

УДК 539.172.12; 539.143/144

**ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ
ДИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДРЕ ^{90}Zr** **И.Д. Федорец, С.С. Раткевич***Физико-технический факультет, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
e-mail: fedorets@univer.kharkov.ua*

Received 10 August 2011, revised 12 September 2011, accepted 12 October 2011

Усредненные по резонансам данные из (p, γ) -реакции на ^{89}Y в области энергии протонов $E_p = 2,17 - 5,00$ МэВ использованы для определения абсолютных значений и энергетической зависимости радиационных силовых функций для дипольных переходов из состояний составного ядра на низколежащие уровни ядра ^{90}Zr . Полученные данные сравниваются с предсказаниями различных моделей. Наилучшее описание $E1$ -переходов основано на моделях, учитывающих зависимость силовой функции от энергии γ -квантов, температуры и оболочечной структуры ядра. Лоренцевское распределение дает существенно завышенные значения полных сечений (p, γ) -реакции на ^{89}Y не только по сравнению с экспериментальными данными, но и по сравнению с результатами расчетов в рамках других теоретических моделей.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: захват протонов, парциальное сечение, составное ядро, радиационная силовая функция, статистическая теория, структура ядра, сила дипольных переходов, гигантский дипольный резонанс, механизм реакции

ENERGY DISTRIBUTION OF THE DIPOLE TRANSITION STRENGTHS IN ^{90}Zr **I.D. Fedorets, S.S. Ratkevich***V.N. Karazin Kharkiv National University
61022, Svobody sq. 4, Kharkiv, Ukraine*

Average-resonance data from the (p, γ) -reaction on ^{89}Y in the proton energy range $E_p = 2.17 - 5.0$ MeV have been used to determine absolute values and the energy dependence of the gamma-ray strength functions for dipole transitions from the compound-nucleus states to ^{90}Zr final levels. The data so obtained are compared with predictions of various models. The best description for $E1$ -transitions is achieved on the base of the models accounting for the dependence of the strength function on the γ -ray energy, temperature, and nuclear shell structure. The Lorentzian form leads to total-cross-section values for the (p, γ) -reaction on ^{89}Y markedly in excess of not only experimental data but also the result of calculations within other theoretical models.

KEY WORDS: proton capture, partial cross section, compound nucleus, radiative strength function, statistical theory, nuclear structure, dipole transition strengths, giant dipole resonance, reaction mechanism

ЕНЕРГЕТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ СИЛИ ДИПОЛЬНИХ ПЕРЕХОДІВ У ЯДРІ ^{90}Zr **І.Д. Федорець, С.С. Раткевич***Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
пл. Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна*

Усреднені по резонансах дані із (p, γ) -реакції на ^{89}Y в області енергій протонів $E_p = 2,17 - 5,00$ Мев використано, щоб визначити абсолютні значення і енергетичну залежність радіаційних силових функцій для дипольних переходів із станів складеного ядра на низьколежачі рівні ядра ^{90}Zr . Здобуті у такий спосіб дані порівнюються з передбаченнями різних моделей. Найкращий опис $E1$ -переходів ґрунтується на моделях, які враховують залежність силовій функції від енергії γ -квантів, температури і оболонкової структури ядра. Лоренцевський розподіл дає суттєво завищені значення повних перерізів (p, γ) -реакції на ^{89}Y не тільки у порівнянні з експериментальними даними, але і в порівнянні з результатами розрахунків у рамках інших теоретичних моделей.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: захоплення протонів, парціальний переріз, компаунд-ядро, радіаційна силова функція, статистична теорія, структура ядра, сила дипольних переходів, гігантський дипольний резонанс, механізм реакції

Интерес к исследованию энергетического распределения силы дипольных γ -переходов в ядрах с массовыми числами, близкими к $A = 90$, вызывается с одной стороны тем, что некоторые ядра из этой области в ядерной астрофизике относятся к так называемым p -ядрам, к которым не могут привести известные s - и r -процессы звездного нуклеосинтеза, осуществляющиеся через захват нейтронов, и для этого требуется особый механизм, называемый p -процессом. Кроме того, изотопы большинства элементов из этой области относятся к важным продуктам деления, а иттрий, цирконий, ниобий и молибден используются в реакторных конструкционных материалах. Энергетическое распределение силы дипольных γ -переходов в ядрах, выраженное через радиационную силовую функцию (РСФ) – фундаментальную характеристику атомного ядра относительно поглощения и излучения им γ -квантов, входит в качестве неотъемлемой составляющей выполняемого в рамках статистической теории количественного анализа сечений фотоядерных реакций и обратных им реакций радиационного захвата нуклонов. Поэтому от надежного установления энергетической зависимости РСФ и точного определения ее абсолютных значений ниже порога отделения нейтрона в ядрах с $A \approx 90$ зависит перспективы моделирования p -процессов нуклеосинтеза в ядерной астрофизике и развитие ядерных технологий нового поколения.

С другой стороны, в полученных из недавно измеренных [1-6] полных сечений фотопоглощения энергетических распределениях дипольной силы (электрической $E1$ и магнитной $M1$) в ядрах из данной области в широком интервале их возбуждения выше и ниже порога отделения нейтрона были обнаружены резонансноподобные структуры, близкие к промежуточным по своей ширине. Происхождение таких структур, дополнительных по отношению к экстраполяции в эту область аппроксимированного лоренцианом гигантского дипольного резонанса (ГДР), в котором и сосредоточена подавляющая часть $E1$ -силы, в современных теоретических подходах связывается либо с ослаблением связи определенной доли дипольных возбуждений с ГДР, что приводит к его фрагментации, либо с возбуждением отличных от этого резонанса более экзотических коллективных мод. Некоторые из них наблюдаются преимущественно в ядрах с замкнутыми или близкими к замкнутому оболочками, что указывает на зависимость этих особенностей в энергетической зависимости РСФ от структуры ядра.

Идентификация наблюдаемых структур может быть более надежной, а количественное описание более точным, если исследовать механизм формирования особенностей одной и той же области энергетического распределения дипольной силы в конкретном ядре, возбуждая его в различных реакциях. Прежде всего, это относится к реакциям, обратным фотопоглощению. В этом случае в рамках ставшей уже традиционной задачи о стадии $E1$ -силы на низкоэнергетическом склоне ГДР (особенно ниже порога испускания частиц) возникает необходимость более детального изучения распределения силы $E1$ -переходов между состояниями нейтронного (протонного) радиационного захвата и более низкоэнергетическими уровнями конечного ядра в сравнении с данными о фотовозбуждении ядер – процессе, который связывает основное состояние с дипольными и квадрупольными возбуждениями.

С помощью реакции радиационного захвата нейтронов энергетическое распределение силы дипольных $E1$ -переходов в ядрах с $A \approx 90$ изучалось почти так же детально, как и в реакциях, вызываемых фотонами. Отчасти это было вызвано потребностью в ядерных данных о взаимодействии нейтронов с конструкционными материалами. Но, в основном, интерес к этим исследованиям определялся ожиданием сильных одночастичных (нестатистических) эффектов в сечениях захвата нейтронов ядрами из этой области, в которой наличие максимума $3p$ -волновой нейтронной силовой функции сочетается с замыканием нейтронной оболочки с $N=50$. К настоящему времени накоплено большое количество данных, подтверждающих это предположение. В присутствии нестатистических эффектов особенности энергетического распределения приведенных парциальных радиационных ширин, усредненных по разным наборам резонансов и по наборам как коррелированных, так и некоррелированных переходов в (n, γ) -реакции, могут указывать на нарушение строго случайной фрагментации ГДР в области ниже энергии связи нейтрона [7].

Чтобы ответить на вопросы о том, имеют ли низкоэнергетические резонансноподобные структуры, наблюдающиеся в жестких сферических ядрах и в по-разному деформированных жестких и мягких ядрах, одинаковое происхождение и совпадает ли оно с таковым в нейтроноизбыточных экзотических ядрах с малыми значениями энергии отделения нейтрона S_n , требуются обширные исследования особенностей проявления этих структур в зависимости от A и Z . С этой точки зрения особый интерес представляет исследование распределения дипольной силы в ядре ^{90}Zr . Это жесткое сферическое ядро отличается очень высокой энергией отделения нейтрона $S_n=11970(3)$ кэВ (существенно превышающей энергию связи протона $S_p=8354,8(16)$ кэВ [8]), заметным среди стабильных изотопов с $N=50$ недостатком нейтронов [9] и почти такой же низкой степенью коллективности, как ^{208}Pb .

В экспериментах по исследованию распределения дипольной силы в ^{90}Zr , проведенных с монохроматическими фотонами в области энергий от 8,5 до 12,5 МэВ [10], также была обнаружена резонансноподобная структура, избыточная по отношению к экстраполяции в эту область ГДР, аппроксимированного классическим распределением Лоренца. В энергетической зависимости полного сечения фотопоглощения для ^{90}Zr наблюдалась явная концентрация дополнительной силы вблизи 11,5 МэВ. На новом уровне чувствительности и точности электромагнитный отклик ядра ^{90}Zr был изучен в недавних экспериментах [2] по рассеянию фотонов, выполненных в исследовательском центре Дрезден-Россендорф на линейном сверхпроводящем ускорителе электронов ELBE с тормозным излучением, генерируемым при энергиях электронов 7,9, 9,0 и 13,2 МэВ. Полные сечения фотопоглощения, выведенные из совместного анализа новых (γ, γ') -данных и ранее измеренных сечений (γ, n) -реакции [11] (учитывая вычисленные сечения (γ, p) -реакции [12]), в диапазоне энергий γ -квантов от 6 до 11 МэВ заметно отклоняются от экстраполированного в эту область низкоэнергетического хвоста описывающего ГДР лоренциана, как по абсолютной величине – в сторону превышения, так и по форме. Явный избыток дипольной силы был обнаружен вблизи энергий 6,5 и 9 МэВ.

