УДК 534.29;534.6

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ ДОПЛЕРОВСКИЕ СПЕКТРЫ В СЛАБОНЕОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

И.В. Скресанова, Е.А. Баранник
Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина
E-mail: iryna.v.skresanova@univer.kharkov.ua
Received 18 November 2011

В рамках континуальной модели рассеивающих неоднородностей получены выражения для корреляционных функций и спектров ультразвукового доплеровского отклика слабонеоднородных изотропных конденсированных сред. Исследовано влияние процессов диффузии рассеивателей и корреляции их движения на спектры, формируемые стационарными потоками. Показано, что учёт конечного радиуса корреляции приводит к дополнительному уширению доплеровских спектров и смещению модальной частоты спектра в низкочастотную область. Учет диффузионных процессов также приводит к уширению спектра и замене экспоненциальной зависимости доплеровских спектров от частоты на степенную. На основе полученных результатов проведена качественная оценка влияния турбулизации потоков жидкости на спектральные характеристики. Исследованы доплеровские спектры при нестационарном движении жидких и упругих конденсированных сред и показано, что неравномерность движения рассеивающих неоднородностей приводит к дополнительной частотной модуляции доплеровского сигнала и уширению полного доплеровского спектра мощности. Получено аналитическое выражение для степенной зависимости мощности высокочастотных составляющих спектра доплеровского отклика гармонически колеблющейся упругой среды от амплитуды локальных смещений и на его основе показана возможность дифференциации упругих свойств среды по величине амплитуды колебаний ультразвуковым доплеровским методом. Получены выражения для доплеровских спектров и установлены факторы, влияющие на спектральные характеристики при равноускоренном движении рассеивателей. Установлено, что частотная зависимость, связанная с наличием ускорения рассеивающих неоднородностей, появляется только при конечном времени наблюдения потоков жидкости, а ширина доплеровского спектра будет тем больше, чем больше время наблюдения фазы ускоренного движения.
КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: корреляционная функция, доплеровский спектр, модальная частота, ширина спектра, ультразвуковая диагностика, корреляция, диффузия, турбулентность.

CORRELATION FUNCTIONS AND ULTRASONIC DOPPLER SPECTRA IN WEAKLY INHOMOGENEOUS ISOTROPIC CONDENSED MATTER

I.V. Skresanova, E.A. Barannik
V.N. Karazin Kharkiv National University
Svobody Square 4, Kharkov, 61077, Ukraine
Based upon the continuum model of scattering inhomogeneities, a set of the closed-form expressions for the correlation functions and the spectra of ultrasound Doppler response in weakly inhomogeneous isotropic condensed matter has been derived. The influence of the correlation among scatterers and the diffusion processes on the Doppler power spectra formed by stationary flows has been examined. Considering finiteness of correlation radius leads to additional broadening of the Doppler spectra and the mean spectrum frequency tends to zero. Considering diffusion processes among inhomogeneities also results in the broadening of the Doppler spectra and the exponential frequency dependence of Doppler spectrum is replaced by the power law. The effects of these factors on the spectral width and mean frequency are established and discussed in respect to turbulent flows. The Doppler spectra for the cases of non-stationary motion of fluid and elastic condensed matters were studied. It has been shown that nonuniform motion of scattering inhomogeneities leads to frequency modulation of the Doppler signal and an increase in the Doppler spectrum width. Closed-form expression for the integrated power of the Doppler response formed by harmonically oscillated elastic matter has been derived. It is shown that the differentiation of elastic properties of the matter with respect to the value of vibrational amplitude is feasible using ultrasound Doppler method. The expressions were derived and the factors that may contribute to the spectral characteristics are established for the cases of non-stationary accelerated movement of scatterers. It has been found that the frequency dependence reveals solely at a finite time of observation and depends on the initial phase of the accelerated movement.
KEY WORDS: correlation function, Doppler spectrum, mean frequency, spectral width, ultrasonic diagnostics, correlation, diffusion, turbulence.

КОРЕЛЯЦІЙНІ ФУНКЦІЇ ТА УЛЬТРАЗВУКОВІ ДОППЛЕРІВСЬКІ СПЕКТРИ В СЛАБОНЕОДНОРІДНИХ ІЗОТРОПНИХ КОНДЕНСОВАНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

І.В. Скресанова, Є.О. Баранник
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
пл. Свободи 4, Харків, 61077, Україна
В рамках континуальної моделі розсіювальних неоднорідностей отримані вирази для кореляційних функцій та спектрів ультразвукового допплерівського відгуку слабонеоднорідних ізотропних конденсованих середовищ. Досліджено вплив процесів дифузії розсіювачів та кореляції їх руху на спектри, що формуються стаціонарними потоками. Показано, що

врахування скінченого радіусу кореляції прозводить до додаткового розширення допплерівських спектрів та зміщення модальної частоти спетру в низкочастотну область. Врахування процесів дифузії також призводить до розширення спектру та заміні експоненційної залежності допплерівських спектрів від частоти на степеневу. На основі отриманих результатів проведена якісна оцінка впливу турбулізації потоків рідини на спектральні характеристики. Досліджені допплерівські спектри при нестаціонарному русі рідких та пружних конденсованих середовищ та показано, що нерівномірний рух розсіювальних неоднорідностей прозводить до додаткової частотної модуляції допплерівського сигналу та розширенню повного допплерівсткого спектра потужності. Отримано аналітичний вираз для степеневої залежності потужності високочастотних складових спектра допплерівського відгуку пружного середовища, що гармонійно коливається, від амплітуди локальних коливань та на його основі показана можливість диференціювання пружних властивостей середовища за величиною амплітуди коливань ультразвуковим допплерівським методом. Отримані вирази для допплерівських спектрів та встановлені фактори, що впливають на спектральні характеристики за умов рівномірно прискореного руху розсіювачів. Встановлено, що частотна залежність, пов'язана з наявністю прискорення розсіювальних неоднорідностей, з'являється тільки за умов кінцевого часу спостереження потоків рідини, а ширина допплерівського спектра буде тим більша чим час спостереження фази прискореного руху.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: кореляційна функція, допплерівський спектр, модальна частота, ширина спектра, ультразвукова діагностика, кореляція, дифузія, турбулентність.

Физика взаимодействия ультразвука с конденсированными средами представляет собой обширную область теоретических и прикладных исследований, имеющую важное научное и практическое значение. Проблема описания особенностей формирования ультразвукового и доплеровского отклика в слабонеоднородных изотропных конденсированных средах лежит в основе большого количества методов ультразвуковой технической диагностики и неразрушающего контроля [1,2], а также повышения качества ультразвуковых доплеровских методов [3-5]. Изученные за последнее время механизмы взаимодействия ультразвука с биологическими тканями стали основой большого количества медицинских диагностических методов [3]. К числу таких методов относятся, в частности, ультразвуковая доплеровская эхоскопия, включая спектрально-доплеровские исследования и цветовое доплеровское картирование потоков крови, энергетическая доплерография, вибрационная и соноэластография [6-8].

