соотношение $k_0\cdot\partial\varepsilon(k)/\partial k\,|_{k_0}=\partial\omega\varepsilon(\omega)/\partial\omega\,|_{\omega=k_0v}$. Заметим, что преобразовывать правую часть (2.40) вообще не понадобилось. Для дальнейшего преобразования уравнения (2.42), воспользуется представлением [95] $\delta(x)=d\theta(x)/dx$, где $\theta(x)$ - симметричная единичная функция, равная нулю при $x<0$, и равная единице, при $x>0$. Учитывая наличие дельта-функции, уравнение (2.42) можно представить в виде

$$\partial\mathrm{E}/\partial\xi=\alpha\cdot\delta(\xi-s)\,, \tag{2.43}$$

где $\alpha=-4\pi e\cdot\{k_0\cdot\partial\varepsilon(k)/\partial k\,|_{k_0}\cdot\}^{-1}\cdot\exp\{ik_0s\}$. Решение ищем в виде $\mathrm{E}=C+\alpha\cdot\theta(\xi-s)$, где С – некоторая неопределенная константа. Так как напряженность поля имеет вид

$$\mathrm{E}\cdot\exp\{-ik_0\xi\}=[C+\alpha\cdot\theta(\xi-s)]\cdot\exp\{-ik_0\xi\}\,, \tag{2.44}$$

то в области больших значений $\xi>0$ выражение стремится к бесконечности, что недопустимо. Поэтому, следует выбрать $C=-\alpha$. Таким образом, окончательно напряженность поля кильватерного следа за частицей, движущейся в положительном направлении

$$E=-4\pi e\cdot\{k_0\cdot\partial\varepsilon(k)/\partial k\,|_{k_0}\cdot\}^{-1}\cdot\theta(s-\xi)\cdot\exp\{ik_0(s-\xi)\}\,, \tag{2.45}$$

Не трудно видеть, что при соответствующей нормировке сумма таких спонтанных полей частиц представлена выражением (2.39).

В описании на основе уравнений (2.38) - (2.39) рассматривается поведение квазичастиц, которые состоят из очень большого количества электронов. В классическом представлении фаза спонтанного излучения каждого электрона жестко связана с его положением, поэтому размещая Z электронов в очень малой окрестности одной точки можно добиться высокой когерентности излучения, которая при стремлении этой окрестности к нулю станет абсолютной. То есть, можно считать, что мы имеем дело с очень плотной квазичастицей, заряд и масса которой равны соответственно $Z\cdot e$ и $Z\cdot m$. То, что частицы собираются в небольшой области пространства, много меньшей длины излучаемой волны, и формирует сильную связь между ними, как и в случае, рассмотренном в модели Дике [14]. Потери энергии такой квазичастицы в единицу времени (интенсивность излучения) в трехмерном случае [33] равны $w_Z\propto Z^2e^2\omega_{pe}^2\cdot V_0^{-1}$, то есть пропорциональны квадрату числа частиц. Если считать, что излучается сразу Z квантов, то есть $Z\cdot\hbar\omega_{pe}$, то характерное время излучения такой порции энергии равно $Z^{-1}\alpha_v^{-1}\cdot\omega_{pe}^{-1}=(Ze^2/\hbar v_{ph})^{-1}\cdot\omega_{pe}^{-1}$ и обратно пропорционально числу электронов в объеме квазичастицы, который при этом сохраняет компактное распределение в пространстве. Таким образом, суммарное поле в объеме сгустка есть сумма спонтанных полей отдельных частиц, что легко усмотреть в выражении (2.38), причем с малым разбросом по фазам, то есть напряженность поля для компактной квазичастицы пропорциональна числу частиц сгустка. Интенсивность же излучения каждой частицы, пропорциональна напряженности поля, и тем самым тоже пропорциональна числу частиц сгустка. Суммируя по всем частицам, обнаруживаем, что полная интенсивность излучения пропорциональна квадрату частиц сгустка. Такое излучение и является сверхизлучением данной квазичастицы.

Подобная система уравнений для описания трехмерного сгустка была представлена в монографии [84]. Отметим, что в случае сгустков, размеры которых превосходили или даже в несколько раз превышали длину волны излучения, с одним и тем же фиксированным числом частиц $(a\omega_{pe}/2\pi V_0)>1$, наибольшая амплитуда излучения, достигаемая в процессе неустойчивости, слабо зависела от начального продольного размера сгустка, что позволяло считать ее (амплитуду) максимально возможной. Можно показать, что максимальная достижимая напряженность электрического поля за таким сгустком в Θ раз меньше, чем в случае протяженного пучка той же плотности. За времена, на порядок превышающие обратный инкремент процесса неустойчивости, амплитуда поля излучения убывает до уровня, отвечающего спонтанному излучению размытого пучка тех же размеров. Рассмотрение поведения трехмерного сгустка таких же размеров [84,94] показало, что пучки с продольным размером меньшим длины излучаемой волны, так же как и в случае одномерном, неустойчивы и быстро разлетаются. В объеме пучков, продольный размер которых в несколько раз превышает длину излучаемой волны, развивается неустойчивость диссипативного типа, подобная рассмотренной выше. Степень достигнутой когерентности излучения ниже, чем в одномерном случае, а перемешивание захваченных частиц в потенциальной яме излучения происходит более эффективно, что приводит к быстрому уменьшению амплитуды излучения. Процессы в продольном направлении (по движению сгустка) происходят быстрее, поэтому поперечная модуляция плотности слабее выражена, чем в случае, обсуждаемом в работе [96], что следует связывать с различным выбором начальной формы сгустка.

2.15. О динамике протяженных сгустков - пучков заряженных частиц. Обратим внимание, что напряженность поля в объеме компактного сгустка в случае его сверхизлучения не превышает суммарной напряженности спонтанного поля (при суммировании нужно учесть малый разброс по фазам этих полей) всех его частиц. В случае же пучка, который представляет собой множество компактных сгустков, напряженность поля в объеме каждого отдельного сгустка может оказаться заметно больше, чем суммарная напряженность спонтанного поля его частиц за счет эффекта накопления поля. Именно это обстоятельство повышает эффективность излучения протяженных пучков заряженных частиц.

В случае накопления поля излучения в объеме пучка постоянной плотности, эффективность его бунчировки возрастает, уменьшается характерное время процесса бунчировки (в $\sqrt{\Theta}$ раз меньше), существенно растет напряженность электрического поля излучения (в Θ раз больше) по сравнению с рассмотренным выше случаем сверхизлучения коротких пучков- сгустков.

Этот случай подобен рассмотренной выше реактивной гидродинамической пучковой неустойчивости. Кроме заметной самофокусировки [92,97], интенсивность излучения протяженных пучков не демонстрирует заметного снижения со временем при их транспортировке в плазме [97-101], в отличие от обсуждаемого выше случая коротких одиночных сгустков.