Поскольку из простых теоретических соображений [13] следует, что в районе 9 МэВ в ^{90}Zr должен возбуждаться $M1$ -резонанс, несколько групп пытались обнаружить его экспериментально (см., например, [5, 14] и ссылки там). В энергетической зависимости сечений, соответствующей области возбуждения от 8 до 10 МэВ в ^{90}Zr , в экспериментах по неупругому рассеянию электронов, протонов и фотонов наблюдались некоторые структуры, которые рассматривались, как возможное проявление $M1$ -силы. И если в (e, e') -экспериментах эта сила проявлялась слабой и фрагментированной, то в неупругом рассеянии высокоэнергетических протонов (Орсэ, $E_p=201$ МэВ; TRIUMF, $E_p=200$ МэВ; LAMPF, $E_p=319$ МэВ) она была значительной, четко выраженной и

интерпретировалась как возможное проявление гигантского $M1$ -резонанса с энергией 9 МэВ и шириной около 2 МэВ. Однако результаты экспериментов на пучках высокополяризованных меченых фотонов [14] показали, что сила, которую можно отнести к гигантскому $M1$ -резонансу в ^{90}Zr , оказывается широко распределенной по исследуемой области возбуждения от 8,1 до 10,5 МэВ. В то же время в этой области был идентифицирован преобладающий вклад $E1$ -силы, который мог оказать заметное влияние на результаты (p, p') -экспериментов.

Из-за относительно малых сечений реакции захвата нейтронов изотопами циркония их трудно измерить с необходимой точностью, а в случае ^{90}Zr это сделать практически невозможно из-за отсутствия стабильного ядра-мишени. Таким образом, результаты экспериментов по рассеянию фотонов и фотоядерным реакциям не могут быть дополнены данными из (n, γ) -экспериментов. Применение для решения перечисленных вопросов метода, основанного на использовании реакций $(^3\text{He}, ^3\text{He}'\gamma)$ и $(^3\text{He}, \alpha\gamma)$ [15], также затруднено, поскольку абсолютизация шкалы определяемой дипольной силы в этом методе выводится из (n, γ) -данных. Поэтому, несмотря на разную роль, которую, по всей видимости, должны играть нейтроны и протоны в формировании энергетического распределения дипольной силы в ^{90}Zr , было бы целесообразным определить его из парциальных сечений (p, γ) -реакции на ^{89}Y . Это тем более интересно, что протонная силовая функция в исследуемом диапазоне энергий для системы $p+^{89}\text{Y}$ не имеет никаких одночастичных размерных резонансов и то, каким образом должно проявляться возможное влияние оболочечной структуры ^{90}Zr на энергетическое распределение силы дипольных переходов совсем не очевидно. Для выяснения роли простых конфигураций в формировании сложных компонент волновых функций состояний составного ядра должны изучаться парциальные каналы девозбуждения этих состояний.

Цель настоящей работы – определить абсолютные значения и исследовать энергетическое распределение силы дипольных переходов в ядре ^{90}Zr в области возможного проявления резонансноподобных структур, исходя из экспериментальных данных о парциальных и полных сечениях реакции радиационного захвата протонов.

По сравнению с работой [16], в которой удалось определить только область вероятных значений РСФ для дипольных переходов в ^{90}Zr , данные исследования проводятся более детально. Надежной базой для определения применяемых в рамках статистической модели параметров служит накопленный к настоящему времени обширный и разнообразный экспериментальный материал.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛЫ ДИПОЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ ИЗ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Реакция радиационного захвата протонов подбарьерной энергии может быть одним из основных источников сведений о свойствах низкоспиновых состояний ядра ^{90}Zr в области возбуждения от основного состояния до энергии связи нуклона. Усредненные по резонансам составного ядра, образовавшегося в результате захвата протона, интенсивности первичных γ -переходов зависят от энергии перехода, а также от спина и четности конечного для этого перехода состояния. Зная энергетическую зависимость таких усредненных интенсивностей, можно определить неизвестные спины и четности конечных состояний. В случае, когда известны характеристики конечного состояния, можно обратить процедуру и определить из измеренных спектров γ -лучей, соответствующих первичным переходам, радиационную силовую функцию – приведенную среднюю парциальную радиационную ширину, нормированную на интервал усреднения. Если процессы излучения и поглощения γ -квантов происходят в ядре, находящемся в состоянии термодинамического равновесия, РСФ первичных γ -переходов данной мультипольности из состояний составного ядра связывается через принцип детального равновесия с соответствующим сечением реакции фотопоглощения. При этом на основе известной гипотезы Бринка вычисление сечений фотопоглощения для возбужденных состояний проводится точно так же, как и для основного состояния. Обычно предварительно сглаженные экспериментальные данные о фотоядерных сечениях в области гигантского электрического дипольного резонанса в случае сферических ядер довольно успешно описываются классическим распределением Лоренца. РСФ отражает усредненные электромагнитные свойства ядерных состояний, а ее определение в достаточно широком диапазоне энергий позволяет сделать заключение об особенностях процессов излучения и поглощения γ -квантов в области энергий, где снятие возбуждения ГДР за счет испускания нуклонов невозможно. В околомагическом ядре ^{90}Zr в этих процессах наряду с влиянием гигантской дипольной моды может оказаться существенной также роль оболочечных эффектов. Такой метод определения РСФ является модельнозависимым, но сама статистическая модель, в случае ее обоснованного применения, является одной из наиболее точных моделей для количественного анализа ядерных данных. Ее параметры либо хорошо известны, либо могут быть уточнены в том же эксперименте, например, из анализа канала неупругого рассеяния, где радиационный канал играет незначительную роль.

Некоторые аспекты применимости статистического описания и его составляющие

Энергетическое распределение силы дипольных γ -переходов в ядре ^{90}Zr в настоящей работе определяется из сопоставления измеренных в диапазоне энергий налетающих протонов от 2,0 до 5,0 МэВ и затем усредненных парциальных сечений реакции $^{89}\text{Y}(p, \gamma)^{90}\text{Zr}$ по зависящим от РСФ сечениям этой реакции,

вычисленным в рамках статистической теории Хаузера-Фешбаха. При энергиях налетающих протонов $E_p < 6$ МэВ парциальные сечения (p, γ) -реакции на ^{89}Y определяются, в основном, процессами, связанными с образованием составного ядра [17] в состоянии λ и снятием его возбуждения прямыми γ -переходами на более низколежащие состояния f конечного ядра ^{90}Zr . Спин и четность ядра мишени ^{89}Y в основном состоянии равны $J_0^\pi = 1/2^-$. Последний неспаренный протон в этом ядре находится на оболочке $2p_{1/2}$. Захват ядром ^{89}Y налетающего протона с орбитальным моментом $l_p = 0$ может привести к образованию составного ядра в состоянии с J_λ^π , равном 0^- или 1^- . Соответственно, протоны с $l_p = 1$ могут формировать состояния 0^+ , 1^+ и 2^+ , а протоны с $l_p = 2$ – состояния 1^- , 2^- и 3^- . В исследуемом диапазоне энергий налетающих протонов проникаемость барьера наибольшая для s -волновых протонов. Для p -волновых протонов она в 10 раз меньше, а для d -волновых протонов, в свою очередь, еще меньше. Поэтому в сечении (p, γ) -реакции преобладающим будет вклад канала с $l_p = 0$ и $J_\lambda^\pi = 1^-$, сопровождаемый $E1$ -переходами на основное состояние 0_1^+ , первое возбужденное состояние 0_2^+ с энергией 1760,71 кэВ, а также на состояния 2^+ при энергии возбуждения 2186,27, 3308,8 и 3842,2 кэВ. Все другие конечные состояния ядра ^{90}Zr , интенсивности первичных γ -переходов на которые были измерены, имеют более высокий спин и могут быть достигнуты только через захват протонов с более высокими значениями l_p или через более высокую мультипольность. Например, состояние $J_f^\pi = 3^-$ и энергией 2747,876 кэВ может заселяться при $l_p=0$ и мультипольности перехода $E2$ или при $l_p=1$ и мультипольности $E1$. Такие переходы могут быть одинаковой силы.

Теплота (p, γ_0) -реакции на ядре ^{89}Y равна 8,3548(16) МэВ, поэтому при энергиях налетающих протонов, не превышающих эффективного порога открытия конкурирующего нейтронного канала (через реакцию $^{89}\text{Y}(p, n)^{89}\text{Zr}$ при $E_p=4,24$ МэВ), образовавшееся составное ядро будет возбуждаться до энергии 12,5 МэВ. При этой энергии возбуждения достигаемая плотность состояний даже в таком четно-четном сферическом ядре с магическим числом нейтронов $N=50$, как ^{90}Zr , будет превышать (см., например, [18]) 10^4 МэВ^{-1} , что должно удовлетворять требованиям применимости статистического описания. С другой стороны, согласно некоторым оценкам [14] расстояние между уровнями в ^{90}Zr при энергии возбуждения 12 МэВ должно быть не меньшим 160 эВ. Это почти в 8 раз больше расстояния, оцененного по известной формуле Гилберта и Камерона с энергетической зависимостью среднего расстояния между уровнями, совместимой с ядерной температурой $T=1,19$ МэВ. Увеличение с ростом энергии количества флуктуаций в функции возбуждения реакции $^{89}\text{Y}(p, \gamma_0)^{90}\text{Zr}$, измеренной с высоким общим энергетическим разрешением (~ 3 кэВ) в интервале E_p от 2,3 до 3,0 МэВ [19], указывает на то, что возбужденные состояния не должны сильно перекрываться, иначе это проявилось бы в появлении эриксоновских флуктуаций, среднее расстояние между которыми практически не изменяется с энергией возбуждения. Такие состояния, в конечном счете, девозбуждаются через переходы на различные более низколежащие уровни независимо от входного канала. Исходя из анализа результатов исследований (p, n) -, (p, p) -, (p, p') - и (p, γ) -реакций на ^{89}Y и на соседних ядрах [17-24], (γ, γ) - и (γ, γ') -реакций на ^{90}Zr [2, 25], а также (n, γ) -реакции на соседних с ^{90}Zr изотопах [5, 6], можно заключить, что расстояния между резонансными уровнями с одинаковым спином и четностью в образовавшемся составном ядре ^{90}Zr описываются распределением Вигнера, а протонные и радиационные ширины следуют двум независимым распределениям Портера-Томаса. При этом средняя протонная ширина существенно больше средней радиационной ширины.

Итак, в нашем случае есть достаточно оснований предполагать, по крайней мере до $E_p \approx 3$ МэВ, что интенсивность γ -переходов с различных исходных состояний λ составного ядра на одно и то же конечное состояние f в ядре ^{90}Zr является случайной величиной с широким распределением, а радиационные ширины не коррелируют с другими ширинами исходного состояния. Необходимо только учитывать, что интенсивность переходов одного типа из разных резонансов с фиксированными значениями спина и четности на отдельное конечное состояние испытывают большие флуктуации, которые подчиняются распределению Портера-Томаса.

