

УДК 533.9

ПРОХОДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ КРІЗЬ ДВОШАРОВУ ПЛАЗМОВУ СТРУКТУРУ ЗА НЕОДНОРІДНОСТІ ОДНОГО З ШАРІВ ПЛАЗМИ**І.Б. Денисенко^{*}, С.В. Івко^{*}, М.О. Азаренков^{*}, А.І. Смоляков^{**}**^{*} Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна

61022, Харків, Україна

^{**} Університет Саскатчевана

SK S7N 5E2, Саскатун, Канада

E-mail: idenysenko@yahoo.com

Received 2 October 2011, accepted 20 October 2011

Вивчається проходження p -поляризованої електромагнітної хвилі крізь двошарову плазмову структуру у випадку, коли один з шарів плазми є неоднорідним. Розглядається система з двох шарів, коефіцієнти діелектричної проникності яких мають різні знаки. Досліджується вплив неоднорідності плазми на коефіцієнт відбиття хвилі від шаруватої структури. Встановлено умови, за яких коефіцієнт відбиття хвилі від двошарової структури обертається на нуль. Показано, як неоднорідність впливає на прозорість структури. Встановлено, що неоднорідність плазми в шарі з додатною діелектричною проникністю дозволяє зменшити товщину цього шару, яка необхідна для повної прозорості структури, у порівнянні з випадком однорідної плазми.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: електромагнітні хвилі, діелектрична проникність, повна прозорість, шаруваті структури, неоднорідна плазма.

TRANSMISSION OF THE ELECTROMAGNETIC WAVE THROUGH THE TWO-LAYER PLASMA STRUCTURE WHEN ONE OF THE PLASMA LAYERS IS NOT UNIFORM**I.B. Denysenko^{*}, S.V. Ivko^{*}, N.A. Azarenkov^{*}, A.I. Smolyakov^{**}**^{*} V.N. Karazin Kharkiv National University

61022 Kharkiv, Ukraine

^{**} University of Saskatchewan

SK S7N 5E2, Saskatoon, Canada

Transmission of the p -polarized electromagnetic wave through the two-layer plasma structure is studied in a case when one of the plasma layers is not uniform. The system composed of two layers with dielectric permittivities of the opposite sign is considered. The influence of the non-uniformity on the reflection coefficient of the layered structure is studied. The conditions, when the reflection coefficient equals zero, are found. It is shown that non-uniformity affects the transparency of the structure. It is determined that non-uniformity of plasma in the layer with positive dielectric permittivity allows to decrease the thickness of the layer, which is required for full transparency, in comparison with the case of uniform plasma.

KEY WORDS: electromagnetic waves, dielectric permittivity, full transparency, layered structures, non-uniform plasma.

ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ ДВУХСЛОЙНУЮ ПЛАЗМЕННУЮ СТРУКТУРУ ПРИ НЕОДНОРОДНОСТИ ОДНОГО ИЗ СЛОЕВ**І.Б. Денисенко^{*}, С.В. Івко^{*}, Н.А. Азаренков^{*}, А.І. Смоляков^{**}**^{*} Харьковский национальный университет ім. В.Н. Каразіна

61022, Харьков, Украина

^{**} Університет Саскатчевана

SK S7N 5E2, Саскатун, Канада

Изучается прохождение p -поляризованной электромагнитной волны через двухслойную плазменную структуру в случае, когда один из слоев неоднороден. Рассматривается система из двух слоев, коэффициенты диэлектрической проницаемости которых имеют противоположные знаки. Исследуется влияние неоднородности плазмы на коэффициент отражения волны от слоистой структуры. Найдены условия, при которых коэффициент отражения от двухслойной структуры обращается в ноль. Показано, что неоднородность влияет на прозрачность структуры. Установлено, что неоднородность плазмы в слое с положительной диэлектрической проницаемостью позволяет уменьшить толщину этого слоя, которая необходима для полной прозрачности структуры, в сравнении со случаем однородной плазмы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: электромагнитные волны, диэлектрическая проницаемость, полная прозрачность, слоистые структуры, неоднородная плазма.

Проходження електромагнітних хвиль крізь плазму є одним з питань, що найбільш вивчається. Ця задача виникає в багатьох областях фізики плазми: від досліджень іоносфери до керованого термоядерного синтезу. Останнім часом увагу дослідників привернули матеріали з від'ємним показником заломлення, а також середовища з від'ємною діелектричною проникністю, до яких, зокрема, належить надгуста плазма ($\omega < \omega_p$, де ω та ω_p - частота хвилі та електронна плазмова частота відповідно). Незвичайні оптичні властивості таких середовищ лежать в основі ідеї "ідеальних лінз" – оптичних систем з роздільною здатністю меншою за довжину хвилі.