3. К ВОПРОСУ ОБ ОПИСАНИИ МНОГОВОЛНОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Использование представлений о спонтанном и индуцированном излучении может быть полезно при рассмотрении многоволновых взаимодействий. Кроме прояснения физического смысла различных нелинейных слагаемых, подобный подход, как будет показано ниже, позволяет существенно упростить вычисления и дать полезный инструмент проверки корректности такого описания.

3.1. О характере возбуждения длинноволнового излучения пакетами ВЧ волн. В случае взаимодействия неоднородных в пространстве полей – волновых импульсов, требования к выполнению условий пространственно-временного синхронизма участвующих во взаимодействии волн ослабляются. Это, в частности, дает основание применить представления об индуцированном и спонтанном излучении длинноволновых колебаний непосредственно пакетами коротких волн другой природы. Можно представить неоднородное высокочастотное поле как набор случайно или специально организованных волновых пакетов [102-105], способных к спонтанному возбуждению весьма интенсивных длинноволновых низкочастотных (НЧ) колебаний. В дальнейшем, при накоплении энергии низкочастотных колебаний, последние могут воздействовать на среду, где распространяются высокочастотные пакеты волн. При этом возникнет обратная связь и излучение НЧ волн ВЧ пакетами станет приобретать характер вынужденного. Процессы формирования ВЧ пакетов волн и их взаимодействие с длинноволновыми низкочастотными колебаниями становятся согласованными (см., в качестве примера [106] и работы по турбулентно-волновому взаимодействию [107, 108]).

Существует и иная возможность спонтанного и индуцированного возбуждения НЧ колебаний компактными пакетами высокочастотных волн, фаза которых изменяется случайным образом. Такие ВЧ поля способны генерировать низкочастотные достаточно длинноволновые колебания (подобный подход детально изложен, например, в книгах [62]). Хотя отметим, что, вообще говоря, теория волновой турбулентности [109-110] и разработанный для этих целей гамильтонов формализм для самосогласованного многоволнового (многомодового) взаимодействия в нелинейных средах [111-113] являются самодостаточным, физически ясным и легко интерпретируемым методом описания процессов с участием волн со случайной фазой. Возможно, прогресс в корректном описании кинетики волн на основе представлений о спонтанных и индуцированных процессах следует ожидать при дальнейшем развитии аналогий между волнами и частицами (см. например, [114]).

Интенсивность спонтанного излучения НЧ колебаний при подобных взаимодействиях из-за коллективных эффектов достаточно велика. И также как в обсуждаемом выше случае спонтанного излучения сгустков частиц на начальном этапе их инжекции в волноводную систему, количество спонтанно излучаемых квантов энергии возмущениями ВЧ поля и тока здесь также значительно превышает единицу. Представление об индуцированном процессе при этом подразумевает, что достаточно интенсивное длинноволновое излучение в свою очередь воздействует на параметры и положение ВЧ пакетов (что не всегда четко просматривается). Обеспечивая, тем самым, вынужденный характер взаимодействия и когерентность длинноволнового излучения. Важно подчеркнуть, что одним из основных эффектов индуцированного взаимодействия является именно создание условий для когерентности, по крайней мере, излучаемого пакетами ВЧ волн низкочастотного поля, для которого представление о случайности, вообще говоря, не применимы.

3.2. Об интерпретации спонтанного излучения токами. Следует отметить, что при описании волновых взаимодействий инициированные волновыми процессами нелинейные токи в среде являются распределенными, а характер взаимодействия волн зависит от интегральных фазовых соотношений, что создает трудности с интерпретацией их излучения как спонтанного, так и индуцированного.

Так же как вокруг каждой движущейся заряженной частицы существует поле, поле существует и вблизи инициированного одной из волн или их суперпозицией тока, представляющего собой коллективное движение заряженных частиц. В случае, если это поле или его часть может распространяться в пространстве независимо от источника (здесь это ток), то можно говорить о спонтанном излучении этим током. Если же поле не может распространяться в окружающем пространстве, то такого излучения нет. Проверить, наличие спонтанного изучения достаточно просто. Для этого следует вычислить работу этого поля над порождающим это поле током. Если работа имеет отличную от нуля действительную часть, то имеет место спонтанное излучение. Подобный тест приобретает важнейшее значение в случае если ток и связанное с ним поле занимают все пространство взаимодействия, то есть, если нет пространственной локализации тока и невозможно проанализировать поле в дальней зоне.

Имеет смысл распространить отдельные представления о спонтанном и вынужденном процессах на случай многоволнового взаимодействия, не прибегая к требованиям существования компактных пакетов ВЧ волн и к условиям случайного поведения фаз колебаний.

3.3. Спонтанные и индуцированные эффекты в рамках трехволнового взаимодействия. Индуцированные процессы в случае многоволнового взаимодействия отличаются большим разнообразием в отличие от систем «волна–частица», одна из которых обсуждалась в предыдущем разделе. Рассмотрим для определенности взаимодействие в неизотермической плазме трех звуковых волн, частоты и волновые числа которых сравнимы (впервые подобный «распадный» процесс был рассмотрен в работе [115]). При этом будем считать неприменимыми представления о компактных пакетах волн и случайном изменении их фаз. Пусть две распространяющиеся в нелинейной среде волны с частотами ω_2 и ω_3 возбуждают нелинейный ток $\tilde{j}_{23}$, способный при выполнении условий пространственно временного синхронизма

$$\omega_1 \approx \omega_2 + \omega_3 \text{ и } \vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3, \tag{3.1}$$

излучать кванты поля собственной волны среды на частоте ω_1.

Если учесть действие волн с частотами ω_2, ω_3 и пренебречь воздействием поля первой волны с частотой ω_1 на этот нелинейный ток $\tilde{j}_{23}$, то такой процесс излучения квантов поля $\hbar\omega_1$ можно было бы считать спонтанным. Однако, если поле первой волны, к примеру, будет накапливаться в пространстве взаимодействия и его амплитуда станет достаточно значительной, воздействием этого поля на нелинейный ток $\tilde{j}_{23}$ пренебрегать будет уже нельзя. В этом случае можно говорить о взаимодействии трех волн, причем синхронизация фаз мод и формирование когерентного поля проходит при самосогласованном участии всех взаимодействующих волн.