Согласно статистической модели парциальная радиационная ширина $\Gamma_{\lambda f}^{XL}$ для первичного γ -перехода с мультипольностью XL и энергией E_γ из начального состояния λ с энергией E_λ , спином J_λ и четностью π_λ на конечное состояние f является случайной величиной, флуктуационные свойства которой должны определяться распределением Портера-Томаса (т.е. χ^2 – распределением с одной степенью свободы), с математическим ожиданием:

$$\bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL} = \frac{S_{\lambda f}^{XL}(E_\gamma) E_\gamma^{2L+1}}{\rho(E_\lambda, J_\lambda, \pi_\lambda)}, \quad (1)$$

где $S_{\lambda f}^{XL}(E_\gamma)$ – радиационная (фотонная) силовая функция (РСФ) для переходов типа X и мультипольностью L , тогда как $\rho(E, J, \pi)$ представляет собой плотность ядерных уровней с данными спином J и четностью π при энергии E . Флуктуации Портера-Томаса приводят к погрешности $\Delta \bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL}$ в определении $\bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL}$, величина которой связана с числом n состояний, находящихся в интервале усреднения по энергии возбуждения составного ядра, следующей простой зависимостью:

$$\Delta \bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL} = \sqrt{2/n} \bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL}. \quad (2)$$

В соответствии с этим соотношением величину $\Delta \bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL}$ можно минимизировать за счет выбора интервала усреднения (а заодно и количества n состояний), основанного на данных о плотности уровней. При этом интервал усреднения не должен превышать предполагаемых значений ширины резонансноподобных структур, ожидаемых в исследуемой области энергий.

Парциальные радиационные ширины дипольных (электрических $E1$ и магнитных $M1$) переходов в среднем намного больше (за исключением дипольных переходов между низколежащими уровнями, где они, как правило, сильно заторможены), чем квадрупольных ($E2$, $M2$) переходов. В свою очередь, в средних и тяжелых ядрах высокоэнергетичные $E1$ -переходы почти на порядок сильнее $M1$ -переходов.

Таким образом, энергетическое распределение силы первичных γ -переходов, сопровождающих снятие возбуждения состояний составного ядра, независимо от способа его образования может быть описано с помощью таких усредненных по соответствующему интервалу энергий возбуждения ядра величин, характеризующих структуру ядра, как плотность $\rho = D_{\lambda}^{-1}$ состояний, спины и четности которых находятся в заданном интервале значений, и радиационная силовая функция (РСФ), т.е. средняя приведенная вероятность

появления $E1$ - или $M1$ -перехода со средней шириной $\Gamma_{\lambda f}^{XL}$ и энергией E_{γ} , связывающего состояния λ и k :

$$S^{XL}(E_{\gamma}) = \bar{\Gamma}_{\lambda f}^{XL} / \left(E_{\gamma}^3 A^{2/3} D_{\lambda} \right), \quad (3)$$

где D_{λ} – среднее расстояние между состояниями λ определенного спина и четности.

Сечение реакции захвата протона с энергией E_p и последующим испусканием γ -кванта с энергией E_{γ} , соответствующего первичному переходу из состояния достигшего равновесия составного ядра λ на конечное состояние f , согласно статистической теории можно представить в виде:

$$\sigma_{p\gamma} = \frac{\pi \lambda_p^2}{2(2I+1)} \sum_J (2J+1) \sum_{l_p j_p} \frac{T_{l_p j_p} T_{\gamma \lambda f}}{T_{\lambda}}, \quad (4)$$

где λ_p — приведенная длина волны налетающего протона; I — спин ядра мишени; J — спин составного ядра;

$T_{l_p j_p}$ — коэффициент прохождения (прилипания) для протонов во входном канале; $T_{\gamma \lambda f}$ — коэффициент прохождения для γ -квантов с энергией $E_{\gamma} = E_{\lambda} - E_f$, соответствующих первичным переходам из группы состояний λ в конечное состояние f : T_{λ} — сумма коэффициентов прохождения, соответствующих всем открытым каналам девозбуждения состояний λ . Суммирование в выражении (4) проводится по всем открытым каналам реакции и состояниям составного ядра с квантовыми числами J и π , разрешенными соответствующими правилами отбора. В настоящей работе расчеты проводились с учетом поправок на возможные флуктуации сечения из-за малого числа открытых каналов [26-28]. При низких энергиях эта поправка может оказаться значительной. Коэффициент прохождения $T_{\gamma \lambda f}$, представляющий усредненную по резонансам составного ядра вероятность γ -перехода с мультипольностью L , можно выразить через парциальную РСФ $S_{\lambda f}(E_{\gamma})$

$$T_{\gamma \lambda f} = 2\pi S_{\lambda f}(E_{\gamma}) E_{\gamma}^{2L+1}. \quad (5)$$

Коэффициент T_{λ} тогда будет выглядеть следующим образом:

$$T_{\lambda} = \sum_{l_p j_p} T_{l_p j_p} + \sum_{l_n j_n} T_{l_n j_n} + 2\pi \sum_J \int_0^{E_{\lambda}} \rho_J(E_{\lambda} - E_{\gamma}) S_{\lambda f}(E_{\gamma}) E_{\gamma}^{2L+1} dE_{\gamma}, \quad (6)$$

где $T_{l_p j_p}$ — коэффициенты прохождения для протонов в выходном канале; $T_{l_n j_n}$ — коэффициенты прохождения для нейтронного канала; $\rho_J(E_{\lambda} - E_{\gamma})$ — плотность уровней со спином J , четностью π и энергией возбуждения E_{γ} .

Используя соотношения (4) – (6) и экспериментальные данные о парциальных сечениях (p, γ)-реакции, можно определить абсолютные значения РСФ в зависимости от энергии γ -квантов и свойств состояний, между которыми осуществляется γ -переход. Ввиду доминирования дипольной моды в радиационном распаде состояний составного ядра из экспериментальных данных о сечениях извлекается величина $S_{\lambda f}(E_{\gamma}) = S_{\lambda f}^{E1}(E_{\gamma}) + S_{\lambda f}^{M1}(E_{\gamma})$, представляющая собой сумму РСФ для $E1$ - и $M1$ -переходов.

Для определения РСФ из сопоставления зависящей от этой величины формулы Хаузера-Фешбаха для сечения (p, γ)-реакции экспериментальным значениям этого сечения необходимо, чтобы все остальные составляющие статистического описания были заранее известны. Тогда задачу описания экспериментального сечения можно свести к выбору РСФ. До открытия нейтронного канала, т.е. в довольно широком диапазоне

энергий налетающих протонов до $E_p=4,24$ МэВ, испускание γ -квантов является доминирующим выходным каналом и для определения РСФ достаточно заранее взять из других экспериментов или вывести теоретически только коэффициенты прохождения для протонов и плотность уровней образовавшегося составного ядра. При $E_p > 4,24$ МэВ сечение (p, γ) -реакции на ^{89}Y резко уменьшается и становится важной также его зависимость от нейтронного коэффициента прохождения и от плотности уровней соответствующего остаточного ядра. На достоверность получаемых таким образом РСФ будет влиять не только погрешность в экспериментальных данных, но и, прежде всего, обоснованность и точность используемых в формулах (4) – (6) коэффициентов прохождения и плотности уровней.

В расчетах коэффициентов прохождения для протонов, которые в настоящей работе проводились в рамках традиционной оптической модели, в качестве исходных использовались параметры оптического потенциала (ОП), полученные феноменологически в одной из недавно созданных глобальных систематик [29]. Эта систематика основывается на сетевом поиске и глобальном анализе имеющихся экспериментальных данных о рассеянии протонов с энергией от 1 кэВ до 200 МэВ на близких к сферическим нуклидах из области $24 \leq A \leq 209$ и учитывает результаты более ранних систематик локального характера. В нее включены также данные о сечениях упругого рассеяния протонов на ^{89}Y , но только для $E_p > 9$ МэВ.

Для энергий налетающих протонов ниже кулоновского барьера использование параметров ОП напрямую из глобальных систематик было бы мало обоснованным независимо от того, получены ли они чисто феноменологически, или вычислены чуть ли не из «первых» принципов, т.е., исходя из реалистического нуклон-нуклонного взаимодействия и определенных представлений о ядерной материи [30,31]. Исследование поглощающих свойств сферических ядер в этой области [22,24] показало, что вблизи $A \approx 90$ при подбарьерных энергиях потенциал поглощения существенно меньше, чем следует из глобальных систематик. Аналогично малые поглощающие потенциалы наблюдались в упругом рассеянии нейтронов в этой массовой области [32]. Было естественным предположить [24], что в области замыкания оболочки с $N=50$ к уменьшению потенциала поглощения, а также, как потом оказалось, и диффузности приводят оболочечные эффекты.

Поглощающая часть потенциала в микроскопическом представлении неявно связана с плотностью одночастичных состояний, уменьшающейся вблизи замыкания оболочек. Если реакция протекает через промежуточное состояние, то наблюдаемую в данной области зависимость мнимой части ОП можно объяснить модуляцией плотности $2p1h$ -состояний, вызванной заполнением оболочки с $N=50$ [33,34]. Важным результатом этих работ является то, что «аномалия» в плотности $2p1h$ -состояний в ядрах этой массовой области явно выражена при $E_p < 3$ МэВ, но становится существенно меньшей уже при $E_p \sim 6$ МэВ, а при более высоких энергиях она практически отсутствует.

В настоящей работе параметры ОП из глобальной систематики [29], используемые в качестве исходных, изменялись таким образом, чтобы лучше всего описать сечения (p, n) -реакции прежде всего на ^{89}Y , а также на ^{93}Nb , измеренные в диапазоне энергий налетающих протонов от нейтронного порога до 5,8 МэВ [22,23]. Потребовалось совсем небольшое уточнение некоторых из уже полученных параметров ОП для получения последующей наилучшей подгонки к сечениям (p, p) - и (p, n) -реакций на изотопах Zr и Mo, измеренным при $E_p = 2-7$ МэВ [35], а также к сечениям (p, p) -, (p, p') - и (p, γ) -реакций на ^{90}Zr , измеренных при $E_p = 1,9-5,7$ МэВ [24]. Полученные в итоге параметры действительной части ОП, за исключением несколько уменьшенной диффузности ($a_R = 0,62-0,73$ Фм), были практически такими же, как в глобальной систематике [29], однако параметры мнимой части ОП от приведенных в [29] заметно отличаются. Так, мнимая часть потенциала поглощения в исследуемой области энергий наиболее близко соответствовала простой энергетической зависимости (в МэВ) $W_D = 2,73 + 0,70 E_p$. Это отвечает изменению значений W_D от 4 МэВ при $E_p = 2$ МэВ до около 7 МэВ при $E_p = 6$ МэВ. При $E_p \geq 6$ МэВ величина потенциала поглощения быстро приближается к его значениям из глобальной систематики. Следует отметить, что набор параметров ОП, полученный из анализа дифференциального сечения и анализирующей способности упруго рассеянных поляризованных протонов на ^{89}Y , измеренных при $E_p = 21,1$ МэВ [36], наряду с обычным для глобальных систематик значением диффузности $a_D = 0,71$ Фм, уменьшенным в настоящей работе до $a_D = 0,40$ Фм, содержит не такое уж высокое для данного E_p значение $W_D = 8,43$ МэВ.