Теоретическое и экспериментальное исследование доплеровских спектров, характерных для различных приложений ультразвука, требует построения физической модели рассеяния ультразвука на неоднородностях жидких или упругих конденсированных сред с учётом характеристик их движения, геометрии зондирующих пучков волн и параметров излучения. В настоящее время известно большое число экспериментальных и теоретических [9-13] исследований спектров доплеровского отклика движущихся упругих сред и спектров линий тока жидкостей [14-16]. В частности, использование точных решений параболического уравнения теории дифракции для описания ультразвуковых полей и методов асимптотической оценки интегралов позволило получить ряд аналитических результатов для спектров мощности ультразвукового доплеровского отклика линий тока жидкости [9], пригодных в широком интервале диагностических глубин зондирования. Эти результаты позволили оценить вклад некоторых физических факторов в характеристики доплеровских спектров [10,11], формируемых стационарными потоками жидкости.

В то же время, до сих пор остается актуальным исследование влияния на спектры ряда физических факторов, характеризующих состояние конденсированной среды и её движение. В частности, практически все известные результаты для доплеровских спектров потоков жидкости относятся к случаю стационарного движения. До сих пор остаётся неисследованным влияние параметров зондирующих ультразвуковых полей на спектры доплеровских сигналов нестационарно движущихся жидких и упругих конденсированных сред. В литературе отсутствуют теоретические исследования влияния на доплеровские спектры таких физических характеристик, как степень корреляции рассеивателей ультразвука и хаотизация их движения в результате процессов диффузии.

В настоящей работе в рамках континуальной модели рассеивающих неоднородностей рассмотрено влияние вышеперечисленных физических факторов и процессов на спектральные характеристики доплеровского отклика слабонеоднородных изотропных конденсированных сред.

МОДЕЛЬ ДОПЛЕРОВСКОГО ОТКЛИКА

В слабонеоднородной изотропной среде флуктуации плотности $\rho(\vec{r},t)$ и сжимаемости $\beta(\vec{r},t)$ малы по сравнению со средними значениями ρ_0 и β_0 внутри некоторой области, в которой локализованы неоднородности. Это обстоятельство дает возможность при решении обратной задачи рассеяния использовать борновское приближение, где учитывается только однократное рассеяние.

В этом приближении низкочастотный доплеровский отклик из области интереса R, получающийся после демодуляции гармонического ультразвукового отклика движущейся конденсированной среды, может быть представлен в виде [3]:

$$f(t) = k^2 \int_R e^{2i(\vec{k}\vec{r}+\theta_c)} G'_p(\vec{r}) \left\{ \tilde{\beta}(\vec{r},t) - \tilde{\rho}(\vec{r},t)\gamma(\vec{r}) \right\} d^3\vec{r} \,, \tag{1}$$

где $\vec{k}$ и $k = 2\pi/\lambda$ - волновой вектор и волновое число поля ультразвукового преобразователя в приближении плоских волн, λ – длина волны, θ_c – постоянная составляющая фазы сигнала, $\tilde{\rho}(\vec{r},t) = [\rho(\vec{r},t) - \rho_0]\rho^{-1}(\vec{r},t)$ и $\tilde{\beta}(\vec{r},t) = [\beta(\vec{r},t) - \beta_0]\beta_0^{-1}$ – безразмерные флуктуации соответственно плотности и сжимаемости конденсированной среды в точке $\vec{r}$ области интереса R в момент времени t. При импульсном зондировании угол между волновыми векторами падающего и отраженного пучков волн равен нулю, поэтому безразмерный параметр $\gamma(\vec{r}) = (\vec{k} + \vec{\alpha}_t)(\vec{k} + \vec{\alpha}_r)k^{-2}$ в подынтегральном выражении формулы (1) отличается от единицы лишь пренебрежимо малыми добавками $\vec{\alpha}_{t,r}$, обусловленными дифракционной расходимостью пучков волн и отклонением формы волновых фронтов от плоских волн.

В общем случае импульсного излучения ультразвуковых пучков волн доплеровский отклик среды определяется параметрами ультразвукового поля, а именно, комплексной функцией распределения чувствительности в измерительном объёме:

$$G'_p(\vec{r}) = G'(\vec{r})b\left(T_1 - \frac{2x'(\vec{r})}{c}\right) = G'_t(\vec{r})G'_r(\vec{r})b\left(T_1 - \frac{2x'(\vec{r})}{c}\right),$$

где $b(t)$ – огибающая зондирующего импульса, c – скорость ультразвуковых волн, $x'(\vec{r})$ – расстояние вдоль оси зондирующих пучков волн до точки $\vec{r}(x,y,z)$, T_1 – временная задержка, определяющая глубину зондирования $l_0 = cT_1/2$. Комплексная функция чувствительности пропорциональна произведению амплитуды $G'_t(\vec{r})$ падающих волн и функции чувствительности $G'_r(\vec{r})$ преобразователя к рассеянным волнам с учётом отклонения истинных фаз $\Phi_t(\vec{r})$ и $\Phi_r(\vec{r})$ этих комплексных величин от фазы плоских волн

$$G'_{t,r}(\vec{r}) = G_{t,r}(\vec{r})e^{i[\Phi_{t,r}(\vec{r}) - \vec{k}\vec{r}]}$$

где $G_{t,r}(\vec{r})$ - действительные функции.

Полный спектр мощности $S(\omega)$ доплеровского сигнала, формируемого при движении конденсированных сред, можно найти, используя автокорреляционную функцию доплеровского сигнала (1):

$$R(\tau) = \left\langle f^*(t_0)f(t_1)\right\rangle = k^4 \iint_R e^{2ik(\vec{r}_1-\vec{r}_0)} G'^*_p(\vec{r}_0)G'_p(\vec{r}_1)C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau)d^3\vec{r}_0 d^3\vec{r}_1 \,, \tag{2}$$

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau) = \left\langle \left(\tilde{\beta}(\vec{r}_0,t_0) - \tilde{\rho}(\vec{r}_0,t_0)\right)\left(\tilde{\beta}(\vec{r}_1,t_1) - \tilde{\rho}(\vec{r}_1,t_1)\right)\right\rangle, \tag{3}$$

где $\tau = t_1 - t_0$ и $\langle \ldots \rangle$ означает усреднение по статистическому ансамблю, $C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau)$ – корреляционная функция, описывающая пространственно-временные характеристики флуктуаций плотности и сжимаемости. Для стационарных процессов и движений статистические свойства величин $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\rho}$ не зависят от времени и координат, поэтому усреднение по статистическому ансамблю эквивалентно усреднению по начальному моменту времени t_0. В случае нестационарных движений полное усреднение корреляционной функции по движению рассеивателей ультразвука подразумевает также усреднение по начальной фазе движения, которая описывается начальным моментом времени t_0.