Відомо, що на межі плазми з вакуумом чи стінкою утворюється перехідний шар розрідженої плазми, таким чином, на практиці ми маємо справу не з однорідним шаром плазми, а зі структурою, яку можна уявити як набір шарів плазми різної густини. Також різноманітні спеціально створені шаруваті структури часто застосовуються в науці та техніці. Було з'ясовано, що інтерференція хвиль у шаруватих структурах, до складу яких входить шар надгустої плазми, може призвести до того, що зазвичай непрозорий шар плазми стає цілковито прозорим [1]. Коефіцієнт прозорості сильно залежить від параметрів системи: товщини шарів, густини плазми, частоти та кута падіння хвилі, наявності зовнішнього магнітного поля [2].

До цього часу ми обмежувалися вивченням плазмових систем, що складаються з однорідних шарів плазми, але зазвичай шари плазми неоднорідні, що також впливає на проходження електромагнітних хвиль. Рівняння, що описують поширення електромагнітних хвиль у неоднорідній плазмі, в загальному випадку не мають аналітичних розв'язків. Аналітичні розв'язки можна знайти лише для певних спеціальних профілів неоднорідності, або якщо в задачі присутній малий параметр. В загальному випадку хвильове рівняння доводиться розв'язувати числовими методами. Вплив неоднорідності на коефіцієнти проходження, відбиття та поглинання електромагнітної хвилі в шарі плазми вивчався в багатьох роботах [3-5]. Однак до цього часу не було розглянуто систему, що складається з декількох шарів, один з яких є неоднорідним.

В даній роботі розглядається структура, що складається з двох плазмових шарів, один з яких є неоднорідним. Досліджуються випадки, коли густина плазми залежить лінійно від координати, або має розподіл, що описується функцією косинуса. Перший профіль густини є типовим для розрядів, що підтримуються поверхневими хвилями, а другий - для лабораторної плазми, що є в амбіполярному режимі [6]. Використовуючи числові методи, досліджується коефіцієнт прозорості такої структури.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ОСНОВНІ РІВНЯННЯ

Розглянемо плазмову структуру, що складається з двох шарів товщиною a_1 та a_2 . Структура знаходиться у вакуумі (рис.1). Густина плазми у першому шарі P1 змінюється таким чином, що діелектрична проникність плазми у будь-якій точці цього шару є додатною ($0 < \varepsilon_1 < 1$). Діелектрична проникність у другому шарі P2 є від'ємною ($\varepsilon_2 < 0$, тобто $\omega < \omega_{p2}$). Вважається, що шари плазми є однорідними в y та z напрямках, але неоднорідними в x напрямку.

На структуру падає p -поляризована електромагнітна хвиля, що має компоненти E_x , E_z та H_y . Вектор електричного поля цієї хвилі лежить у площині падіння xz , а магнітне поле хвилі є паралельним до площин розподілу середовищ. В загальному випадку у вакуумній області V1 електромагнітне поле є суперпозицією полів падаючої та відбитої хвилі. Вираз для компоненти магнітного поля в цій області має вигляд:

$$H_y^{V1} = |H_0| [\exp(ik_1x) + \Gamma_v \exp(-ik_1x)] \exp(ik_3z - i\omega t),$$

де $|H_0|$ – це амплітуда падаючої хвилі, Γ_v – коефіцієнт відбиття, k_1 та k_3 – x - та z -складові хвильового вектора \vec{k} відповідно ($k = \sqrt{k_1^2 + k_3^2}$). У вакуумній області V2 при цьому наявне лише поле хвилі, яка пройшла крізь структуру і

$$H_y^{V2} = |H_0| T \exp(ik_1x + ik_3z - i\omega t),$$

де T – це коефіцієнт пропускання.

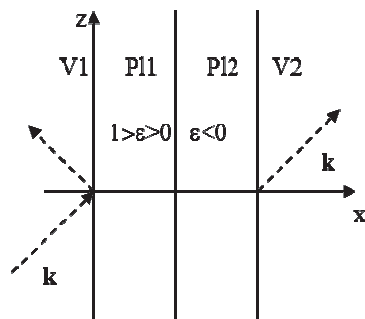


Рис. 1. Схема проходження електромагнітної хвилі крізь двошарову структуру.

Для p -поляризованої хвилі, що розповсюджується у неоднорідному плазмовому середовищі з діелектричною проникністю $\varepsilon(x)$, з рівнянь Максвелла у лінійному наближенні витікають наступні рівняння для магнітного та електричного полів [7]:

$$\varepsilon(x) \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{dH_y}{dx} \right] - \kappa^2 H_y = 0, \quad (1)$$

$$E_z = \frac{i}{k\mathcal{E}(x)} \frac{dH_y}{dx}, \quad (2)$$

$$E_x = \frac{k_3}{k\mathcal{E}(x)} H_y,$$

де $\kappa^2 = k_3^2 - k^2 \mathcal{E}(x)$, $k = \omega/c$, $\mathcal{E}(x) = 1 - \omega_p^2(x)/\omega^2$.