Для вычисления плотности уровней ядра ^{90}Zr в исследуемом диапазоне энергий возбуждения в настоящей работе использовалась как полужемпирическая модель ферми-газа с обратным смещением, так и микроскопические методы. В первом случае расчеты проводились с параметром плотности $a = 8,95$ (41) МэВ $^{-1}$ и энергетическим смещением $\Delta = 1,97(30)$ МэВ из недавно опубликованной глобальной систематики [37], полученной путем подгонки к экспериментальным данным о схемах уровней ядер при низких энергиях возбуждения и о расстояниях между s-волновыми нейтронными резонансами при энергиях связи нейтрона. Данные о дискретной части спектра уровней ^{90}Zr взяты из базы данных NUDAT BNL [8], основанной на текущих публикациях об этом ядре. Предполагалась одинаковая плотность уровней для состояний с положительной и отрицательной четностью одного и того же спина. Это предположение недавно было подтверждено хорошим согласием результатов расчетов плотности уровней в рамках модели ферми-газа с обратным смещением с экспериментальными данными о плотности уровней, соответствующих состояниям 1^+ в области энергий от 5 до 10 МэВ, полученными из реакции $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, t)^{90}\text{Nb}$, а также с экспериментальными

плотностями уровней 2^+ и 2^- в ^{90}Zr , полученными из измерений с высоким разрешением неупругого рассеяния протонов с энергией $E = 200$ МэВ под передними углами и электронов с энергией $E_0 \approx 66$ МэВ под задними углами на ^{90}Zr [38]. Вычисленные и экспериментальные плотности уровней ^{90}Zr в зависимости от энергии возбуждения представлены на рис. 1.

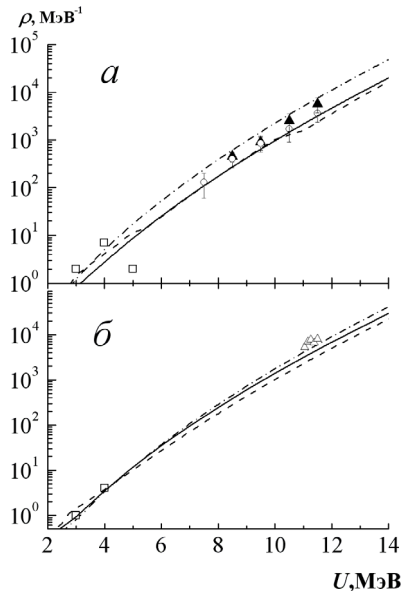


Рис. 1. Плотность уровней ^{90}Zr в зависимости от энергии возбуждения: *a* – для состояний 2^+ и 2^- , *б* – для состояний 1^- . Точки: \square – экспериментальные данные о дискретных уровнях из [8], \blacktriangle и \circ – полученные в [39] из реакций (p, p') и (e, e') данные о состояниях 2^+ и 2^- , соответственно, Δ – данные о состояниях 1^- , полученные в [18] из (p, γ) -реакции. Вычисленные плотности: модель ферми-газа с обратным смещением с параметрами $\Delta=2,19$ МэВ и $\alpha=9,37$ МэВ $^{-1}$ из работы [40] – штрих-пунктирная кривая, с параметрами $\Delta=1,97$ МэВ и $\alpha=8,95$ МэВ $^{-1}$ из работы [37] – сплошная кривая, по микроскопической модели [42] – штриховая кривая.

Сплошной кривой на рис.1 представлены результаты расчетов основанных на модели ферми-газа с обратным смещением, проведенных в настоящей работе с параметрами $\alpha = 8,95$ МэВ $^{-1}$ и $\Delta = 1,97$ МэВ. Штрих-пунктирная кривая соответствует таким же расчетам, но с параметрами $\alpha=9,37$ МэВ $^{-1}$ и $\Delta=2,19$ МэВ, полученным из анализа результатов параметризации плотности уровней в области ядер с $A \sim 90$, проведенной в работе [40]. Штриховая кривая – результаты доступных из [41] расчетов, основанных на микроскопической статистической модели, использующей приближение Хартри-Фока – Бардина-Купера-Шриффера (ХФ – БКШ) [42].

Анализ экспериментальных данных

Величина $S_{\lambda\lambda'}(E_\gamma)$, см. (4), (5), подбиралась так, чтобы воспроизвести абсолютное значение парциального сечения (p, γ) -реакции, полученное из эксперимента. РСФ в выражении (6) для суммарного коэффициента прохождения задавалась в том виде, в каком она получалась в различных теоретических подходах. Все остальные ранее полученные параметры оставались фиксированными. Предполагалось, что влияние модельной зависимости на полученные таким образом значения парциальных РСФ будет слабым, прежде всего, из-за того, что в данном случае согласно оценке средние радиационные ширины существенно меньше средних протонных ширин.

Для определения абсолютных значений РСФ первичных дипольных переходов в ^{90}Zr использовались парциальные сечения (p, γ) -реакции, измеренные в работах [43,44] методом высокого разрешения на тонких мишенях из ^{89}Y при энергии протонов E_p , изменяющейся от 2,17 до 5,0 МэВ с шагом, близким к эквивалентной толщине мишени. Эти сечения усреднялись таким образом, чтобы попадающее в интервал усреднения число резонансов составного ядра было достаточным для уменьшения обусловленного флуктуациями Портера-Томаса разброса данных до 5%. Идентифицированные ранее изобар-аналоговые состояния при энергии 4,82 и 5,02 МэВ из усреднения исключались. Значения РСФ, показанные на рис. 2 темными кружками, получены из усредненных по интервалу $\Delta E_p = 1,2$ МэВ сечений заселения отдельных низколежащих состояний ^{90}Zr , измеренных в работе [21] при E_p , изменяющейся от 2,2 до 3,4 МэВ с шагом 15-18 кэВ. Усреднение по столь большому интервалу проводилось из-за сильных флуктуаций исходных сечений в этом диапазоне энергий. В измерениях использовалась мишень из ^{89}Y с эквивалентной толщиной 13,7 кэВ при $E_p = 3,0$ МэВ. Область энергий дипольных переходов от 7,3 до 11,1 МэВ, для которых были извлечены РСФ, определялась интервалом изменения энергии конечных состояний этих переходов при фиксированной энергии начального состояния $E_\lambda = 11,1$ МэВ, соответствующей средней энергии налетающих протонов $E_p^{cp} = 2,77$ МэВ. Полученные таким же путем из измеренных в работах [43,44] в диапазоне энергий налетающих протонов от 2,17 до 5,0 МэВ и усредненных по интервалу $\Delta E_p = 0,5$ МэВ парциальных сечений (p, γ) -реакций на ^{89}Y значения РСФ для дипольных переходов на отдельные низколежащие состояния ^{90}Zr при фиксированной энергии $E_\lambda = 12,1$ МэВ ($E_p^{cp} = 3,75$ МэВ) показаны на рис. 3 также темными кружками. Светлые кружки на рис. 2 и 3 соответствуют

данным о РСФ, извлеченным из взятых из работ [11,12] полных сечений реакции фотопоглощения в области гигантского электрического дипольного резонанса (ГДР), основной вклад в которые вносят реакции (γ, n) и (γ, p) . Звездочками на рис. 3 обозначены значения РСФ, полученные из полных сечений фотопоглощения, измеренных на пучке тормозного гамма-излучения [2]. Из-за сильных флуктуаций эти данные усреднены по интервалу $\Delta E_\gamma = 500$ кэВ.

СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ РАСЧЕТОВ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

В работах [14,45,46] было высказано предположение, что низкоэнергетический хвост ГДР определяет силу и поглощения, и испускания γ -квантов в этой области. Исходя из этого, в исследуемом диапазоне энергий налетающих протонов определяющее влияние на выходной γ -канал реакции $^{89}\text{Y}(p, \gamma)^{90}\text{Zr}$ должно оказывать виртуальное возбуждение моды ГДР. В этом случае РСФ первичных γ -переходов данной мультипольности связывается через принцип детального равновесия с соответствующим сечением реакции фотопоглощения ядром, находящимся в основном состоянии. Фотоядерное сечение в области ГДР довольно успешно описывается классической функцией Лоренца. Однако очевидно, что в области ниже энергии связи нейтрона в ^{90}Zr процедура использования единой аппроксимации РСФ лоренцианом с энергией максимума, совпадающей с соответствующим экспериментальным значением, теоретически не обоснована, поскольку не учитывает наблюдающихся структурных эффектов.