В результате как для стационарного, так и для нестационарного движения после полного усреднения по движению рассеивающих неоднородностей коррелятор флуктуаций $C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau)$ является в действительности функцией только разностной координаты и разностного времени. Это дает возможность представить корреляционную функцию (3) в виде разложения в интеграл Фурье аналогично тому, как это делается при описании рассеяния света [17]:

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau) = \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}(\vec{r}_1-\vec{r}_0)} \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega\tau} C(\vec{q},\omega) \,. \tag{4}$$

Величина $C(\vec{q},\omega)$ дает представление о спектре корреляционной функции $C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0,\tau)$ и описывает амплитуду и относительную фазу плосковолновых компонент ультразвукового поля с волновым вектором

$\vec{q}(q_x, q_y, q_z)$.

Подстановка разложения (4) в формулу (2) приводит к следующему выражению для автокорреляционной функции:

$$R(\tau) = k^4 \int \frac{d^3\vec{q}d\omega'}{(2\pi)^4} e^{-i\omega'\tau} C(\vec{q},\omega') \iint_R e^{i(\vec{q}+2\vec{k})(\vec{r}_1-\vec{r}_0)} G_p'^*(\vec{r}_0) G_p'(\vec{r}_1) d^3\vec{r}_0 d^3\vec{r}_1 .$$

Непосредственно отсюда следует выражение для полного спектра мощности доплеровского сигнала, который представляет собой Фурье-образ корреляционной функции:

$$S(\omega) = \int R(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = k^4 \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} C(\vec{q},\omega) \left| G(\vec{q}+2\vec{k}) \right|^2 , \tag{5}$$

$$G\left(\vec{q}+2\vec{k}\right) = \int_R e^{i\left(\vec{q}+2\vec{k}\right)\vec{r}} G_p'\left(\vec{r}\right) d^3\vec{r} .$$

По физическому смыслу выражение (5) дает самую общую связь между полным спектром мощности доплеровского сигнала, спектральными характеристиками рассеивающих флуктуаций и спектром $G(\vec{q}+2\vec{k})$ функции чувствительности, который описывает амплитуду и относительную фазу плосковолновых компонент ультразвукового поля с волновым вектором $\vec{q}+2\vec{k}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Спектры доплеровских сигналов при стационарных процессах в жидкости

Равномерное движение жидкости. Наиболее простым стационарным процессом является равномерное движение с некоторой скоростью $\vec{V}$. В пренебрежении влиянием процессов диффузии на результирующий доплеровский спектр рассеивающая неоднородность, имевшая в момент времени t_0 координату $\vec{r}_0$, в момент времени $t_1 = t_0 + \tau$ окажется в точке с координатой $\vec{r}_1$, поэтому коррелятор имеет вид [3]:

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) = \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_0 - \vec{V}\tau) , \tag{6}$$

где ν – постоянная, зависящая от радиуса корреляции неоднородностей, $\delta(\vec{r})$ – δ-функция. В соответствии с (4) это означает, что спектр флуктуаций при равномерном прямолинейном движении описывается выражением

$$C(\vec{q},\omega) = 2\pi\nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \delta(\vec{q}\vec{V} - \omega) \tag{7}$$

Подставляя это выражение в общую формулу (5) и производя интегрирование по $\vec{q}$, приходим к выражению для полного спектра мощности доплеровского сигнала

$$S_V(\omega) = \frac{k^4 \nu \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle}{V} \iint_R \left| G\left(\frac{\omega}{V} + 2k\cos\vartheta, y, z\right) \right|^2 dydz \equiv \iint_R S_V(\omega, y, z) dydz , \tag{8}$$

$$G\left(\frac{\omega}{V} + 2k\cos\vartheta, y, z\right) = \int_R e^{i(\frac{\omega}{V}+2k\cos\vartheta)x} G_p'(\vec{r}) dx ,$$

где ϑ – доплеровский угол между осью преобразователя и направлением вектора скорости $\vec{V}$ движения среды. Последнее выражение приводит к стандартному для спектра мощности доплеровского отклика линии тока $S_V(\omega, y, z)$ виду [3] путем перехода от интегрирования по выделенному направлению движения к интегрированию по времени: $x = Vt$ в (8). В результате находим

$$S_V(\omega, y, z) = k^4 \nu V \left\langle (\tilde{\beta} - \tilde{\rho})^2 \right\rangle \left| TF\left[e^{2ikV\cos\vartheta \cdot t} G'(Vt, y, z) b\left(T_1 - \frac{2x'(Vt, y, z)}{c} \right) \right] \right|^2 , \tag{9}$$

где $TF\left[f(t)\right]$ - Фурье-образ функции $f(t)$.

Рассмотренный случай равномерного движения рассеивателей ультразвука с хорошей точностью реализуется, например, при стационарном ламинарном движении жидкости по трубе произвольного сечения, а также для венозных потоков крови.

Влияние корреляции движения рассеивателей на спектры доплеровских сигналов. Понятно, что предположение о малости объёма корреляции ν по сравнению с размерами измерительного объёма приводит к

δ-образной корреляционной функции (6). Рассмотрим случай равномерного движения рассеивающих неоднородностей с произвольным радиусом корреляции Δ. Наиболее часто пространственно-временные характеристики коррелятора флуктуаций описывают с помощью гауссовской функции [5, 18]:

$$C(\vec{r}_1-\vec{r}_0,\tau)=\frac{\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle}{(2\pi)^{3/2}\Delta^3}\exp\left\{-\frac{(\vec{r}_1-\vec{r}_0-\vec{V}\tau)^2}{2\Delta^2}\right\},$$

где $\nu=\alpha\Delta^3$ - характерный объем корреляции и α - постоянная величина порядка единицы. Несложно убедиться, что при $\Delta\to 0$ это выражение переходит в формулу (6) для малых радиусов корреляции. В этом случае спектральные свойства коррелятора рассеивающих неоднородностей описываются величиной

$$C(\vec{q},\omega)=2\pi\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle e^{-\Delta^2 q^2/2}\delta(q_x V-\omega), \tag{10}$$

которая после подстановки в (5) и интегрирования по q_x приводит к следующей формуле для полного спектра мощности доплеровского сигнала:

$$S(\omega)=\frac{k^4\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle}{V}e^{-\frac{\Delta^2\omega^2}{2V^2}}\iint\frac{dq_y dq_z}{(2\pi)^2}e^{-\frac{\Delta^2}{2}(q_y{}^2+q_z{}^2)}\left|G(\frac{\omega}{V}+2k\cos\vartheta,q_y-2k\sin\vartheta,q_z)\right|^2. \tag{11}$$

Это выражение отличается от (8) не только экспоненциальным множителем, который зависит от частоты и обращается в единицу при $\Delta\to 0$. Главное отличие заключается в том, что в результате корреляции движения невозможно выделить спектральный вклад каждой отдельной линии тока, как это имеет место при бесконечно малом радиусе корреляции.

Основные особенности спектральных характеристик доплеровских сигналов отклика в слабонеоднородной изотропной среде могут быть получены при рассмотрении задачи рассеяния импульсных пучков плоских волн с гауссовским измерительным объёмом. В частности, точные аналитические решения для полных доплеровских спектров при $\Delta=0$ были получены в [12].