На частоте первой волны характер обмена энергией с точность до четвертого порядка малости по амплитудам взаимодействующих волн определяется соотношением

$$\left(\tilde{j}_{23} + \tilde{j}_1^{(3)}\right)\left(\tilde{E}_1^* + \tilde{E}_{23}^*\right) \approx \tilde{j}_{23} \cdot \tilde{E}_{23}^* + \tilde{j}_{23} \cdot \tilde{E}_1^* + \tilde{j}_1^{(3)} \cdot \tilde{E}_1^*, \tag{3.2}$$

где для напряженности поля на частоте ω_1 удержаны величины первого $\tilde{E}_1^{(1)}$ и второго $\tilde{E}_{23}^*$ порядка, а для токов удержаны величины второго $\tilde{j}_{23}$ и третьего $\tilde{j}^{(3)}{}_1$ порядка по амплитудам волн. Первое слагаемое правой части (3.2) отвечает за процессы взаимодействия тока $\tilde{j}_{23}$ и сформированного этим током поля $\tilde{E}_{23} = \tilde{E}_{23}(\tilde{j}_{23})$ на комбинационных частотах. Происхождением ток $\tilde{j}_{23}$ обязан нелинейному взаимодействию колебаний на частотах ω_2 и ω_3. Эти процессы при условиях пространственно-временного синхронизма (3.1) могут приводить к генерации излучения на частоте первой волны, причем эта генерация по отношению к этой волне, как показано ниже, обладает характерными чертами спонтанного процесса. Второе слагаемое (3.2) можно считать ответственными за процессы взаимодействия сразу трех волн. Последнее слагаемое определяет индуцированные процессы излучения и поглощения квантов поля на частоте первой волны. Если действительная часть этого выражения отлична от нуля, то возможно индуцированное излучение или поглощение квантов поля на частоте ω_1. Доминирующим в хорошо изученных процессах трехволнового взаимодействия является второе слагаемое (3.2), а роль третьего слагаемого сводится лишь к поправкам к медленным фазам и отчасти амплитудам волн (см, например, [116,117]).

Напомним, что когерентность излучения способны нарушить некоторые процессы, речь о которых, в частности, шла во Введении. Однако, в случае многоволнового взаимодействия нарушения когерентности излучения и также эффективности взаимодействия возможны не только в результате обсуждаемых выше явлений. Эффективность взаимодействия определяется дисперсией, порождающей фазовые расстройки пространственно-временного синхронизма, и в еще большей степени зависит от интегральных фазовых соотношений.

Прежде мы обращали внимание на явление синхронизации полем интегрального излучения процессов индуцированного (вынужденного) излучения и поглощения квантов поля частицами среды, что обеспечивало когерентность изучения. Однако, часто при многоволновом взаимодействии имеет место фазовая расстройка Δ между частотами волн, участвующих во взаимодействии. При этом первое из соотношений (3.1) принимает вид

$$\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 = \Delta_{-1,2,3} = \Delta \,. \tag{3.3}$$

Фурье образ тока на комбинационной частоте $\omega_2 + \omega_3$ может быть записан в виде

$$j_{23}(\omega,k) = (k_2+k_3)\frac{n_0 e^3 \{E_2E_3\}_\omega}{m_i^2\omega_1\omega_2\omega_3}\delta(k_1-k_2-k_3), \tag{3.4}$$

где для $\{E_2E_3\}_\omega$ можно использовать представление

$$\{E_2E_3\}_\omega = \{E_2E_3\}_o \frac{1}{\Delta_{\Omega 23}\sqrt{\pi}}\exp\{-(\omega-\omega_2-\omega_3)^2/\Delta^2{}_{\Omega 23}\},$$

причем $\Delta_{\Omega 23}$- спектральная ширина пакета на комбинационной частоте, $E_i = |E_i|\exp\{i\varphi_i\}$ - медленно меняющаяся комплексная амплитуда i-той волны.

Для поля, сопровождающего этот ток, справедливо выражение

$$E_{23}(\omega,k_2+k_3) = 4\pi\frac{ie(k_2+k_3)\{E_2E_3\}_\omega\Omega_i^2}{m_i\omega^2\omega_2\omega_3\varepsilon(\omega,k_2+k_3)}\delta(k-k_2-k_3), \tag{3.5}$$

где $\varepsilon(\omega,k) = 1-\frac{\Omega_i^2}{\omega^2}+\frac{\Omega_i^2}{k^2v_S^2} = 0$, Ω_i и v_S- Фурье-образ диэлектрической проницаемости, ионная плазменная частота и скорость звука, соответственно. Применяя теорему Бореля, найдем работу поля (3.5) над током (3.4) и после обратного преобразования это выражение примет вид

$$E_{23}^{(2)}*j_{23}^{(2)} = -i\left(\frac{e}{m_iv_s}\right)^2 W_2W_3\frac{8}{3}\frac{\omega_1}{\omega_2\omega_3}[1-i\alpha]\exp\left\{-i(\omega_1-\omega_2-\omega_3)t-\frac{(\Delta_{\Omega 23}t)^2}{4}\right\}. \tag{3.6}$$

Для получения (6) необходимо воспользоваться соотношением

$$\frac{1}{\omega\varepsilon(\omega,k_2+k_3)} = \frac{\omega_1}{3\omega_2\omega_3}+i\pi\cdot\frac{k_1^2v_S^2}{2\Omega_i^2}\{\delta(\omega-\omega_1)+\delta(\omega+\omega_1)\}, \tag{3.7}$$

кроме того, использованы следующие представления $W_1 = \frac{1}{8\pi}\omega_1\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega_1}|E_1|^2 = 2\frac{\Omega_i^2}{8\pi\omega_1^2}|E_1|^2$ - плотность энергии колебаний на частоте ω_1, $\Delta_{-1,2,3} = (-\omega_1+\omega_2+\omega_3) = 3\omega_1\omega_2\omega_3/2\Omega_i^2$- частотная расстройка, обусловленная дисперсией, $\alpha = \pi\cdot\frac{3\omega_1\omega_2\omega_3}{2\Omega_i^2}\frac{1}{\Delta_{\Omega 23}\sqrt{\pi}}\exp\{-(\omega_1-\omega_2-\omega_3)^2/\Delta^2{}_{\Omega 23}\}$, причем так как $\Delta_{\Omega 23} \ge \omega_1-\omega_2-\omega_3$, то в этих условиях α- величина порядка единицы. В условиях незначительной расстройки $\Delta_{-1,2,3}$ не превышающей спектральную ширину волновых пакетов для звуковых волн, из-за наличия резонанса $\varepsilon(\omega_1,k_2+k_3)=0$ ток (3.4) способен возбуждать поле на частоте ω_1. При малых расстройках изменение энергии поля на частоте ω_1 за счет тока на комбинационной частоте

$$-(E_{23}^{(2)}*j_{23}^{(2)}+E_{23}^{(2)}j_{23}^{(2)}*)/2 = \alpha\left(\frac{e}{m_iv_s}\right)^2 W_2W_3\frac{8}{3}\frac{\omega_1}{\omega_2\omega_3}. \tag{3.8}$$