Представленные на рис. 2 и 3 значения РСФ, полученные из анализа экспериментальных данных, сравниваются с РСФ, вычисленными в различных теоретических подходах в зависимости от убывающей к нулевому пределу энергии фотонов. Эти расчеты выполнены в рамках получивших широкое распространение полуфеноменологических и, в той или иной степени, микроскопических моделей. Теоретические подходы к

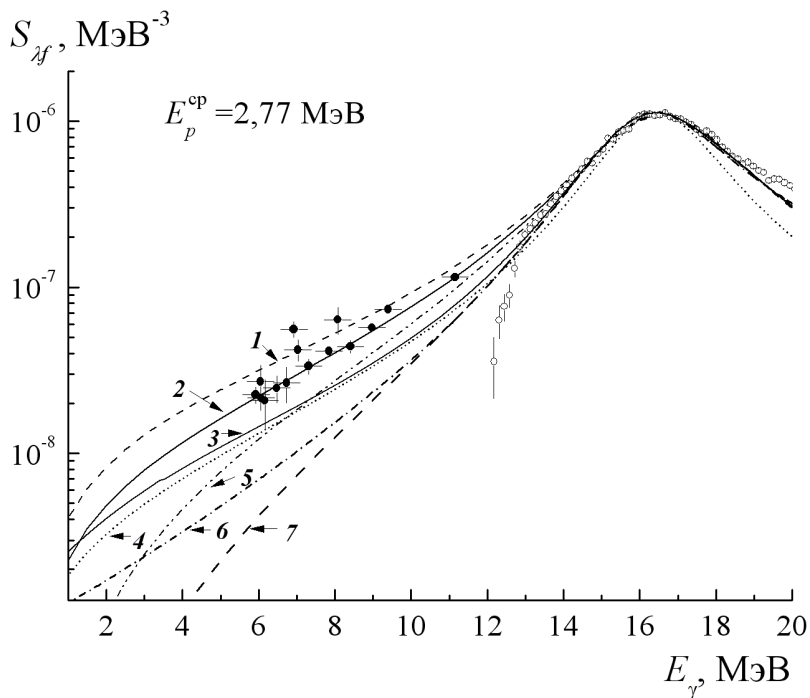


Рис. 2. Экспериментальные и теоретические значения РСФ для дипольных γ -переходов в ^{90}Zr при фиксированной энергии начального состояния $E_\lambda = 11,1$ МэВ и изменяющейся энергии конечного состояния E_f . Точки: \bullet – значения РСФ, полученные в настоящей работе из измеренных в работах [21] интенсивностей первичных γ -переходов в ^{90}Zr при $E_p^{cp} = 2,77$ МэВ и интервале усреднения $1,2$ МэВ, \circ – данные о ГДР из работы [11]. Кривые (обозначения – см. текст): 1 – стандартный лоренциан (SLO), 2 – MLO2, 3 – подход Сироткина, 4 – GFL, 5 – MLO1, 6 – KMF, 7 – EGLO.

описанию РСФ различаются в основном способом учета взаимодействия формирующих ГДР частично-дырочных состояний с более сложными конфигурациями, простейшие из которых имеют структуру $2p-2h$. Кривая 1 соответствует РСФ, связанной через принцип детального равновесия с сечением фотопоглощения в виде стандартного лоренциана. В однорезонансной функции Лоренца использовались следующие параметры ГДР: энергия в максимуме $E_r = 16,7$ МэВ, ширина $\Gamma_r = 4,2$ МэВ, сечение фотопоглощения в максимуме $\sigma_r = 211$ мбн. Эти параметры выбраны такими, чтобы наилучшим образом описать лоренцевским распределением полученные в работе [11] экспериментальные данные об энергетической зависимости сечения фотопоглощения в области максимума ГДР.

В феноменологической модели стандартного лоренциана (SLO – в обозначениях, принятых в работах [41]) ширина затухания считается постоянной и совпадающей с шириной ГДР. В расчетах с использованием обобщенного лоренциана (EGLO [41,47]), результаты которых представлены кривой 7 на рис. 2 и 3, ширина затухания зависит от энергии и считается пропорциональной столкновительному компоненту ширины затухания нулевого звука в бесконечной ферми-жидкости, когда учитывается только столкновительная двухтельная релаксация. Кривые 2 и 5 представляют РСФ, вычисленные в рамках моделей модифицированного лоренциана (MLO2 и MLO1, соответственно) [41, 48-50], а кривая 4 – в рамках обобщенной модели ферми-жидкости (GFL [51]). Ширина затухания в этих моделях тоже зависит от энергии, но при этом учитываются

вклады как от фрагментации, так и от столкновений. Эти модели РСФ различаются выражением для ширины затухания и вкладом различных механизмов диссипации. Кривая 6 соответствует результатам вычисления РСФ с помощью базирующейся на феноменологическом учете связи частично-дырочных конфигураций с более сложными состояниями модели Кадменского, Маркушева и Фурмана [52]) (КМФ – в обозначениях, принятых в [41]). В этой модели выражение для «спредовой» ширины ГДР, соответствующее полученным в рамках теории бесконечной ферми-жидкости оценкам затухания Ландау и Элиашберга, имеет для четно-четных ядер следующий вид: $\Gamma(E_\gamma, T_f) = \Gamma_r E_r^{-2} (E_\gamma + 4\pi^2 T_f^2)$, где T_f – эффективная температура ядра в состоянии, на которое осуществляется γ -переход, Γ_r – ширина ГДР, а E_r – энергия в его максимуме. Результаты вычисления РСФ в рамках основанного на теории ферми-жидкости статистического подхода Сироткина [53] представлены кривой 3. Описанный в [53] подход отличается тем, что при вычислении плотности $2p2h$ -состояний учитывалась оболочечная структура спектра одночастичных уровней, а также влияние температуры ядра и энергии перехода на числа заполнения этих уровней. В расчеты включались только те состояния, переход между которыми был разрешен принципом Паули.

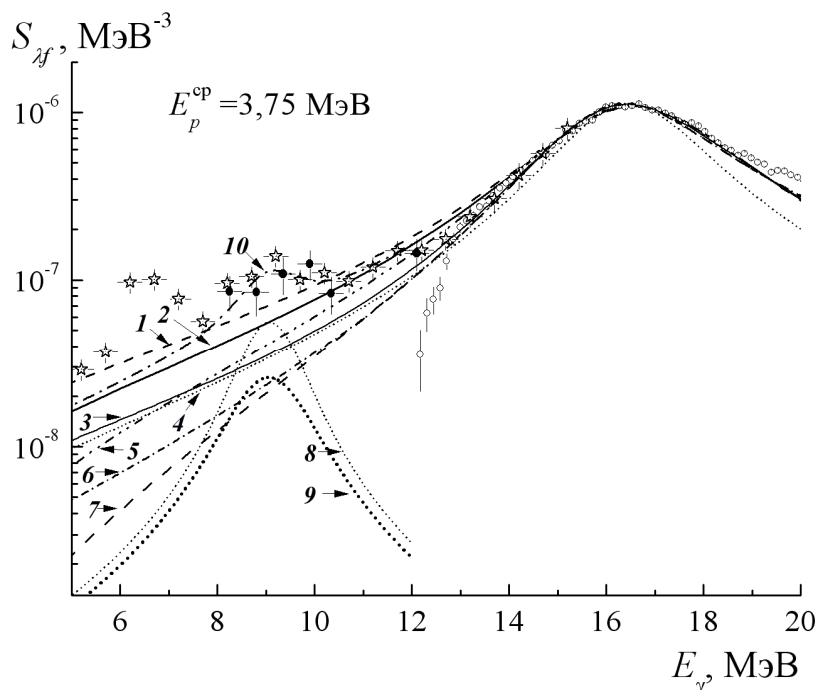


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но при $E_\lambda = 12,1$ МэВ. Точки: \bullet – значения РСФ, полученные в настоящей работе из измеренных в работах [43,44] интенсивностях первичных γ -переходов в ^{90}Zr при $E_p^{cp} = 3,75$ МэВ, \star – значения РСФ из данных о сечении фотопоглощения [2], \circ – данные о ГДР из работы [11]. Кривые (обозначения – см. текст): 1 – стандартный лоренциан (SLO), 2 – MLO2, 3 – подход Сироткина, 4 – GFL, 5 – MLO1, 6 – КМФ, 7 – EGLO, 8 и 9 – параметризованные лоренцианом предполагаемые вклады $M1$ - и $E1$ -резонансов, соответственно, 10 – MLO2+ $M1$ -резонанс.

Как видно из рис. 2, определенные из экспериментальных данных о парциальных сечениях (p, γ) -реакции на ^{89}Y при $E_p^{cp} = 2,77$ МэВ абсолютные значения РСФ не сильно отклоняются от экстраполяции распределения Лоренца, которым параметризуются экспериментальные данные в области ГДР. Однако уже при $E_p^{cp} = 3,75$ МэВ (см. рис.3) РСФ, полученные из (p, γ) -реакции в энергетической области ниже 11 МэВ, обнаруживают заметное превышение по абсолютной величине и отклонение по форме от лоренцианоподобной силовой функции. Это согласуется с наблюдением резонансноподобных структур над экстраполяцией лоренциана в энергетической области от 6 до 11 МэВ в реакции фотопоглощения [2, 10]. С точки зрения микроскопического описания сечений фотопоглощения дипольных γ -квантов околomagическими ядрами в области энергий 6 – 8 МэВ всегда сохраняются остатки затравочных переходов, существовавших в модели невзаимодействующих частиц. Но, если концентрация силы в области 6 – 7 МэВ в работе [2] связывается с возбуждением $E1$ пигми-резонанса (ПДР), то при более высоких энергиях становится важным учет связи между ПДР, ГДР и многофононными состояниями, что в теоретических расчетах трудно реализуемо и приходится прибегать к различным параметризациям. Этот избыток довольно фрагментированной силы может быть исчерпан, хотя и не полностью, предполагаемым, как и в работе [5], параметризованным распределением Лоренца вкладом $M1$ -резонанса при энергии 9 МэВ с шириной на полувысоте 2,5 МэВ (в настоящей работе – 1,2 МэВ) и сечением в максимуме 7 мбн, представленным на рис. 3 кривой 8. Приблизительно с такими же параметрами и с не меньшим основанием это мог бы быть и $E1$ -резонанс, как результат возможной фрагментации ГДР. Возможно, что более выраженный характер подструктур, наблюдающихся в энергетическом распределении РСФ, оцененных из экспериментальных данных о парциальных сечениях (p, γ) -реакции ^{89}Y при $E_p^{cp} = 3,75$ МэВ, является не только следствием меньшего, чем на рис. 2 интервала усреднения, но, в большей степени, вызван особенностями, которые содержатся в исходных данных.

На рис. 4 экспериментальные парциальные сечения сравниваются с вычисленными с помощью формулы (4). В расчетах использовались РСФ для $E1$ -переходов на конечные состояния ядра ^{90}Zr с известными значениями J^π , полученные в различных теоретических подходах. Энергии состояний приведены в МэВ. Светлыми кружками представлены сечения, измеренные в работе [43] под углом 56° в области $E_p=2,17 - 4,80$ МэВ, что соответствует интервалу энергии возбуждения ядра ^{90}Zr от 10,5 до 13,1 МэВ. Относительные погрешности измерений не превышают нескольких процентов. Эквивалентная толщина мишени и шаг по энергии протонов изменялся от 20 до 25 кэВ. Темными кружками обозначены сечения, измеренные в работе [44] под углом 55° в интервале E_p от 4,75 до 5,0 МэВ с шагом 10 кэВ на мишени с эквивалентной толщиной 10 кэВ. Сильно флуктуирующей кривой представлены сечения (p, γ_0) -реакции, определенные после соответствующей нормировки из измеренных в работе [18] при описанных выше условиях относительных интенсивностей прямых γ -переходов, заселяющих основное состояние ^{90}Zr . Пунктирной, штрих-пунктирной и сплошной кривыми на рис. 4 представлены результаты вычислений парциальных сечений с РСФ, полученными соответственно на основе таких моделей как SLO, KMF и MLO2. Сравнение с остальными моделями, несколько хуже описывающими экспериментальные данные о парциальных РСФ, не проводилось.