Для оценки влияния радиуса корреляции функцию чувствительности выберем в виде гауссовой функции

$$G'_p(\vec{r})=\exp\left\{-2\frac{[\vec{r}'(\vec{r})-l_0\vec{e}_{x'}]^2}{b^2}\right\}, \tag{12}$$

где $\vec{r}'(x',y',z')$ – радиус-вектор в системе координат, связанной с ультразвуковым преобразователем, $\vec{e}_{x'}=\vec{k}/k$ – единичный вектор в направлении распространения ультразвуковых волн. При таком выборе предполагается, что эффективная ширина падающего и отраженного ультразвуковых пучков плоских волн равна $2b$ по уровню e^{-1}, а длительность зондирующих импульсов такова, что измерительный объем сферически симметричен. Из выражения (5) следует, что пространственный спектр функциии чувствительности может быть представлен как обратное преобразование Фурье функции чувствительности (12), поэтому:

$$G(q_x+2k\cos\vartheta,q_y-2k\sin\vartheta,q_z)=$$

$$=\left(b\sqrt{\pi/2}\right)^3\exp\left\{-\frac{b^2}{8}\left[(q_x+2k\cos\vartheta)^2+(q_y-2k\sin\vartheta)^2+q_z^2\right]\right\}. \tag{13}$$

Подставляя это выражение в (11) и производя интегрирование по q_y и q_z, приходим к окончательному выражению для полного спектра мощности доплеровского сигнала

$$S(\omega)=\frac{\pi^2k^4\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle}{8V}\frac{b^6}{2\Delta^2+b^2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\frac{\omega}{\omega_{md}}-1\right)^2-\frac{\sigma^2-\sigma_0^2}{2\sigma^2\sigma_0^2\cos^2\vartheta}\right\}, \tag{14}$$

$$\omega_{md}=\omega_d(1+\frac{2\Delta^2}{b^2})^{-1}\qquad \sigma^2=\frac{2\Delta^2+b^2}{2b^4k^2\cos^2\vartheta}\equiv\sigma_0^2(1+\frac{2\Delta^2}{b^2}), \tag{15}$$

где ω_{md} - модальная доплеровская частота спектра (13), которая не совпадает с обычной частотой доплеровского сдвига $\omega_d=-2kV\cos\vartheta$, σ^2 – безразмерная дисперсия доплеровского спектра (13), $\sigma_0{}^2$ - дисперсия доплеровского спектра при $\Delta=0$.

В общем случае спектральные характеристики доплеровских сигналов как при непрерывном, так и при импульсном излучении зависят от пространственного распределения ультразвукового поля и характеристик движения исследуемых жидких и упругих конденсированных сред. Для импульсных доплеровских приложений характерно применение таких пучков волн и длительностей импульсов, при которых размеры измерительного объема обеспечивают узкополосность доплеровского сигнала. Это означает, что независимо от конкретной пространственной конфигурации ультразвукового поля и способа его описания величина $G(\vec{q}+2\vec{k})$ всегда является достаточно острой функцией с максимумом при $\vec{q}=-2\vec{k}$. Следовательно, для любых случайных физических процессов, имеющих широкополосную корреляционную функцию $C(\vec{q},\omega)$, полный спектр мощности доплеровского сигнала отклика в первом приближении можно записать в виде:

$$S(\omega)=k^4\int\frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3}C(\vec{q},\omega)\left|G(\vec{q}+2\vec{k})\right|^2\cong k^4\cdot P\cdot C(-2\vec{k},\omega)\,. \tag{16}$$

Здесь P – полная мощность доплеровского сигнала, которая равна мощности сигнала ультразвукового отклика.

Корреляционная функция (10) является широкополосной по компонентам вектора $\vec{q}$, перпендикулярным к направлению движения, если выполняется сильное неравенство $\Delta<<\lambda\le b$. Используя выражения (14) и (15), несложно убедиться, что в этом случае влиянием радиуса корреляции на величину модальной доплеровской частоты и ширину спектра можно пренебречь. В этой области модальная частота и относительная ширина спектра слабо зависят от радиуса корреляции, а интенсивность доплеровского отклика возрастает пропорционально увеличению объема корреляции $\alpha\Delta^3$. В случае дальнейшего возрастания радиуса корреляции Δ центральная частота спектра стремится к нулю, относительная ширина спектра возрастает, а интенсивности доплеровского отклика экспоненциально убывает.

В общем случае объём корреляции определяется не только физическими размерами рассеивающих неоднородностей, но и корреляцией в их движении. По этой причине полученные результаты могут быть использованы для качественного объяснения некоторых особенностей доплеровских спектров при турбулентном течении жидкости по трубам. Как известно, существующая теория турбулентности не позволяет развить последовательную количественную теорию доплеровского отклика. Проведенный анализ позволяет, однако, интерпретировать некоторые особенности спектров доплеровского отклика турбулезированных потоков жидкости.

Как известно, турбулентное течение не является абсолютно случайным, поскольку пульсационную составляющую скорости можно рассматривать как результат наложения пульсационных движений различных масштабов [19]. В частности, для потоков в трубе крупномасштабные пульсации скорости движения жидкости коррелируют, например, на расстояниях порядка радиуса трубы и описываются корреляционными функциями, приведенными в [19]. Наблюдаемое экспериментально увеличение интенсивности ультразвукового и доплеровского отклика в турбулентных потоках жидкости может быть следствием коррелированности мелкомасштабных (соизмеримых с величиной измерительного объема) пульсаций составляющей скорости движения. В этом случае величина отклика несет информацию о радиусе корреляции и, соответственно, о масштабах пульсаций.

Эти соображения могут быть использованы также для качественного объяснения уширения спектра при наличии турбулентного движения жидкости [20,21]. Из выражений (14) и (15) прямо следует, что при всех доплеровских углах учёт конечного радиуса корреляции приводит к дополнительному уширению доплеровских спектров и смещению модальной частоты спектра в низкочастотную область, которое наблюдается экспериментально [20,21].

Влияние диффузии рассеивателей. Полученные выражения справедливы для случая потоков жидкости с такой скоростью движения, при которой диффузия, изменяющая распределение рассеивающих неоднородностей, не успевает проявиться. Чтобы учесть диффузию рассеивателей ультразвука, равномерно движущихся со скоростью $\vec{V}$, корреляционную функцию в виде, удовлетворяющем уравнению диффузии и учитывающем движение жидкости:

$$C(\vec{r}_1-\vec{r}_0,\tau)=\frac{\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle}{(4\pi D\tau)^{3/2}}\exp\left\{-\frac{(\vec{r}_1-\vec{r}_0-\vec{V}\tau)^2}{4D\tau}\right\}, \tag{17}$$

где D - коэффициент диффузии. По физическому смыслу решение (17) представляет собой вероятность того, что через время τ неоднородность, имевшая координату $\vec{r}_0$, появится в результате случайного диффузионного движения в точке $\vec{r}_1$. Воспользовавшись известным правилом продолжения корреляционных функций в область $\tau<0$ [22], для Фурье-образа корреляционной функции находим выражение

$$C(\vec{q},\omega) = 2\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle \frac{Dq^2}{(\omega - q_x V)^2 + (Dq^2)^2}\,.$$

которое отличается от приведенного в [22] постоянным множителем и заменой $\omega \to \omega - q_x V$. Тогда соответствии с (5) полный спектр мощности доплеровского отклика среды имеет вид:

$$S(\omega) = 2k^4\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle \int \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{Dq^2}{(\omega - q_x V)^2 + (Dq^2)^2} \left|G(\vec{q}+2\vec{k})\right|^2. \tag{18}$$

Аналогично (11) здесь также невозможно выделение вклада в полный спектр мощности доплеровского сигнала каждой отдельной линии тока.