Следует обратить внимание, что знак выражения (3.8) не зависит от участвующих во взаимодействии волн, что соответствует процессу генерации (излучения) колебаний. Подобная знакоопределенность характерна для спонтанных процессов. Кроме того, генерация на частоте ω_1, обусловлена посторонними источниками (здесь волнами на частотах ω_2 и ω_3) по отношению к волне на этой же частоте, что также характерно для спонтанных процессов. Поэтому такая генерация по отношению к волне на частоте ω_1 обладает свойствами спонтанных процессов. Очевидно, при больших расстройках в спектральном интервале взаимодействующих мод излучение (3.8) экспоненциально мало. Для энергии колебаний на частоте ω_1, оказывается справедливым следующее уравнение [118]

$$\frac{\partial W_1}{\partial t} = \alpha\frac{8}{3}\left(\frac{e}{m_iv_s}\right)^2\omega_1\frac{W_2}{\omega_2}\frac{W_3}{\omega_3}-\mathrm{Re}\frac{2\Omega_i^2eE_2E_3E_1*}{\pi m_iv_s\omega_2\omega_3}+\frac{8}{3}\left(\frac{e}{m_iv_s}\right)^2\omega_1\left\{\frac{\alpha'}{2}\frac{W_1}{\omega_1}\frac{W_1}{\omega_1}+\alpha\frac{W_1}{\omega_1}\left(\frac{W_2}{\omega_2}+\frac{W_3}{\omega_3}\right)\right\}. \tag{3.9}$$

Это уравнение можно записать для количества квантов в единице объема $N_i = W_i/\hbar\omega_i$

$$\frac{\partial N_1}{\partial t}=\alpha\frac{8\hbar}{3}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2 N_2N_3-\mathrm{Re}\frac{2\Omega_i^2 eE_2E_3E_1{*}}{\pi m_i\hbar v_s\omega_2\omega_3\omega_1}+\frac{8\hbar}{3}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2\left\{\frac{\alpha'}{2}N_1N_1+\alpha N_1\left(N_2+N_3\right)\right\}. \tag{3.10}$$

Аналогичное уравнение можно записать для медленной фазы колебаний на частоте ω_1

$$N_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}=\frac{8\hbar}{6}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2 N_2N_3-\mathrm{Im}\frac{\Omega_i^2 eE_2E_3E_1{*}}{\pi m_i\hbar v_s\omega_2\omega_3\omega_1}-\frac{8\hbar}{6}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2\left\{\frac{1}{2}N_1N_1-N_1\left(N_2+N_3\right)\right\}. \tag{3.11}$$

Первое слагаемое правой части каждого из уравнений (10) и (11) отвечает спонтанным эффектам, второе слагаемое определяет процесс взаимодействия всех трех волн, а третье слагаемое определяет индуцированные эффекты самовоздействия ($\propto N_1^2$) и кроссмодуляции, которые могут быть получены прямыми расчетами.

Отметим, что коэффициент перед произведением числа квантов в уравнениях (3.10) и (3.11) равный $\hbar e^2/(m_i v_s)^2$, можно представить в виде (ср. с подобными выражениями после формулы (2.11)) $\alpha_v\cdot\omega\cdot\lambda\!\!\!^-{}_v^2\cdot k^{-1}$, где $\alpha_v=e^2/\hbar v_{ph}$ - аналог постоянной тонкой структуры для случая, когда фазовая скорость $v_{ph}=v_s$, а величина $\lambda\!\!\!^-{}_v=\hbar/m_i\cdot v_{ph}$ формально подобна комптоновской длине волны при $v_{ph}=v_s$ для рассеяния на ионе.

Можно убедиться, что для первого и третьего слагаемого правой части каждого из уравнений (3.9) и (3.10) справедливы соотношения вида (2.17). Уравнение (3.10) без учета самовоздействия (слагаемое, пропорциональное $\propto N_1^{\,2}$) можно формально записать в виде (на возможность такого представления было указано в докладе [119])

$$dN_1/dt=\Sigma+\frac{1}{\hbar\omega}\left\{j_{23}E{*}_1+j{*}_{23}\,E_1\right\}+\frac{\partial\Sigma}{\partial\left(\hbar\omega\right)}W_1, \tag{3.12}$$

где

$$\Sigma=\alpha\frac{8}{3\hbar}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2\frac{W_2}{\omega_2}\frac{W_3}{\omega_3},\quad \frac{\partial\Sigma}{\partial\left(\hbar\omega_1\right)}W_1=\frac{8}{3\hbar^2}\left(\frac{e}{m_i v_s}\right)^2\alpha\frac{W_1}{\omega_1}\left(\frac{W_2}{\omega_2}+\frac{W_3}{\omega_3}\right)\}, \tag{3.13}$$

причем определим

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial(\hbar\omega_1)}=\alpha\frac{8}{3\hbar}\frac{e^2\left[\left(W_2+\hbar\omega_2\right)\left(W_3+\hbar\omega_3\right)-W_2W_3\right]/\hbar\omega_1}{\left(m_i v_S\right)^2}\frac{1}{\omega_2\omega_3}=\alpha\frac{8}{3\hbar}\frac{e^2}{(m_i v_S)^2}\left(\frac{W_2}{\omega_2}+\frac{W_3}{\omega_3}\right)\frac{1}{\hbar\omega_1}. \tag{3.14}$$

Эти соотношения может быть записано иначе

$$\Sigma=w\cdot\alpha\cdot N_2N_3 \text{ и } \frac{\partial\Sigma}{\partial(\hbar\omega)}W_1=w\cdot\alpha\cdot N_1(N_2+N_3),$$

где

$$w=\frac{8e^2\hbar}{3\left(m_i v_S\right)^2}, \tag{3.15}$$

тогда процедура (3.14) принимает вид

$$w\cdot\alpha\cdot[(N_2+1)(N_3+1)-N_2N_3]=w\cdot\alpha\cdot(N_2+N_3). \tag{3.16}$$

Важно отметить, что в уравнении (3.12), соотношение между выражением для спонтанного излучения (первое слагаемое правой части) и выражением для индуцированных процессов излучения и поглощения (третье слагаемое правой части) совпадает по виду и по смыслу с соответствующими выражениями в уравнениях (1.7) и (2.19).

Следует отметить, что первые слагаемые (3.10) и (3.11) того же порядка, что и последние слагаемые этих уравнений. Это дает порой основание считать физические механизмы, за которые они ответственные, однотипными, что далеко не так. Кроме того, генерация колебаний на частоте ω_1, определяемая первыми слагаемыми правой части уравнений (3.10) и (3.11), может быть значительной и не имеет явных признаков шума, и можно усмотреть определенное подобие обсуждаемого явления с излучением пучка [10,35], модулированного на определенной частоте.