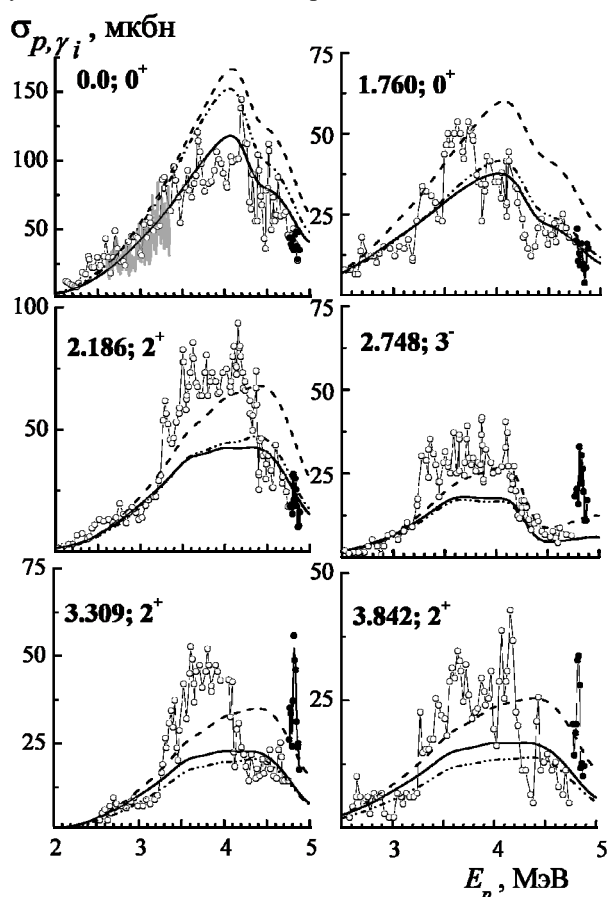


Рис. 4. Экспериментальные и вычисленные в рамках статистической теории парциальные сечения (p, γ) -реакции для нижних состояний ^{90}Zr (энергии даны в МэВ). Точки: \circ – сечения из [43], \bullet – сечения из [44]. Кривые соответствуют результату вычислений сечений с использованием РСФ из различных подходов: штриховая – SLO, штриховая с двумя точками – KMF, сплошная – MLO2.

прежде всего, на возможный вклад в сечение (p, γ) -реакции прямого процесса одночастичной передачи, обычно объясняемого в рамках модели валентного захвата. Так, в энергетической зависимости РСФ, полученных из анализа спектров γ -лучей из (n, γ) -реакции на ядрах из области $A \approx 90$, также наблюдаются резонансноподобные структуры над экстраполяцией сечений фотопоглощения из области ГДР [54]. Но, в области ядер с $A=90-100$ находится максимум $3p$ -нейтронной силовой функции, существенно (почти в 10 раз) превышающий остальные максимумы силовых функций для s - и p -нейтронов. В то же время низколежащие уровни ядер из этой области содержат большие примеси нейтронных одночастичных состояний $3s$ и $2d$. Эти условия способствуют коррелированным радиационным переходам $3p \rightarrow 3s$ или $3p \rightarrow 2d$ и тогда заметная часть РСФ может формироваться валентным механизмом. Следует отметить, что валентная теория, в которой в качестве нестатистических процессов рассматриваются валентные переходы между одночастичными состояниями,

Измеренные функции возбуждения проявляют выраженную тонкую структуру, не исчезающую при увеличении энергии налетающих протонов от 2,17 до 5,0 МэВ и при соответствующем возрастании плотности уровней составного ядра примерно в 6 раз. После усреднения функций возбуждения, например, по интервалу 270 кэВ они становятся довольно плавными и в области $E_p < 3,3$ МэВ, за исключением некоторых небольших отклонений для отдельных состояний, могут быть достаточно успешно описаны в рамках статистической теории, но при более высоких энергиях проявляются вариации типа промежуточной структуры, к тому же, разные для всех конечных состояний, включая состояния с одинаковыми значениями J^π .

Как видно из рис. 4, примечательным является внезапный рост парциальных сечений при $E_p > 3,3$ МэВ и довольно быстрое их уменьшение при энергиях, близких, но еще не достигших эффективного порога (p, n) -реакции при $E_p = 4,24$ МэВ. Порог реакции $^{89}\text{Y}(p, n)^{89}\text{Zr}$ находится при $E_p = 3,65$ МэВ, но основное состояние ядра ^{89}Zr имеет $J^\pi = 9/2^+$ и переход на это состояние для медленных нейтронов маловероятен. Эффективному порогу соответствует энергия $E_p = 4,24$ МэВ, при которой может заселяться первое возбужденное состояние с $J^\pi = 1/2^-$.

То, что энергетическая зависимость парциальных сечений для γ -переходов на все, указанные на рис. 4 конечные состояния ^{90}Zr , кроме состояний 0_1^+ и 0_2^+ , при энергии протонов $E_p > 3,3$ МэВ не описывается в рамках статистической теории, может указывать,

далеко не всегда приводит к удовлетворительному количественному описанию парциальных ширин во многих ядрах из этой области [7, 54-57]. В этих случаях статистическое описание приходится дополнять еще и учетом эффектов входных состояний [58].

В случае (n, γ) -реакций есть основания для предположения, что сильные валентные $E1$ -переходы могут определяться частично-дырочными конфигурациями, слабо связанными с соответствующим ГДР [59]. Однако в исследуемом интервале энергий протонная силовая функция для ^{89}Y достаточно гладкая [23,24], поскольку $3s$ и $3p$ одночастичные резонансы формы находятся соответственно ниже 2 и выше 5 МэВ, что затрудняет описание возможного вклада нестатистического валентного механизма на этой основе. Кроме того, чтобы радиационный захват протонов был описан как каналный или валентный захват необходимо также, чтобы приведенные парциальные радиационные ширины коррелировали с приведенными протонными ширинами начального (резонансного) и более низколежащего конечного состояния. Приведенные протонные ширины конечных состояний можно получить как спектроскопические факторы из (d, n) - и $(^3\text{He}, d)$ -экспериментов. К сожалению, таких, определенных с достаточной точностью, данных для представляющих интерес состояний ядра ^{90}Zr до сих пор получено не было. Объяснение того, как в такой ситуации происходит фрагментация по резонансам (в зависимости от их протонной ширины) той части радиационной силы, которая связана с простой компонентой, совсем не очевидно.

При описании спектра уровней ядра ^{90}Zr в рамках простой оболочечной модели чаще всего в качестве инертного остова выбирают ^{88}Sr . Тогда при низких энергиях возбуждения валентные протоны в ^{90}Zr должны быть активными в $2p_{1/2}$ и $1g_{9/2}$ пространстве и, в меньшей степени, в $1f_{5/2}$ и $2p_{3/2}$ пространстве. Разница в энергии $2p_{1/2}$ и $1g_{9/2}$ орбиталей образует протонную энергетическую щель, равную 2670(90) кэВ [60]. Энергия спаривания при этом равна 3593(8) кэВ. Оболочечная щель для нейтронов равна 4445(8) кэВ, а энергия спаривания достигает 4093(12) кэВ. В такой модели предполагается сильное смешивание конфигураций $\pi 2p_{1/2}$ (до 59%) и $\pi 1g_{9/2}$ (до 41%) как в основном состоянии 0_1^+ , так и в первом возбужденном состоянии 0_2^+ . Предполагается, что состояниям с $J^\pi = 2^+$ соответствуют конфигурации $\pi(1g_{9/2})^2$ с определенной степенью смешивания с состояниями возбужденного остова. Состояние 3^- описывается как одноуклоупольный фон. Такие особенности структуры ядра ^{90}Zr не исключают возможности объяснения наблюдаемого на рис.4 нестатистического вклада в парциальные сечения (p, γ) -реакции ^{89}Y через образование входных состояний. Возможно, что состояния 2_2^+ и 2_3^+ имеют заметную примесь конфигураций $2p_{3/2}$ и $1f_{5/2}$ [61].

Исходя из имеющихся данных, нельзя однозначно заключить являются ли наблюдаемые в измеренных парциальных сечениях (p, γ) -реакции на ^{89}Y особенности трудным для объяснения следствием нестатистических эффектов, или это просто неучтенный вклад от γ -лучей из вызываемых протонами реакций на возможных примесях в мишени. В первом случае можно было бы предполагать, что присутствие резонансноподобных структур в энергетической зависимости парциальных сечений реакции $^{89}\text{Y}(p, \gamma)^{90}\text{Zr}$ и в энергетическом распределении соответствующих парциальных радиационных функций отражает специфику одночастичного спектра ядра ^{90}Zr и указывает на ослабление определяющего затухание ГДР взаимодействия коллективных и неколлективных (одночастичных конфигураций не полностью «растворенных» в ГДР) степеней свободы. Эти структуры, особенно вблизи и выше энергии связи нейтрона, могли быть вызваны фрагментацией (но не строго случайной) основного резонанса и определяться тем же механизмом затухания, что и ГДР. Второй случай означал бы, что в (p, γ) -реакции на ^{89}Y в исследуемом интервале энергий не возбуждаются частично-дырочные состояния с ослабленной связью с ГДР, на предположении о существовании которых основывается объяснение резонансноподобных структур, наблюдаемых в энергетической зависимости сечения фотопоглощения. При этом особую остроту приобретает также вопрос сопоставления силы дипольных переходов между состояниями, заселяемыми посредством захвата протонов или нейтронов, и низкоэнергетическими конечными уровнями соответствующим данным из экспериментов по ядерной резонансной флуоресценции (и ядерному фотоэффекту), связывающей основное состояние с дипольными (квадрупольными) возбуждениями, а также вопрос детального сравнения механизмов (p, γ) - и (n, γ) -реакций в условиях влияния оболочечных эффектов.