Понятно, что в случае слабой диффузии характеристики доплеровских спектров должны определяться в основном спектром функции чувствительности. Действительно, в предельном случае $D \to 0$ бесконечно малой диффузии имеем

$$\lim_{D\to 0} \frac{1}{\pi} \frac{Dq^2}{(\omega - q_x V)^2 + (Dq^2)^2} = \delta(\omega - q_x V), \tag{19}$$

Тогда после подстановки (19) в (18) и интегрирования с δ-функцией для полного спектра мощности и спектра мощности доплеровского сигнала от линии тока получим выражения (8) и (9). В частности, для спектра функции чувствительности (13) получаем следующее выражение для доплеровского спектра в случае слабой диффузии рассеивателей:

$$S(\omega) = \frac{\pi^2}{8V} b^4 k^4 \nu \left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle \exp\left\{-\frac{b^2}{4}\left(\frac{\omega}{V} + 2k\cos\vartheta\right)^2\right\}. \tag{20}$$

При произвольной величине коэффициента диффузии D для оценок снова можно воспользоваться выражением (13). Полагая $\omega/V = q_x$ и подставляя (13) в (18) находим интегральное выражение для спектра вида

$$S(\omega) = \frac{1}{4}\pi^3 b^6 k^4 \nu \left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle \int \frac{dq_x dq_y dq_z}{(2\pi)^3} \frac{D(q_x^2+q_y^2+q_z^2)}{(\omega - q_x V)^2 + D^2(q_x^2+q_y^2+q_z^2)^2} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{b^2}{4}\left[(q_x + 2k\cos\vartheta)^2 + (q_y - 2k\sin\vartheta)^2 + q_z^2\right]\right\}. \tag{21}$$

Эта формула дает представление об относительных вкладах диффузной и полевой составляющих при формировании доплеровского спектра.

В соответствии с выражением (16), диффузионные процессы будут превалирующими в формировании доплеровских спектров в случае, когда ширина функции $G(\vec{q}+2\vec{k})$ с максимумом при $\vec{q} = -2\vec{k}$ много меньше ширины коррелятора $C(\vec{q},\omega)$. Отсюда получаем условие для скорости движения рассеивателей

$$V << 2bDk^2,$$

при выполнении которого величину оставшегося в (21) интеграла легко оценить с помощью известных методов асимптотической оценки интегралов (см., например, [23]):

$$S(\omega) = \pi^{3/2} b^3 k^4 \nu \left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle \frac{Dk^2}{\left(\omega + 2kV\cos\vartheta\right)^2 + 16D^2k^4}. \tag{22}$$

В предельном случае сильной диффузии (22) ширина спектра возрастает, а экспоненциальная зависимость доплеровских спектров от частоты (20) заменяется на степенную. По физическому смыслу процесс случайного диффузионного движения рассеивателей ультразвука представляет собой простейший пример перемешивания жидкости. С другой стороны, процесс турбулентной хаотизации потока в первом приближении также можно рассматривать как появление своеобразного перемешивания жидкости. Как было описано выше, внутренняя иерархия движений в турбулентных потоках жидкости существенно сложнее простого диффузионного перемешивания, тем не менее качественно она должна приводить, очевидно, к тому же результату – уширению доплеровского спектра аналогично (22).

Спектры доплеровских сигналов при нестационарных детерминированных движениях

Общей чертой рассмотренных в настоящей работе нестационарных движений является их детерминированность. При заданном законе прямолинейного неравномерного движения $\vec{S}(t)$ это обстоятельство позволяет однозначно установить связь между координатами рассеивателя ультразвука в моменты времени t_0 и $t_1 = t_0 + \tau$, что после усреднения по статистическому ансамблю приведет аналогично (6) к появлению δ-функции. В результате после усреднения по начальному моменту времени t_0 приходим к следующему выражению для спектра флуктуаций неоднородностей

$$C(\vec{q},\omega) = \lim_{T\to\infty} \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T^{-1}\left|\int_{-T/2}^{T/2} e^{i\left[\vec{q}\vec{S}(t)-\omega t\right]}dt\right|^2, \tag{23}$$

где T – величина, имеющая размерность времени, период нестационарного движения. Из выражений (23) и (5) следует, что неравномерность движения рассеивающих неоднородностей приводит к дополнительной частотной модуляции доплеровского сигнала и уширению полного доплеровского спектра мощности.

Гармоническое движение среды. Вынужденные гармонические колебания $\vec{S}(t) = \vec{u}\sin\Omega t$ упругой конденсированной среды с заданной амплитудой смещений $\vec{u}$ и частотой Ω представляют собой нестационарное движение в том смысле, что скорость движения неоднородностей плотности и сжимаемости непрерывно изменяется. В то же время такое движение является детерминированным, поэтому неоднородности, находившиеся в момент времени t_0 в точке с координатой $\vec{r}_0$, в момент времени $t_1 = t_0 + \tau$ окажутся в точке $\vec{r}_1 = \vec{r}_0 - \vec{u}\sin\Omega t_0 + \vec{u}\sin\Omega(t_0 + \tau)$.

Для полного усреднения корреляционной функции по движению неоднородностей необходимо учесть различные начальные фазы движения, что соответствует усреднению по начальному моменту времени t_0. В результате с учетом периодичности движения пространственно-временные характеристики флуктуаций описываются корреляционной функцией вида:

$$C(\vec{r}_1-\vec{r}_0,\tau) = \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T^{-1}\int_{-T/2}^{T/2}\delta\left(\vec{r}_1-\vec{r}_0+\vec{u}\sin\Omega t_0-\vec{u}\sin\Omega(t_0+\tau)\right)dt_0, \tag{24}$$

где $T = 2\pi\Omega^{-1}$ - период вынужденных колебаний среды. Выражение для Фурье-образа корреляционной функции (24) имеет вид:

$$C(\vec{q},\omega_n) = \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T^{-1}\left|\int_{-T/2}^{T/2} e^{i(\vec{q}\vec{u}\sin\Omega t - n\Omega t)}dt\right|^2 = \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle\cdot T\cdot J_n^{\,2}(\vec{q}\vec{u}), \tag{25}$$