3.4. Об описании процессов самовоздействия. Слагаемое $\propto N_1^{\,2}$ в правых частях (3.10) - (3.11) описывает результат самовоздействия и, что примечательно, также может быть формально получено подобной (3.16) процедурой. Для тока на комбинационных частотах $2\omega_1-\omega_1$ (можно показать, что ток увлечения дает существенно меньший вклад, чем учет возмущений на второй гармонике) можно записать

$$j_{2\omega_1-\omega_1}(x,t)E{*}_{2\omega_1-\omega_1}(x,t)=-\frac{w}{2}\cdot N_{2\omega}N_{\omega}(i+\alpha'), \tag{3.17}$$

где численный коэффициент $\alpha \to \alpha' = 3 \cdot 4 \frac{\omega_1^3}{\Omega_i^2} \left(\frac{1}{\Delta_{\Omega 23} \sqrt{\pi}} \right) \exp \left\{ - \left(\frac{3\omega_1^2}{\Omega_i^2} \right)^2 / \Delta^2{}_{\Omega 23} \right\}$ порядка единицы. Аналогично (3.16) запишем процедуру получения нелинейного слагаемого для самовоздействия

$$-\frac{w}{2} \cdot (i + \alpha')[(N_{2\omega} + 1)(N_\omega - 1) - N_{2\omega} N_\omega] \cdot N_1 \approx -\frac{w}{2} N_1^2 (i + \alpha'), \tag{3.18}$$

(т.к. $N_{2\omega} << N_\omega$), значение которого также может быть получено прямым расчетом. Но так как величина тока на комбинационных частотах $2\omega_1 - \omega_1$ определяется величинами более высокого порядка малости по амплитудам колебаний, то в этом случае корректнее ориентироваться на прямые расчеты слагаемых, ответственных за эффекты самовоздействия.

Подобные схемы расчетов активно использовались для описания волновых взаимодействий многими авторами (см. [62] и литературу там же). Однако следует заметить, что применение таких операций в рамках развитых феноменологий, в большинстве случаев весьма успешное, может исказить физический смысл отдельных элементов описания и должно опираться на прямые расчеты.

В отсутствии расстройки первое слагаемое правой части (3.10) отвечает за излучение на частоте ω_1, порожденное только комбинационным взаимодействием двух волн с частотами ω_2 и ω_3. Второе слагаемое правой части (3.10) определяет хорошо известный коллективный процесс взаимодействия всех трех волн. Учет процесса спонтанной генерации, описываемого первым слагаемым правой части (3.10), который можно назвать спонтанным, обеспечивает не только формирование определенного уровня флуктуаций в системе, но и способен заметно повлиять на динамику многоволнового взаимодействия (подобно явлениям, обсуждаемым в работе [23]). В частности, нарастающий уровень шума способен привести к сглаживанию осцилляций амплитуд и выравниванию уровней интенсивности взаимодействующих волн, также как и воздействие случайных фазовых нарушений [120]. В однородном случае, при достаточно больших значениях расстройки Δ, превышающих ширину спектра участвующих в процессе взаимодействия волн, первое слагаемое правой части пренебрежимо мало, т.е. эффективность подобного спонтанного взаимодействия волн ослабляется.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждаются характер коллективных процессов излучения неравновесных сред, которые лежат в основе большинства физических явлений с участием частиц, токов и полей с позиций современных представлений, без изменений традиционных подходов. Последнее предполагает, что процессы спонтанного излучения непосредственно не зависят от интегрального поля на этой частоте, а индуцированные процессы могут приводить к генерации когерентного излучения. Что касается явлений сверхизлучения, то они несмотря на значительную аналогию с процессами спонтанного излучения, тем не менее относятся к разновидности индуцированного излучения. В большинстве случаев индуцированные процессы излучения реализуются в режиме накопления ВЧ энергии за счет спонтанного поля частиц и токов, но могут быть реализованы и при заметных интенсивностях начальных возмущений. Во всех этих случаях интенсивности поля превосходят суммарную интенсивность спонтанного излучения частиц и токов.

Характеристикой спонтанных процессов является тот факт, что если существует отличное от нуля значение работы поля над порождающим это поле током, то оно всегда оказывается знакоопределенным и описывает только процесс излучения. Другой характерный признак спонтанного излучения – существование его источников (в частности, осцилляторного и поступательного движения заряженных частиц, невозмущенного собственного тока) которые являются независимыми от волн на этой частоте и процесс излучения не навязан этими волнами. Этими чертами обладают процессы инжекции частиц пучка в среду и генерации колебаний токами на комбинационных частотах при взаимодействии с порожденными ими полями.

При взаимодействии множества волн с возбуждаемыми ими токами, видимо трудно рассчитывать на полные аналогии с процессами излучения и поглощения волн частицами. Так, например, наличие фазового рассогласования, неизбежного в условиях существования дисперсии фазовых скоростей взаимодействующих волн, приводит к появлению слагаемых в уравнении для медленной фазы колебаний, которые определяются внешними по отношению к данной волне токами.

Следует отметить наличие весьма определенной связи между спонтанным и индуцированным слагаемыми в уравнении (1.7) для активных сред, в уравнении (2.19) для взаимодействий «частица-волна» и в уравнении (3.12) для процессов «ток-волна». Надо отметить, что соотношения эти в последнем случае распространяются не только на нелинейные слагаемые, описывающие изменения энергии волн (3.9), но и на слагаемые, ответственные за фазовые характеристики взаимодействия (3.10). Полезной является приведенная в 3 разделе работы методика расчета, ориентированная на понимание физического смысла нелинейных слагаемых третьего порядка малости по амплитуде возмущений. Ибо сформулированная связь между нелинейными слагаемыми, описывающими процессы спонтанной генерации поля и индуцированных эффектов на данной частоте, позволяет корректно, избегая погрешностей получить систему уравнений, описывающую нелинейный процесс взаимодействия волн.