Для анализа полных сечений (p, γ) -реакции, которые определяются полными радиационными ширинами, необходимо достоверное знание абсолютных значений РСФ в широком энергетическом диапазоне. Окончательный критерий правильности выбора модели для РСФ – возможность описания с ее помощью экспериментальных данных во всей области энергий γ -переходов. Результаты вычислений полных сечений (p, γ) -реакции на ^{89}Y в рамках теории Хаузера-Фешбаха с использованием РСФ, полученных в различных теоретических подходах, показаны на рис.5 в сравнении с экспериментальными данными из работ [62, 63]. Кривыми 1-7 представлены результаты вычислений с РСФ, полученными соответственно на основе модели SLO, микроскопической модели [64], модели GFL [51], в подходе Сироткина [53], в рамках моделей MLO2 [49], KFM [52] и EGLO [47].

Как видно из рис. 5, наилучшее согласие с экспериментальными данными демонстрирует кривая 5, вычисленная с РСФ в MLO2, и, практически совпадающая с ней, кривая 4 (с РСФ в подходе Сироткина). В то же время, расчеты с РСФ, полученной на основе модели стандартного лоренциана, дают существенно завышенные в сравнении с экспериментальными данными значения полных сечений (p, γ) -реакции на ^{89}Y .

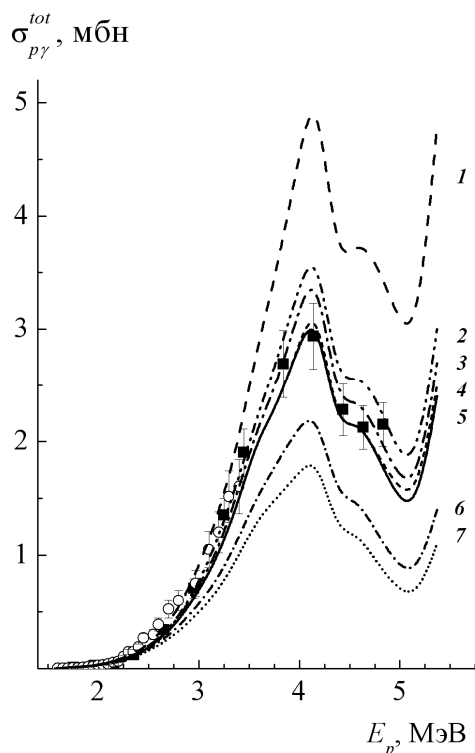


Рис. 5. Полные сечения (p, γ) -реакции на ^{90}Zr . Экспериментальные данные: \circ – сечения из [63], \blacksquare – сечения из [62]. Кривые – сечения, вычисленные с помощью модели Хаузера-Фешбаха с полной радиационной шириной, рассчитанной в рамках различных теоретических моделей: 1 – SLO, 2 – микроскопическая модель [64], 3 – GFL, 4 – подход Сироткина, 5 – MLO2, 6 – KMF, 7 – EGLO.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из сопоставления измеренных в интервалах энергий налетающих протонов $E_p=2,2\text{--}3,4$ МэВ [18, 19] и $E_p=2,17\text{--}5,0$ МэВ [43, 44], а затем усредненных соответственно по интервалам 1,2 и 0,5 МэВ парциальных сечений (p, γ) -реакции на ^{89}Y и вычисленным в рамках статистической теории определены абсолютные значения и энергетические распределения радиационных силовых функций дипольных γ -переходов в ядре ^{90}Zr в области энергий γ -квантов соответственно от 7,3 до 11,12 МэВ и от 8,26 до 12,1 МэВ. Область энергий дипольных γ -переходов при этом определялась интервалом изменения энергии конечных состояний при фиксированной энергии начального состояния: в первом случае $E_\lambda=11,12$ МэВ, соответствующей средней энергии налетающих протонов $E_p^{cp}=2,77$ МэВ, и во втором случае $E_\lambda=12,1$ МэВ при $E_p^{cp}=3,75$ МэВ. В энергетической зависимости радиационной силовой функции, отвечающей $E_p^{cp}=3,75$ МэВ, четко проявился избыток силы, согласующийся с ранее наблюдавшейся в экспериментах по рассеянию фотонов резонансноподобной структурой. В микроскопических подходах такое неоднородное распределение дипольной силы, выглядящее как довольно фрагментированный ансамбль дипольных состояний, считается обусловленным спецификой одночастичного спектра ядра ^{90}Zr и ослаблением взаимодействия коллективных и неколлективных степеней свободы в этом ядре.

Для более однозначных выводов о механизме формирования энергетического распределения силы дипольных переходов в ^{90}Zr нужны дополнительные измерения, уточняющие уровень нестатистического вклада в парциальные сечения (p, γ) -реакции на ^{89}Y , а также надежные экспериментальные данные о спектроскопических факторах из реакций одночастичной передачи, заселяющих те же состояния ^{90}Zr , что и в (p, γ) -реакции.

С экспериментальными данными о полных сечениях (p, γ) -реакции на ^{89}Y лучше всего согласуются результаты вычислений в рамках теории Хаузера-Фешбаха, использующих полную радиационную ширину с РСФ, полученными на основе модели модифицированного лоренциана MLO2 [49], подхода Сироткина [53], обобщенной модели ферми-жидкости GFL [51] и микроскопической модели [64]. Именно эти модели, но с учетом избыточной силы, параметризованной лоренцианом, лучше всего описывают и экспериментальные данные о парциальных РСФ. Использование модели SLO приводит к значительно завышенным значениям полных сечений по сравнению как с экспериментальными данными, так и с результатами расчетов в рамках других теоретических моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schwengner R., Rusev G., Benouaret N. et. al. Dipole response of ^{88}Sr up to the neutron-separation energy // Phys. Rev. – 2007. – Vol. C76. – P.034321 (1-15).
2. Schwengner R., Rusev G., Tsoneva N. et. al. Pygmy dipole strength in ^{90}Zr // Phys. Rev. – 2008. – Vol. C78. – P.064314 (1-15).

3. Benouaret N., Schwengner R., Rusev G. et. al. Dipole strength in ^{89}Y up to the neutron-separation energy // *Phys. Rev.* – 2009. – Vol. C79. – P.014303 (1-15).
4. Erhard M., Junghans F.R., Nair C. et. al. Experimental study of the electric dipole strength in the even Mo nuclei and its deformation dependence // *Phys. Rev.* – 2010. – Vol. C81. – P.034319 (1-18).
5. Utsunomiya H., Goriely S., Kondo T. et. al. $M1$ γ Strength for Zirconium Nuclei in the Photoneutron Channel // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – Vol. 100. – P.162502 (1– 4); Utsunomiya H., Goriely S., Koning A.J. et. al. Enhanced photoneutron cross sections for zirconium isotopes near threshold: evidence for extra $M1$ strength // *AIP Conf. Proc.* – 2008 – Vol. 1012. – P. 173-178.
6. Utsunomiya H., Goriely S., Akimune H. et. al. Photoneutron cross section for ^{96}Zr : A systematic experimental study of photoneutron and radiative neutron capture cross sections for zirconium isotopes // *Phys. Rev.* – 2010. – Vol. C81. – P.035801 (1-5).
7. Chrien R.E. The failure of the statistical hypothesis for compound nucleus decay // *Nukleonika.* – 1977. – Vol.21.– P.59- 88; Bechvarzh F., Gonzatko Ya., Moreno-Kabrera M.Je. i dr. Izuchenie radiatsionnoj silovoj funktsii yader ^{174}Yb , $^{176,177}\text{Lu}$ s pomoshch'yu reaktzii (n, \square) v izolirovannyh rezonansah // *YaF.* – 1987. – T.46. – S.392-399; J.Kopecky, Delfini M.G. Investigation of the $^{59}\text{Co}(n, \gamma)^{60}\text{Co}$ reaction with unpolarized and polarized neutrons // *Nucl. Phys.* – 1984. – Vol.A427. – P.413-450; Joshi G.C., Agrawal H.M. Statistical analysis of p-wave neutron reduced widths // *J. Phys. Soc. Jpn.* – 2000. – Vol.69. – P.373-377.
8. Electronic version of Nucl. Data Sheets, <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>
9. Nataf R. Modeli yader i yadernaya spektroskopiya. – M.: Mir, 1968. – 403 s.
10. Axel P., Min K.K., Sutton D.C. Intermediate Structure in the Photon Interaction Cross Sections of Sn and Zr // *Phys. Rev.* – 1970. – Vol. C2. – P.689-711.
11. Berman B.L., Caldwell J.T., Harvey R.R. et. al. Photoneutron Cross Sections for ^{90}Zr , ^{91}Zr , ^{92}Zr , ^{94}Zr and ^{89}Y // *Phys. Rev.* – 1967. – Vol.162. – P.1098–1111; Lepretre A., Beil H., Bergere R. et al. The giant dipole states in the $A=90$ mass region // *Nucl.Phys.* – 1971. – Vol.A175. – P.609-628.
12. Koning A. J., Hilaire S., Duijvestijn M. C. TALYS: Comprehensive Nuclear Reaction Modeling // *AIP Conf. Proc.* – 2005. – Vol.769. – P. 1154–1159.
13. Bor O., Mottel'son B. *Struktura atomnogo yadra. T.2.* – M.: Mir, 1977. – 664 s.
14. Laszewski R.M., Alarcon R., Hoblit S.D. Giant $M1$ in ^{90}Zr // *Phys. Rev. Lett.* – 1987. – Vol. 59. – P.431-434.
15. Tvetter T.S., Bergholt L., Guttormsen M. et. al. Observation of fine structure in nuclear level densities and γ -ray strength functions // *Phys. Rev. Lett.* – 1996. – Vol.77. – P. 2404-2407.
16. Ratkevich S.S., Fedorets I.D., Nemashkalo B.A. Radiatsionnaya silovaya funktsiya v yadre ^{90}Zr // *Izv.RAN.Ser.fiz.* – 1997. – T.61. – S.2201-2205.
17. Szefflinski Z., Szefflinska G., Klapdor H.V. et.al. Giant dipole resonances on excited states in ^{90}Zr through radiative proton capture // *Nucl. Phys.* – 1987. – Vol.A467. – P. 397-406.
18. Dygo A., Szefflinska G., Szefflinski Z., Wilhelmi Z. Partial width fluctuation method of determining nuclear level density // *Nucl. Phys.* – 1982. – Vol. A378. – P. 293–316.
19. Umbarger C.J., Close D.A., Sievers W.L., Barse R.S. Study of $^{88}\text{Sr}(p, \gamma)^{89}\text{Y}$ and $^{89}\text{Y}(p, \gamma)^{90}\text{Zr}$ from $E_p=2.3$ to 3.0 MeV // *Phys. Rev.* – 1971. – Vol.C3. – P. 199-208.
20. Obst E., Rauch F., Wahsweiler H.G. Two-particle – two-hole configurations in the dipole resonances of ^{90}Zr // *Nucl. Phys.* – 1967. – Vol.A103. – P.17-32.
21. Szefflinska G., Szefflinski Z., Wilhelmi Z. Gamma-ray strength functions for $A=70-90$ nuclei // *Nucl. Phys.* – 1979. – Vol.A323. – P. 253-270.
22. Johnson C.H., Kernell R.L., Ramavataram S. The $^{89}\text{Y}(p, n)^{89}\text{Zr}$ cross-section near the first two analogue resonances // *Nucl. Phys.* – 1968. – Vol.A107. – P. 21-34.
23. Johnson C.H., Galonsky A., Kernell R.L. (p, n) reaction for $89 < A < 130$ and an anomalous optical model potential for sub-Coulomb protons // *Phys.Rev.* – 1979. – Vol.C20. – P. 2052-2071.
24. Laird C.E., Flynn D., Hershberger R.L., Gabbard F. Proton- ^{90}Zr interaction at sub-Coulomb proton energies // *Phys. Rev.* – 1987. – Vol.C35. – P. 1265-1274.
25. Alarcon R., Laszewski R.M., Nathan A.M, Hoblit S.D. Photon scattering from ^{90}Zr below neutron emission threshold // *Phys. Rev.* – 1987. – Vol. C36. – P. 954-958.
26. Tepel J. W., Hofmann H. M., Weidenmüller H. A. Hauser-Feshbach formulas for medium and strong absorption // *Phys. Lett.* – 1974. – Vol.49. – P. 1-4.
27. Hodgson P.E. Compound nucleus reactions // *Rep. Prog. Phys.* – 1987. – Vol.50. – P. 1171-1228.
28. Vladuka G., Stan-Sion C., Brinde A., Zoran V. Statistical model calculation for medium and strong absorption in the $A=90$ region // *Z. Phys.* – 1980. – Vol.A295. – P. 235-242.
29. Koning A.J., Delaroche J.P. Local and global nucleon optical model from 1 keV to 200 MeV // *Nucl. Phys.* – 2003. – Vol. A 713. – P. 231-310.
30. Bauge E., Delaroche J.P., Girod M. Lane-consistent, semimicroscopic nucleon-nucleus optical model // *Phys. Rev.* – 2001. – Vol. C63. – P.024607 (1-17).
31. Jeukenne J.-P., Lejeune A., Mahaux C. Optical-model potential in finite nuclei from Reid's hard core interaction // *Phys. Rev.* – 1977. – Vol. C16. – P. 80-96.
32. Smith A.B., Guenther P.T., Whalen J.F. The Optical Model of Few-MeV Neutron Elastic Scattering from $Z = 39$ to 51 Targets // *Nucl. Phys.* – 1984. – Vol. A415. – P. 1-29.
33. Grimes S.M. Anomalous optical potential for sub-Coulomb barrier protons // *Phys. Rev.* – 1980. – Vol. C22. – P. 436-439.
34. Boukhrouba N., Briant C.E., Grimes S.M. et. al. Low energy optical model studies of proton scattering on ^{54}Fe and ^{56}Fe // *Phys. Rev.* – 1992. – Vol. C46. – P. 2375-2386.
35. Flynn D.S., Hershberger R.L., Gabbard F. Energy dependence of the absorptive potential for sub-Coulomb energy proton