где $\omega_n = \Omega n$ - дискретные значения частоты ($n = 0,\pm1,\pm2,\ldots$), $J_n(\vec{q}\vec{u})$ - функция Бесселя n-ого порядка. Расстояние между спектральными гармониками равно амплитуде вибраций, а амплитуды гармоник определяются функциями Бесселя первого рода различных порядков. Подстановка выражения (25) в (5) приводит, очевидно, к дискретным доплеровским спектрам. В частности, если ось Ox направить вдоль направления движения, то для доплеровского спектра условных линий тока (линий движения) находим

$$S(\omega_n,y,z) = k^4\nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T\int\frac{dq_x}{2\pi}J_n^{\,2}(q_x u)\left|G\left(q_x+2k\cos\vartheta,y,z\right)\right|^2. \tag{26}$$

Формула (26) обобщает известные результаты [25] и описывает влияние параметров зондирующих ультразвуковых полей на спектры доплеровских сигналов и, соответственно, на оценки параметров движения упругих сред. В общем случае вектор локальных смещений $\vec{u}(y,z)$ среды является функцией координат, что не позволяет произвести в (26) интегрирование по координатам и получить в явном виде выражение для полного спектра мощности доплеровского сигнала. В то же время, если градиенты амплитуды колебаний относительно невелики по сравнению с размерами измерительного объема, то зависимостью от координат можно пренебречь. Тогда результат интегрирования по координатам зависит исключительно от пространственной конфигурации ультразвукового поля.

В частности, если известен полный спектр мощности $S_V(\omega)$ доплеровского сигнала (8), формируемого при равномерном движении со скоростью $\vec{V}$, то искомый полный спектр мощности можно записать в простом виде:

$$S(\omega_n) = T\cdot V\int\frac{dq_x}{2\pi}J_n^{\,2}(q_x u)S_V(q_x V). \tag{27}$$

Этот результата обобщает выражение для спектра, полученное в [24] для отклика одиночного дискретного рассеивателя ультразвука в поле непрерывных плоских волн. При вычислении доплеровского спектра воспользуемся точным аналитическим решением $S_V(\omega)$, справедливым для гауссовских пучков волн [11,13]:

$$S(\omega)=\frac{\pi\left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle\left(\pi a^2k^2\right)^2}{64\sigma_0^2\left|\cos\vartheta\right|}\frac{\nu}{V}\frac{Na^2}{\left(l_F-\gamma l_0\right)^2+l_0^2}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_0^2}\left(\frac{\omega}{\omega_d}+1\right)^2\right\}.$$

Тогда выражение (27) приобретает вид

$$S(\omega_n)=\frac{\nu\left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle\left(\pi a^2k^2\right)^2}{128\sigma_0\left|\cos\vartheta\right|}\frac{Na^2}{\left(l_F-\gamma l_0\right)^2+l_0^2}T\int dq_xJ_n{}^2(q_xu)\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_0{}^2}\left(\frac{q_x}{2k\cos\vartheta}+1\right)^2\right\}, \tag{28}$$

$$\sigma_0{}^2=\frac{a^2}{8l_F{}^2}(1+\gamma^2)\tan^2\vartheta+(\pi N)^{-2},$$

где $\sigma_0{}^2$ – безразмерная дисперсия спектра, $l_F=ka^2/2=\pi a^2/\lambda$ – длина зоны Френеля, a – радиус пучка волн по уровню e^{-1} на излучающей поверхности преобразователя, $\gamma=l_F/R$ – степень фокусирования волн, R – радиус кривизны волновых фронтов вблизи излучающей поверхности преобразователя, который определяет геометрический фокус системы и $N\lambda$ – длина гауссовских зондирующих импульсов по уровню e^{-1}.

В соответствии с теоремой Парсеваля (см. например, [26]), полная мощность доплеровского сигнала равна мощности сигнала ультразвукового отклика P и не зависит от параметров движения. В этом несложно убедиться, если просуммировать выражение (27) по всем частотам и воспользоваться известным соотношением $\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}J_n{}^2(x)=1$ для функций Бесселя:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}S(\omega_n)=T\cdot V\int\frac{dq_x}{2\pi}S_V(q_xV)=T\cdot P. \tag{29}$$

Из (29) следует, что парциальная мощность высокочастотных составляющих доплеровского спектра с частотой $\omega\geq\omega_{n_{\min}}=n_{\min}\Omega$ равна

$$S_{n_{\min}}=T\cdot P-\sum_{n=-n_{\min}+1}^{n_{\min}-1}S(\omega_n)=T\cdot V\int\frac{dq_x}{2\pi}S_V(q_xV)[1-J_0{}^2(q_xu)-2J_1{}^2(q_xu)-...-2J_{n_{\min}-1}{}^2(q_xu)]. \tag{30}$$

При выполнении сильного неравенства $2ku\cos\vartheta<<1$ функции Бесселя можно разложить по малым аргументам. В результате первый неисчезающий член в разложении (30) по амплитуде смещений имеет вид

$$S_{n_{\min}}=\frac{2}{n_{\min}!}\left(\frac{u}{2}\right)^{2n_{\min}}T\cdot V\int\frac{dq_x}{2\pi}q_x{}^{2n_{\min}}S_V(q_xV). \tag{31}$$

Приведенное выражение показывает увеличение мощности высокочастотной части доплеровского спектра с ростом амплитуды смещения u и колебательной скорости $v=\Omega u$.

В соответствии с выражением (27) параметры движения упругой среды будут превалирующими в формировании доплеровских спектров в случае, когда ширина функций Бесселя оказывается много больше ширины доплеровского спектра $S_V(q_xV)$. За условную ширину функций Бесселя можно принять положение первого нуля $\lambda_1^{(0)}$ функции Бесселя $J_0(q_xu)$, тогда с учетом (28) получаем сильное неравенство

$$2ku\sigma_0\cos\vartheta<<\lambda_1^{(0)}. \tag{32}$$

Несложно видеть, что величины $2ku\leq1$ удовлетворяют неравенству (32) в случае узкополосных доплеровских сигналов, для которых выполняется соотношение $\cos^2\vartheta\sigma_0{}^2<<1$. В этом случае в соответствии с равенствами (23) и (28) получаем выражение, которое совпадает с [20] с точностью до постоянного множителя:

$$S(\omega_n)=\frac{\sqrt{2\pi}k\nu\left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle\left(\pi a^2k^2\right)^2}{64}\frac{Na^2}{\left(l_F-\gamma l_0\right)^2+l_0^2}T\cdot J_n^2(2ku\cos\vartheta). \tag{33}$$

Отметим, что экспериментальный метод оценки модулирующего параметра $\beta = 2ku\cos\vartheta$ по ширине спектра был предложен в [8,25]. С учетом (33) выражение (31) может быть записано в виде

$$S_{n_{\min}} = \frac{\nu\left\langle\left(\tilde{\beta}-\tilde{\rho}\right)^2\right\rangle \pi^{5/2} a^4 k^5}{16\sqrt{2}} \frac{Na^2}{\left(l_F - \gamma l_0\right)^2 + l_0^2} T \frac{\left(ku\cos\vartheta\right)^{2n_{\min}}}{n_{\min}!} . \tag{34}$$

Из выражений (33) и (34) непосредственно следует, что при указанных ограничениях характеристики ультразвукового поля не влияют на зависимость высокочастотной мощности доплеровского спектра от величины индуцированных перемещений. При этом зависимость парциальной мощности доплеровского сигнала $S_{n_{\min}}$ от амплитуды локальных смещений описывается степенной функцией с показателем степени $2n_{\min}$. С ростом $n_{\min}$ вклад в парциальную мощность доплеровского сигнала $S_{n_{\min}}$ будут давать упругие среды со все большей амплитудой смещений, и наоборот, медленно движущиеся участки среды проявятся только при малых значениях $n_{\min}$. Этот факт позволяет в принципе дифференцировать фрагменты упругой среды с различной сдвиговой жесткостью и модулем Юнга путем варьирования параметра $n_{\min}$.