В нелинейных системах индуцированные эффекты отличаются большим разнообразием. Прежде всего, потому, что в условиях высокой плотности энергии в сильно нелинейных средах (таких как плазма, плотные электронные пучки) зависимость между параметрами систем приобретает нелинейный и нелокальный характер. С дальнейшим ростом интенсивности возмущений значительно изменяются динамика (особенно в случаях сильной параметрической неустойчивости и волновых коллапсов [28,121]) и времена развития процессов. С другой стороны, в последнее время растет понимание важности влияния собственного шума на характер развития различных явлений и на формирование конечных состояний систем [122]. Последовательный учет процессов спонтанного излучения способен прояснить характер начальных условий развивающихся неустойчивостей, может привести к изменению их динамики. Корректное применение теории, которая согласованно учитывает как спонтанные, так и индуцированные эффекты, позволит добиться лучшего согласия между теорией и экспериментом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Einstein A. Quantentheorie der Strahlung // Mitteilungen d. Phys. Ges. Zurich, Nr. 18, (1916); Phys. Zs. Nr.18, p.121, (1917); перев.: К квантовой теории излучения //УФН. – 1965. - Т. 86, вып. 3. - С.371-381.
2. Ладенбург Р. Дисперсия в электрически возбужденных газах // УФН. – 1934. - Т. 14, вып.6. - С.721-741; //Reviews of Modern Phys. – 1933. - №4. - P. 243-260.
3. Таундс Ч. Получение когерентного излучения с помощью атомов и молекул //УФН. – 1966. - Т.88, вып. 3. - С.461-483.
4. Борн М. Современная физика. – М.: ОНТИ, 1935. – 264с.
5. Гинзбург В.Л. О природе спонтанного излучения //УФН. - 1983, Т.140, № 4. - С. 687-698.
6. Гинзбург В.Л. Излучение равномерно движущихся источников (эффект Вавилова-Черенкова, переходное излучение и некоторые другие явления) //УФН. – 1996. - Т.166, №10. - С.1033-1042.
7. Гинзбург В.Л. Несколько замечаний об излучении зарядов и мультиполей, равномерно движущихся в среде //УФН. – 2002. - Т.172, №2. - С.373–376.
8. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: ГИФЛМЛ, 1959. – 532с.
9. Таундс Ч. Получение когерентного излучения с помощью атомов и молекул //УФН. – 1966. - Т.88, вып. 3. - С.461-483.
10. Бирнбаум Дж. Оптические квантовые генераторы / Пер. с анг. - М.: Советское радио, 1967. - 360 с.
11. Blotmbergen N. Nonlinear Optics. A Lecture Note / W.A.Benjamin, Inc. New York- Amsterdam, 1965.
12. Файн В.М. Квантовая радиофизика. Фотоны и нелинейные явления. – М.: Советское радио, 1972.
13. Ханин Я.И. Основы динамики лазеров.— М.: Физматлит, 1999.
14. Dicke R.H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // Physical Review.- 1954.- Vol. 93, № 1. - P.99-110.
15. Габитов И.П., Захаров В.Е., Михайлов А.В. Нелинейная теория суперфлюоресценции // ЖЭТФ.- 1984.- Т. 86. – С.1204-1216.
16. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Коллективное спонтанное излучение (Излучение Дике) // УФН. – 1980. - Т.131, вып.4. - С. 655-694.
17. Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл. В. // УФН. – 1989. - Т.159, №2. - С. 193-260.; Андреев А.В. Оптическое сверхизлучение: новые идеи и новые експерименты // УФН. - 1990. - Т.160, №12. - С. 1-46.
18. Меньшиков Л.И. Сверхизлучение и связанные явления // УФН. – 1999. - Т.169, № 2. - С.113-154.
19. Fomin P.I., Fomina A.P. Dicke Superradiance on Landau Levels // Problems of Atomic Science and Technology. – 2001. - № 6. - P. 45-48.
20. Ситенко А.Г. Электромагнитные флуктуации в плазме. - Харьков: Изд. Харьк. ун-та, 1965. – 184с.
21. Ситенко А.Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. – Киев: Наук. думка, 1977. - 248с.
22. Климонтович Ю.Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. – М.: Изд. Моск. ун-та, 1964. – 282с.
23. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманський-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка //УФН. – 1999. - Т. 169, вып.1. - С.7-38.
24. Андронов А.А. К вопросу о затухании и нарастании плазменных волн // Изв. ВУЗов Радиофизика.- 1961. - Т.4, №5. – С. 861- 866.
25. Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. – М.: Наука, 1983. – 320 с.
26. Гапонов А.В., Петелин М.И., Юлпатов В.К. Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике //Изв. ВУЗов Радиофизика. – 1967. - Т.10, №10. - С. 1414-1453.
27. Силин В.П. Введение в кинетическую теорию газов. - М.: Наука, 1971. - 339с.
28. Силин В.П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. — М.: Наука, 1973. — 287 с.
29. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н. Электродинамика плазмы. - М.: Наука, 1974. - 720с.
30. Буц В.А., Лебедев А.Н. Когерентное излучение интенсивных электронных пучков. – М.: Изд. ФИАН РАН, 2006. – 333 с.
31. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. – М.: Наука, 1990. – 336с.
32. Силин В.П., Рухадзе А.А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. – М.: Атомиздат, 1961. – 244с.
33. Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме. – М.: Наука, 1967. – 288с.
34. Вильхельмсон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. – М.: Энергоатомиздат, 1981.- 224с.
35. J., Ericsson A., Nordman H., Zagorodny A. Progress on anomalous transport in tokamaks, drift waves and nonlinear structures. // Weiland Plasma Phys. Control. Fusion. – 2007. - Vol.49, № 5A. - P. 45-57.
36. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика. - М.: Изд. Наука, 1975. - 416 с.
37. Статистическая теория плазменно-молекулярных систем /Климонтович Ю.Л., Вильхельмсон Х., Якименко И.П.,