- bombardment of zirconium and molybdenum isotopes // Phys. Rev. – 1985. – Vol. C31. – P. 87-93.
36. Melssen J.P.M.G., Van Hall P.J., Wassenaar S.D. et. al. Scattering of 21.1 MeV polarized protons from ^{89}Y // Nucl. Phys. – 1982. – Vol. A 376. – P. 183-200.
 37. Von Egidy T., Bucurescu D. Systematics of nuclear level density parameters // Phys. Rev.–2005.–Vol. C72. – P.044311 (1–22).
 38. Kalmykov Y., Özen C., Langanke K. et.al. Spin- and parity-resolved level densities from the fine structure of giant resonances // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 99. – P.202502 (1-4).
 39. Kalmykov Y., Langanke K., Martinez-Pinedo G. et. al. Spin- and parity-resolved level densities from high-resolution hadron and electron scattering studies of giant resonances // Phys. Rev. – 2007. – Vol. A788. – P. 136-141.
 40. Batij V.G., Skakun E.A. Parametrizatsiya plotnosti urovnej v modeli fermi-gaza s obratnym smeshcheniem v oblasti yader s $A\sim 90$ // Izv. AN SSSR. Ser.fiz. – 1986. – T.50, №10. – S. 1983-1990.
 41. Belgya T. Bersillon O., Capote R. et. al. Handbook for calculations of nuclear reaction data, *R1PL-2*, IAEA-TECDOC–1506 (IAEA, Vienna, 2006); [http:// www.nds.iaea.or.at/ripl2/](http://www.nds.iaea.or.at/ripl2/).
 42. Demetriou P., Goriely S. Microscopic nuclear level densities for practical applications // Nucl. Phys. – 2001. – Vol. A695. – P. 95-108.
 43. Rippl W., Rauch F., Seim B. Intermediate structure in $^{89}\text{Y}(p,\gamma)^{90}\text{Zr}$ excitation functions // Second International Symposium on Neutron capture Gamma-ray Spectroscopy and Related Topics, 1974, Pattern, the Netherlands, P.163-164.
 44. Rauch F., Seim B. Compound contribution to the radiative width of the ground-state analog in ^{90}Zr // Phys. Rev. Lett. – 1974. – Vol. 48B. – P. 33-35.
 45. Axel P. Electric Dipole Ground-State Transition Width Strength Function and 7-Mev Photon Interactions // Phys. Rev. – 1962. – Vol.126. – P. 671-683.
 46. Bartholomew G.A., Earle D., Fergusson A.J. Gamma-ray Strength Functions // Adv. Nucl. Phys. – 1973. - Vol. 7. – P. 229-324.
 47. Kopecky J., Uhl M., Chrien R.E. Radiative Strength in the Compound Nucleus ^{157}Gd // Phys. Rev. – 1993. – Vol. C 47. – P. 312-322.
 48. Plujko V.A. An Investigation of Interplay between Dissipation Mechanisms in Heated Fermi Systems by Means of Radiative Strength Functions // Nucl. Phys. – 1999. – Vol. A649. – P. 209-213.
 49. Plujko V.A. A New Closed-Form Thermodynamic Approach for Radiative Strength Functions // Acta Phys. Pol. – 2000. – Vol.B31. – P. 435-441.
 50. Plujko V.A., Kavatsyuk O.O. Comparison of Analytical Methods of $E1$ strength Calculations in Middle and heavy Nuclei // arXiv:nucl-th/0210050 – 2003.
 51. Mudhabghab S.F., Dunford C.L. A dipole-quadrupole interaction term in $E1$ photon transitions // Phys. Lett. – 2000. – Vol.B487. – P. 155-164.
 52. Kadenskij S.G., Markushev V.P., Furman V.I. Radiatsionnye shiriny nejtronnyh rezonansov. Gigantskie dipol'nye rezonansy // YaF. – 1983. – T.37. – S.277-283.
 53. Sirotkin V.K. Radiatsionnye silovye funktsii nejtronnyh rezonansov // YaF. – 1986. – T.43. – S. 570-578.
 54. Joly S., Drake D.M., Nilsson L. Gamma-ray strength functions for ^{104}Rh , ^{170}Tm , and ^{198}Au //Phys.Rev. – 1979. – Vol.C20. – P.2072– 2083; Jonson C.H. Statistical model radiation widths for $75 < A < 130$ and enhancement of p-wave neutron capture for $A\sim 90$ //Phys.Rev. – 1977. – Vol.C16. – P.2238-2248.
 55. Boldeman J.W., Allen B.J., Musgrove A.R., Macklin R.L. Valence component in the neutron capture cross section of ^{90}Zr // Nucl.Phys. – 1975. – Vol. A246. – P.1-20.
 56. Musgrove A.R., Allen B.J., Boldeman J.W., Macklin R.L. Average neutron resonance parameters and radiative capture cross sections for the isotopes of molybdenum // Nucl. Phys. – 1976. – Vol. A270. – P.108-140.
 57. Agrawal H.M., Garg J.B., Harvey J.A. $^{89}\text{Y} + n$ resonances for $E=10-740$ keV and intermediate structure // Nucl. Phys.-1989. – Vol.A501. – P.18-50.
 58. Lane A.M. Partial Width Correlations and Common Doorway States // Ann. Phys. (N.Y.). – 1971. – Vol. 63. – P. 171-218.
 59. Rodin V.A., Urin M.G. Opisanie radiatsionnyh i «slabyh» silovyh funktsij kompaund-sostoyanij yader v ramkah polumikroskopicheskogo podhoda // JeChAYa. – 2000. – T.31. - Vyp.4. – S. 976-1009.
 60. Pauwels D., Wood J.L. Heyde K. et al. Pairing-excitation versus intruder states in ^{68}Ni and ^{90}Zr // Phys. Rev. – 2010. – Vol.C82. – P. 027304(1-4).
 61. Chiang H.C., Wang M.C., Han C.S. Effects of $1P_{3/2}$ and $0f_{5/2}$ hole excitations on $N=50$ isotones // J. Phys. G: Nucl. Phys. – 1980. – Vol.6. – P.345-357.
 62. Tsagari P., Kokkoris M., Skreti E. et.al. Cross section measurements of the $^{89}\text{Y}(p,\gamma)^{90}\text{Zr}$ reaction at energies relevant to p -process nucleosynthesis // Phys. Rev. – 2004. – Vol. C70. – P. 015802 (1-9).
 63. Harissopoulos S., Galanopoulos S., Tsagari P. et.al. Cross Sections of (p, γ) Reactions of $N = 50$ Nuclei Relevant to p -Process // Nucl. Phys. – 2001. – Vol. A688. – P.421-423.
 64. Goriely S., Khan E., Samyn M. Microscopic HFB + QRPA predictions of dipole strength for astrophysics applications // Nucl. Phys. – 2004. – Vol. A739. – P. 331-352.