В методе энергетической доплерографии отображается мощность высокочастотных составляющих доплеровского спектра, которая описывает наличие движения биологических тканей или крови [27]. Такой режим отображения используется в современных ультразвуковых диагностических сканерах для визуализации потоков крови, поскольку имеет высокую чувствительность при малых скоростях. Как следует из (33) и (34), доплеровский спектр и парциальная мощность высокочастотных составляющих доплеровского сигнала зависят как от амплитуды вибраций, так и от величины флуктуаций плотности и сжимаемости среды. Для компенсации зависимости от величины флуктуаций в работе [27] производилась компенсация вклада величины флуктуаций путем деления на полную мощность доплеровского сигнала для данного измерительного объема.

Равноускоренное движение жидкости. Для оценки влияния ускорения на доплеровские спектры, регистрируемые в рамках обычного спектрально доплеровского метода ультразвуковой диагностики, рассмотрим рассеивающие неоднородности, движение которых удовлетворяет закону $\vec{S}(t) = \vec{V}t + \vec{a}t^2/2$, где $\vec{a}$ и $\vec{V}$ – соответственно ускорение и начальная скорость движения неоднородностей. В соответствии с этим имеем, как и ранее, нестационарное детерминированное движение, что после усреднения по статистическому ансамблю приводит к δ-функциям.

Окончательное выражение для корреляционной функции получается путем усреднения по начальному моменту времени t_0. В результате выражение для корреляционной функции можно записать в виде:

$$C(\vec{r}_1 - \vec{r}_0, \tau) = \lim_{T\to\infty} \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T^{-1} \int\limits_{-T/2}^{T/2} \delta\left(\vec{r}_1 - \vec{r}_0 - \vec{V}\tau - \frac{\vec{a}}{2}\tau(2t_0+\tau)\right) dt_0 . \tag{35}$$

Фурье-образ такой корреляционной функции описывается выражением:

$$C(\vec{q},\omega) = \lim_{T\to\infty} \nu\left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle T^{-1} \left| \int\limits_{-T/2}^{T/2} e^{i\omega t - i\vec{q}\left(\vec{V}t + \vec{a}t^2/2\right)} dt \right|^2 . \tag{36}$$

При $\vec{a} = 0$ и с учетом бесконечно малого нормирующего множителя T^{-1} спектр корреляций (36) переходит в формулу (7).

Если ось Ox направлена вдоль вектора скорости и ускорения, тогда после подстановки коррелятора (36) в выражение (5) и интегрирования по q_y и q_z, мы приходим к следующему выражению для доплеровского спектра мощности:

$$S(\omega) \equiv \nu k^4 \left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle \lim_{T\to\infty} T^{-1} \int \frac{dq_x}{2\pi} \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} e^{-iq_x\left(Vt + at^2/2\right)^2} \right|^2 \iint \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} G'_p(\vec{r}) e^{i(q_x + 2k\cos\vartheta)x} dx \right|^2 dydz .$$

Непосредственно из этого выражения следует, что спектр доплеровского отклика линии тока описывается выражением

$$S(\omega, y, z) = \nu k^4 \left\langle(\tilde{\beta}-\tilde{\rho})^2\right\rangle \lim_{T\to\infty} T^{-1} \int \frac{dq_x}{2\pi} \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} e^{-iq_x\left(Vt + at^2/2\right)^2} \right|^2 \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} G'_p(\vec{r}) e^{i(q_x + 2k\cos\vartheta)x} dx \right|^2 , \tag{37}$$

так что после интегрирования по t выражение (37) принимает вид:

$$S(\omega, y, z) = \lim_{T\to\infty} \nu k^4 \left\langle (\widetilde{\beta} - \widetilde{\rho})^2 \right\rangle T^{-1} \int \frac{dq_x}{2\pi} (q_x a)^{-1} \left| G\left(q_x + 2k\cos\vartheta, y, z\right) \right|^2 . \tag{38}$$

Отметим, что фигурирующий в (37) и (38) интегралы по q_x является, строго говоря, расходящимся, однако в действительности расходимости доплеровского спектра нет благодаря бесконечно малому нормирующему множителю T^{-1}.

Интересной особенностью спектра (38) является его полная независимость от частоты и пространственных характеристик зондирующих ультразвуковых полей. Такой же особенностью обладает, очевидно, и полный спектр мощности доплеровского сигнала. Этот достаточно нетривиальный факт объясняется тем, что при неограниченном времени наблюдения T отрезки времени наблюдения Δt, соответствующих разным скоростям движения рассеивателей ультразвука в измерительном объёме, одинаковы. В результате все скорости движения дают одинаковый по мощности вклад в ультразвуковой отклик и, соответственно, в спектральную плотность мощности доплеровского сигнала. Отсюда следует, что частотная зависимость, связанная с наличием ускорения рассеивающих неоднородностей, появляется только при конечном времени наблюдения потоков жидкости. Именно в этом случае можно оценить влияние ускорений потоков жидкости на характеристики реально измеряемых доплеровских спектров. Понятно, в частности, что ширина доплеровского спектра будет тем больше, чем больше время наблюдения фазы ускоренного движения, однако детальное рассмотрение этой задачи выходит за рамки настоящей работы. Отметим, что примером такого нестационарного процесса является пульсирующее движение крови в артериальных кровеносных сосудах, которое характеризуется большими ускорениями крови при ее выбросе в аорту во время систолической фазы сердечного цикла.