Загородний А.Г. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. - 224 с.
38. Яновский В.В. Лекции о нелинейных явлениях. - Том 2.- Харьков: Институт монокристаллов, 2007.- 448с.
39. Пайнс Д. Элементарные возбуждения в твердых телах. - М.: Мир, 1965. - 320с.
40. Барьяхтар В.Г. Феноменологическая теория релаксационных процессов в магнетиках. Интегрируемость и кинетические уравнения для солитонов //Сб. науч. тр. АН УССР. Ин-т теор. физики /Под. ред. Барьяхтара В.Г., Захарова В.Е., Черноусенко В.М.- Киев: Наук. думка, 1990.- 472с.
41. Ораевский А.Н. Бозе-конденсаты с точки зрения лазерной физики //УФН. – 2001. - Т.171, №6. - С.681-684.
42. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Вынужденное излучение сильноточных релятивистских электронных пучков //УФН. – 1987. – Т.152, вып.2. - С.285-300.
43. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Механизмы спонтанного и вынужденного излучений релятивистских электронных пучков. В сб. Проблемы теоретической физики и астрофизики. К 70-летию В.Л. Гинзбурга. - М.: Наука, 1989. - С. 70-92.
44. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Спонтанное и вынужденное излучение электрона, электронного сгустка и электронного пучка в плазме //УФН. – 2008. – Т.178, №10. - С.1025-1055.
45. Einstein A. Quanten theoriedes einatomige idealen Gases, Sitzungsber, Preuss. Acad. Wiss. Nr.22, p.261, (1924); Nr.23, p.3, (1925); перев.: Квантовая теория одноатомного идеального газа //УФН. – 1965. - Т.86, вып.3. - С. 371-396.
46. Железняков В.В., Когаровский В.В., Когаровский Вл.В. Волны поляризации и сверхизлучение в активных средах // УФН. – 1988. – Т.159, вып.2. - С.193-260.
47. Меньшиков Л.И. Сверхизлучение и некоторые родственные явления //УФН. – 1999. – Т.169, вып. 2. - С.113- 154.
48. Сазонов С.В. Сверхсветовые электромагнитные солитоны в неравновесных средах //УФН. – 2001. - Т.171, вып. 6. - С. 663-677.
49. Розанов Н.Н. Диссипативные оптические солитоны //УФН. – 2000. - Т.170, вып.4. - С.462-465.
50. Ким А.В., Рябикин М.Ю., Сергеев А.М. От фемтосекундных к аттосекундным импульсам //УФН. – 1999. - Т.169, вып. 1. - С.58-66.
51. Kuklin V.M. Effect of induced interference and the formation of spatial perturbation fine structure in nonequlibrium open-ended system // Вопросы атомной науки и техники. - Сер. Плазменная электроника и новые методы ускорения. – 2006. – № 5(5). – С. 63-68.
52. Зейгер С.Г., Климонтович Ю.Л., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г., Фрадкин Э.Е. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. - М.: Наука, 1974.
53. Белкин Е.В., Киричок А.В., Петренко А.С. Мазерная накачка модуляционно-нестабильной волны в плазме //ВАНТ. – Сер. Плазменная электроника и новые методы ускорения. – 2010. - Вып.7, №4 (68). - С.299-301.
54. Куклина О.В., Куклин В.М. Об относительной роли фононного спектра и столкновительной релаксации в процессах генерации и рассеяния // Вістник ХНУ ім. В.Н.Каразіна. – Сер. Фізична. - 2009. - № 846, в. 2(50). – С.20-28.
55. Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 320с.
56. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. - М.: Изд. Сов. Радио, 1957- 320 с.
57. Шевчик В. И., Трубецков О.Н. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. – М.: Сов. Радио, 1970. – 280с.
58. Харченко И.Ф., Файнберг Я.Б., Николаев Р.М. и др. Взаимодействие электронного пучка с плазмой //ЖЭТФ. - 1960. - Т.38, вып. 3. - С. 685-692.
59. Демирханов Р.А., Геворков А.К., Попов А.Ф. Взаимодействие пучка заряженных частиц с плазмой //ЖТФ. - 1960. – Т. 30, вып 3. - С. 315-319.
60. Ландау Л.Д. О колебаниях электронной плазмы // ЖЭТФ. - 1946. - Т.16, вып.7. - С. 574-586.
61. Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы // Вопросы физики плазмы. – 1964. - Вып. 4. - С.188-339.
62. Цытович В.Н. Теория турбулентной плазмы. - М.: Атомиздат, 1971. - 423с.
63. Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Взаимодействие волна-частица в неравновесных средах // Изв. ВУЗов. Радиофизика. – 1976. - Т. 19, № 5-6. - С. 787-791.
64. Мазитов Р.К. О затухании плазменных волн // Журн. прикл. матем. и теорет. физ. - 1965.- №1. - С. 27-31.
65. O'Neil Th. Collisionless damping of non-linear plasma oiscillation // Phys.Fluids. - 1965. - Vol.8, №12. - P.2255-2264.
66. Онищенко И.Н., Линецкий А.Р., Мациборко Н.Г., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. К нелинейной теории возбуждения монохроматической плазменной волны электронным пучком // Письма в ЖЭТФ. – 1970. - Т.12, вып.8. - С. 407- 410.
67. Калмыкова С.С., Курилко В.И. Физические механизмы гидродинамической плазменно-пучковой неустойчивости //УФН. – 1988. - Т.155, вып. 4. - С. 681-701.
68. Куклин В.М. Одномерные движущиеся сгустки заряженных частиц в плазме //Укр. Физ. Журнал. – 1986. - Т. 31, № 6. - С.853-857.
69. Rozenzweig J. Nonlinear plasma dynamics in the plasma wavefield accelerator // IEEE transaction on plasma science. - 1987.- PS-15, №2.-P.186-191.
70. Su J.J., Katsonleas, Dawson J.M. et al. Stability of the driving bunch in the plasma wakefield accelerator // IEEE transaction on plasma science. - 1987.- PS-15, №2.--P.192-198.
71. Куклин В.М. Роль поглощения и диссипации энергии в формировании пространственных нелинейных структур в неравновесных средах //Украинский физический журнал. – 2004. - Т.1, №1. - С.49-81.
72. Haeff A.V. Space charge wave amplification effects //Phys. Rev. - 1948. - Vol.74, №1. - P.1532-1533.
73. Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. О взаимодействии пучка заряженных частиц с плазмой // Доклады АН СССР. – 1949. - Т.69, №4. - С.555-558.
74. Bohm D, Gross E.P. Theory of Plasma oscillation B. Excitation and damping of oscillation // Phys. Rev. – 1949. - Vol. 75, №12. - P. 1864-1876.
75. Файнберг Я.Б. Плазменная электроника //Укр. физ. журн. – 1978. - Т. 23, № 11. - С. 1885-901.
76. Файнберг Я.Б. Некоторые вопросы плазменной электроники // Физика плазмы. – 1985. - Т.11, № 11. - С. 1398-1410.
77. Nordsieck A. Theory of thelargesignal behavior of travelingwave amplifaiers .// Proc. IRE. – 1953. - Vol.41, № 5. - P. 630-637.
78. Кондратенко А.Н., Куклин В.М., Ткаченко В.И. Нелинейная теория пучковой неустойчивости в столкновительной

плазме // Изв. вузов. Радиофизика. – 1978. - Т.21, №10. - С.1535-1537.
79. Кондратенко А.Н., Куклин В.М., Ткаченко В.И. Об аномальном уровне потерь энергии пучка при развитии диссипативной пучковой неустойчивости //Украинский физический журнал. -1979. - Т. 24, №4. - С. 559-561.
80. Briggs. R.J. Two-beam instability Advances in Plasma Physic / Ed. by A. Simon and W. B. Thompson. - Vol. 4. Interscience Publ., 1971.
81. Абрамович В.У., Шевченко В.И. К нелинейной теории диссипативной пучковой неустойчивости релятивистского пучка в плазме // ЖЭТФ. – 1972. - Т.62, вып.4. - С.1386-1391.
82. Иванов А.А. Параил В.В., Соболева Т.К. Нелинейная теория взаимодействия моноэнергетического пучка с плотной плазмой //ЖЭТФ. – 1972. - Т.63, №11. - С.1678-1685.
83. Рабинович М.С., Рухадзе А.А. Принципы релятивистской плазменной электроники // Физика плазмы. – 1976. - Т.2, вып.5. - С.715-722.
84. Куклин В.М., Панченко И.П., Хакимов Ф.Х. Многоволновые процессы в плазме. – Душанбе: Дониш, 1999. - 175с.
85. Куклин В. М. , Панченко И. П. , Севидов С. М. К нелинейной теории гидродинамической пучковой неустойчивости в высокотемпературной плазме // Радиотехника и электроника. – 1986. – Т. 31, № 3. – С. 611-614.
86. Киричок А.В., Куклин В.М., Мишин А.В. Об особенностях излучения движущихся одиночных электронных сгустков //ВАНТ.- Серия Плазменная электроника и новые методы ускорения. – 2010. - Вып.7, №4 (68). - С.58-61.
87. Гришин В.К.Шапошникова Е.Н. Устойчивость заряженного пучка малой длительности в плазменном волноводе //Физика плазмы. – 1982. - N.8, вып.2. - С.287-292.
88. Кондратенко А.Н., Куклин В.М., Репалов Н.С. Эволюция сгустка заряженных частиц в поле собственного излучения //Укр. Физ. Журнал. – 1982. - Т.27, №8. - С.1159-1164.
89. Красовицкий В.Б. Нелинейная радиальная самофокусировка электронного пучка в плазме //Письма в ЖЭТ. - 1969, №9. - С.679-684.
90. Дорофеенко В.Г., Красовицкий В.Б. Самофокусировка модулированного электронного пучка в плазме //Укр. Физ. Журнал. – 1984. - Т.29, №3. - С.395-405.
91. Krasovitsky V.B. Self-focusing of relativistic electron bunches in a plasma. – Kharkov: Folio, 2000. – 196 p.
92. Гладкий А.М., Коваленко В.П., Юсманов П.Н. Свойства плазменных волн, возбуждаемых электронными сгустками // Письма в ЖЭТФ. – 1976. - № 24. - С.533-542.
93. Куклин В.М., Моисеев С.С., Панченко И.П. К вопросу транспортировке и излучении коротких одномерных сгустков заряженных частиц в плазме. - Москва, 1987. -15с. (Препринт /Институт космических исследований: №1314).
94. Kuklin V. M. , Moiseev S. S., Panchenko. I. P. 3-D short Beam Dynamics. – Moscow,1989. -11p. (Reprint/ Institute of Space Research: №1619).
95. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров /Под ред. Арамановича И.Г. - М.: Наука, 1974. - 832с.
96. Альтеркоп Б.А., Жексембин С.Р., Рухлин В.Г. Тараканов В.П. Двумерная динамика компенсированного электронного сгустка в плотной плазме, 1986. -11с. (Препринт /Ин-т Высоких температур АН СССР: № 6-193).
97. Батищев О.В., Красовицкий В.Б., Сигов Ю.С. и др. Самофокусировка ленточного РЭП в плотной плазме //Физика плазмы. – 1993. - Т.19. - С.738-743.
98. Batishchev O.V. Karas' V.I., Sigov Yu.S. and Fainberg Ya.B. 2.5 Dimentional computer simulation of relativistic bunch propagation in tenuous and dence plasmas // Plasma Physics Reports. – 1994. - Vol.20. - P.583-586.
99. Балакирев В.А., Сотников Г.В., Файнберг Я.Б. Модуляция релятивистких элетронных сгустков в плазме// Физика плазмы. – 1996. - Т.22, №2. - С.165-169.
100. Balakirev V.A., Karas' I.V., Karas' V.I., Levchenko V.D., Bornatici M. Charged particle (CP) acceleration by an intense wake-field (WF) excited in plasma by either laser pulse (LP) or relativistic electron bunch (REB) // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (3). – 2003. - №4. - С. 29-32.
101. Onishenko N.I., Sotnikov G.V. Theoretical studies of the resonator concept of dielectric wakefield accelerator // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Плазменная электроника и новые методы ускорения (3). – 2006. - №5. - С. 203-207.
102. Лоусон Дж. Д. Механизмы ускорения частиц: возможности и ограничения // УФН. – 1989. - Т.158, вып.2. - С. 303-313.
103. Пайерлс Р. Импульс и квазиимпульс света и звука //УФН. – 1991. - Т.161, №9. - С. 161-176.
104. Андреев Н.Е., Горбунов Л.М. Лазерно-плазменное ускорение электронов //УФН. – 1999. - Т.169, №1. - С. 53-58.
105. Balakirev V.A., Karas' V.I., Karas'I.V. et al. Charged particle acceleration by an intense wake-field excited in plasmas by laser pulse or relativistic electron bunch // Laser and Particle beams. - 2004. - Vol. 22. - P. 383-392.
106. Басович А.Я., Таланов В.И. Адиабатическое взаимодействие волн. – в кн. Нелинейные волны. Распространение и взаимодействие. - М.: Наука, 1981. - 244с.
107. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Panchenko I.P., S.S. Moiseev. Wave -Turbulence Instability in Nonequilibrium Hydrodynamics Systems //Physics and Chemistry of the Earth. - Part A. - 1999. - №6. - P.539-541.
108. Киричок А.В., Корсунский С.В., Куклин В.М. Пример турбулентно - волновой неустойчивости в плазме //Доклады АН Украины. - 1994, №11. - С. 85- 89.
109. Веденов А.А. Введение в теорию слаботурбулентной плазмы //Вопр. физики плазмы. – 1963. - Вып.3. - С. 203-244.
110. Hasselman K. On the non-linear energy transfer in a gravitywave spectrum //J. Fluid Mech. - 1962. - Vol.12. - P.481-500; 1963.-Vol.15.- P. 273-281.
111. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Гамильтонов формализм для нелинейных волн //УФН. – 1997. - Т.167, № 11. - С.1137-1167.
112. Ахиезер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. К нелинейно теории низкочастотных колебаний в слаботурбулентной плазме //ЖЭТФ. – 1977. - Т.73, вып.5(11). -С.1757-1766.
113. Ахиезер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. К теории колебаний газа плазмонов в слаботурбулентной плазме //ЖЭТФ. – 1978. - Т.74, вып.3. - С.944-951.
114. Маркувиц Н. Распространение пучков волн в нелинейной среде как движение квазичастиц. В кн.: Нелинейные

электромагнитные волны. Пер. с англ. / Под ред. П. Усленги. – М.: Мир, 1983. – 312 с.

115. Сагдеев Р.З., Ораевский В.Н. Об устойчивости установившихся продольных колебаний плазмы //ЖТФ. – 1962. – Т.32, вып.7. - С.1291-1299.
116. Oraevskii V.N.,Wilhelmsson H., Kogan E.Ya., Pavlenko V.P. On the stabilization of explosive instabilities by nonlinear frequency shift //Physica Scripta. – 1973. - Vol.7. - P. 217-221.
117. Weiland J. Influence of nonlinear frequency Shifts and effective nonlinear dissipation on explosive Instabilities //Physica Scripta. – 1973. - Vol 9. - P. 343-349.
118. Киричок А.В., Куклин В.М. Об учете спонтанного излучения модулированных на комбинационных частотах токов при трехволновых взаимодействиях // Вістник ХНУ ім. В.Н.Каразіна, серия фізична Ядра, частинки, поля. – 2009. -№845, в. 1(49) – С.67-72.
119. Kirichok A.V., Kuklin V.M., Zagorodny A.G. A Theory of Some Nonlinear Processes in Plasma in Terms of the Spontaneous and Induced Radiation //Modern Problem of Theoretical and Mathematical Physics: Proc.Bogolubov Kyiv Conference, Kyiv, Ukraine, 15-18 Sept. 2009.
120. Абрамович Б.С., Тамойкин В.В. Диффузионное приближение в теории нелинейного взаимодействия волн в хаотически-неоднородных средах. – В кн. : Нелинейные волны. Распространение и взаимодействие. - М.: Наука, 1981. - С.225-234.
121. Захаров В.Е. Волновые коллапсы в физике сплошной среды. - В кн.: Проблемы физической кинетики и физики твердого тела.: Сб. науч. трудов; отв. ред. Ситенко А.Г.; АН УССР. Ин-т теор. физ. – Киев: Наукова думка, 1990. - 488с.
122. Хорстхемке В., Лефевр Р. Индуцированные шумом переходы. - Пер с англ. – М.: Мир, 1987. - 400с.