ВЫВОДЫ

В настоящей работе построена теория и получены аналитические выражения для спектров мощности ультразвукового доплеровского отклика жидких и упругих слабонеоднородных изотропных конденсированных сред с учетом влияния диффузии рассеивателей и корреляции их движения. Показано, что как при наличии корреляции движения рассеивателей, так и при учёте диффузионных процессов в среде, невозможно выделить спектральный вклад каждой отдельной линии тока, как это имеет место при бесконечно малом радиусе корреляции рассеивателей среды и их слабой диффузии. При всех доплеровских углах учёт конечного радиуса корреляции приводит к дополнительному уширению доплеровских спектров и смещению модальной частоты спектра в низкочастотную область. Учет диффузионных процессов также приводит к уширению спектра и замене экспоненциальной зависимости доплеровских спектров от частоты на степенную. Найденные закономерности могут быть использованы для качественной оценки турбулизации потоков, наблюдаемых, в частности, при турбулентном движении потоков крови. Найдены корреляционные функции и доплеровские спектры при некоторых нестационарных движениях жидких и упругих конденсированных сред. Показано, что неравномерность движения рассеивающих неоднородностей приводит к дополнительной частотной модуляции доплеровского сигнала и уширению полного доплеровского спектра мощности. Получено аналитическое выражение для степенной зависимости мощности высокочастотных составляющих спектра доплеровского отклика гармонически колеблющейся упругой среды от амплитуды локальных смещений. Результаты исследования доплеровских спектров отклика гармонически колеблющейся упругой среды могут быть использованы для количественной оценки упругих свойств биологических мягких тканей методом вибрационной соноэластографии. Установлены некоторые особенности формирования спектров при равноускоренном движении рассеивателей. В частности, показано, что частотная зависимость, связанная с наличием ускорения рассеивающих неоднородностей, появляется только при конечном времени наблюдения потоков жидкости, а ширина доплеровского спектра будет тем больше, чем больше время наблюдения фазы ускоренного движения. Построенная теория формирования спектральных характеристик доплеровского отклика конденсированных сред позволяет повысить точность доплеровских измерений и оптимизировать параметры диагностических полей в выбранном диагостическом режиме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ermolov I.N., Lange Ju.V. Ul'trazvukovoj kontrol', T.3 / Nerazrushajuschij kotrol': spravochnik. Pod red. V.V. Kljueva. – M.: Mashinostroenie, 2004 – 864 s.
2. Krautkremer I., Krautkremer G. Ul'trazvukovoj kontrol' materialov. Spravochnik. – M.: Metallurgiya, 1991. – 750s.
3. Fish P. Doplerovskie metody / Primenenie ul'trazvuka v medicine: Fizicheskie osnovy. Pod red. K.Hilla. – M.: Mir, 1989. – S.395-432.
4. Bamber Dzh., Tristam M. Ul'trazvukovaja diagnostika / Fizika vizualizacii izobrazhenij v medicine, t.2. Pod red. S. Uebba. – M.: Mir, 1991. – S. 5-104.
5. C.R. Hill, J.C. Bamber Methology for Clinical Investigation, in: C.R. Hill, J.C. Bamber, G.R. ter Haar (Eds.), Physical principles of medical ultrasonic, 2nd ed., John Wiley, 2004. - P.255-302.
6. P.N.T. Wells Doppler studies of the vascular system (review) // Eur. J. Ultrasound. –1998. – Vol. 7. – P. 3-8.
7. P.R. Hoskins, W.N. McDicken Colour ultrasound imaging of blood flow and tissue motion // Br. J. radiol. – 1997. – Vol. 70

(837). – P. 878-890.
8. L. Gao, K.J. Parker, R.M. Lerner, S.F. Levinson Imaging of the elastic properties of tissue – a review // Ultrasound Med. Biol. – 1996. – Vol. 22 (8). – P. 959-977.
9. Barannik E.A. Vliyanie fokusirovaniya ul'trazvukovyh voln na dispersiyu doplerovskogo spektra // Akust. zhurn. – 1994. – T.40, №2. – S.212-214.
10. E.A. Barannik Optimum resolution of pulsed Doppler systems // Acoust. Phys. – 1997. – Vol. 43. – P. 387-390.
11. E.A. Barannik Pulsed Doppler flow-line spectrum for focused transducers with apodized apertures // Ultrasonics. – 2001. – Vol. 39 (2). – P. 311-317.
12. C.A.C. Bastos, P.J. Fish, R. Steel, F. Vaz Doppler power spectrum from a Gaussian sample volume // Ultrasonics. – 2000. – Vol. 37 (9). – P. 623-632.
13. R.S. Tompson, G.K. Aldis Flow spectra from power density calculations for pulsed Doppler // Ultrasonics. – 2002. – Vol. 40 (1 - 8). – P. 835-841.
14. D. Censor, L. Newhouse, T. Vontz, H.V. Ortega Theory of ultrasound Doppler spectra velocimetry for arbitrary beam and flow configurations // IEEE Trans. Biomed. Eng. – 1988. – Vol. 35. – P. 740-751.
15. G. Guidi, V.L. Newhouse, P. Tortoli Doppler spectrum shape analysis based on the summation of flow-line spectra // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. – 1995. – Vol. 42. – P. 907-915.
16. V.L. Newhouse, J. Reid Invariance of the Doppler bandwidth with flow displacement in the illuminating field // J. Acoust. Soc. Amer. – 1991. – Vol. 90 (5). – P. 2595-2601.
17. L.D. Landau, E.M. Lifshic Elektrodinamika sploshnyh sred. – M.: Nauka, 1982. – 621s.
18. Dikinson R. Otrazhenie i rassejanie zvuka / Primenenie ul'trazvuka v medicine: Fizicheskie osnovy. Pod red. K.Hilla. – M.: Mir, 1989. – S.260-306.
19. L.D. Landau, E.M. Lifshic Gidrodinamika. – M.: Nauka, 1986. – 736s.
20. G. Cloutier, K.K. Shung Cyclic variation of the power of ultrasonic Doppler signals backscattered by polystyrene microspheres and porcine erythrocyte suspension // IEEE Trans. Biomed. Eng. – 1993. – Vol. 40 (9). – P. 953-962.
21. K.K. Shung, G. Cloutier, C.C. Lim The effect of hematocrit, shear rate, and turbulence on ultrasonac Doppler spectrum from blood // IEEE Trans. Biomed. Eng. – 1992. – Vol. 39. – P. 462-469.
22. E.M. Lifshic, L.P. Pitaevskij Statisticheskaya fizika, chast' 2. Teoriya kondensirovannogo sostojaniya. – M.: Nauka, 1978. – 448s.
23. A. Erdelyi Asymptotic Expansions. – New York: Dover Publications, 1956. – P.39.
24. S.R. Huang, R.M. Lerner, K.J. Parker On estimating the amplitude of harmonic vibration from the Doppler spectrum of reflected signals // J. Acoust. Soc. Am. – 1990. – Vol. 88 (6). – P. 2702-2712.
25. S.R. Huang, R.M. Lerner, K.J. Parker Time domain Doppler estimators of the amplitude of vibrating targets // J. Acoust. Soc. Am. – 1992. – Vol. 91 (2). – P. 965-974.
26. D. Brandwood Fourier Transforms in Radar and Signal Processing, Artech House, Boston, London, 2003. - P.26.
27. S.J. McKenna, S. Dickson, I.W. Ricketts, A. Iqbal, T. Frank, A. Cuschieri Sonoelastography using compensated power Doppler // Visualisation, Imaging and Image Processing IASTED. – 2002, Malaga, Spain, September 9-12. - P.381-387.