У загальному випадку рівняння (1) можна розв'язати тільки за допомогою числових методів. Для цього, скориставшись рівнянням (2), перейдемо до нової змінної

$$u(x) = -ikZ(x) = \frac{1}{\mathcal{E}H_y} \frac{dH_y}{dx}, \quad (3)$$

де $Z(x) = E_z(x)/H_y(x)$ - імпеданс хвилі. За допомогою змінної $u(x)$ рівняння (1) зводиться до наступного рівняння [7]:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{\mathcal{E}(x)} \left[\kappa^2(x) - \mathcal{E}^2(x) u^2(x) \right], \quad (4)$$

де $u = u_1 + iu_2$ - комплексна величина, а $u_1(x)$ та $u_2(x)$ - дійсні функції. Відокремивши дійсну та уявну частину в рівнянні (4), отримаємо еквівалентну систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dx} = \frac{1}{\mathcal{E}(x)} \left[\kappa^2(x) - \mathcal{E}^2(x) (u_1^2(x) - u_2^2(x)) \right], \\ \frac{du_2}{dx} = -2\mathcal{E}(x) u_1(x) u_2(x). \end{cases} \quad (5)$$

Цю систему диференціальних рівнянь необхідно доповнити граничними умовами. Оскільки тангенціальні компоненти електромагнітного поля неперервні на межах, з визначення (3) витікає, що функція $u(x)$ також неперервна. Початковою точкою числового інтегрування системи рівнянь (5) бралася точка $x = a_1 + a_2$, що відповідає межі плазмового шару P12 з вакуумом і в якій значення функції $u(a_1 + a_2)$ відоме. В силу неперервності $u(x)$ на межі другого шару плазми з вакуумом

$$u(a_1 + a_2) = u_{V2}(a_1 + a_2) = ik_1,$$

тобто $u_1(a_1 + a_2) = 0$, $u_2(a_1 + a_2) = k_1$.

Отримавши розв'язок системи (5) чисельно в плазмі для точки $x = 0$ (на межі шару P11 з вакуумом) та прирівнявши його до значення функції u_{V1} у вакуумній області V1 при $x = 0$, отримаємо рівняння

$$u(0) = u_{V1}(0) = ik_1 \frac{1 - \Gamma_v}{1 + \Gamma_v}.$$

Якщо ж межу першого плазмового шару P11 з вакуумом розташовано в точці $x \neq 0$, то з роботи [2] витікає співвідношення:

$$u_{V1}(x) = ik_1 \frac{[\exp(ik_1 x) - \Gamma_v \exp(-ik_1 x)]}{[\exp(ik_1 x) + \Gamma_v \exp(-ik_1 x)]}. \quad (6)$$

Вважаючи, що $\Gamma_v = \Gamma_1 + i\Gamma_2$, де Γ_1, Γ_2 - дійсні функції, а $u = u_1 + iu_2$, з рівняння (6) отримаємо, що

$$|\Gamma_v| = \sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2} = \frac{\sqrt{(u_1^2 + u_2^2 - k_1^2)^2 + (2u_1 k_1)^2}}{u_1^2 + (u_2 + k_1)^2}, \quad (7)$$

де u_1 , u_2 - це значення відповідно дійсної та уявної частини функції $u(x)$ на межі першого шару плазми з вакуумом V1-P11. Оскільки ми не розглядаємо механізмів загасання хвилі чи конвертації мод, то коефіцієнт прозорості T пов'язаний з коефіцієнтом відбиття співвідношенням

$$|T| = \sqrt{1 - |\Gamma_v|^2}.$$

РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ РОЗРАХУНКІВ

Знаходячи числові розв'язки системи рівнянь (5) для різних значень хвильового вектора k_3 , було досліджено вплив неоднорідності плазми на модуль коефіцієнта відбиття $|\Gamma_v|$ та отримано умови, за яких відбиття відсутнє.

Зазначимо, що коли обидва шари плазми однорідні, то можна знайти аналітичні розв'язки рівнянь (1,2), з яких витікає, що повна прозорість ($|\Gamma_v| = 0$) має місце, якщо виконуються наступні умови [8,9]:

$$k_{30} = k\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}, \quad (8)$$

$$\varepsilon_1 a_1 + \varepsilon_2 a_2 = 0, \quad (9)$$

де k_{30} -це значення z- компоненти хвильового вектора, що відповідає повній прозорості структури у випадку однорідних шарів.

Рівняння (8) описує дисперсійну залежність для поверхневих хвиль, що розповсюджуються на межі двох плазмових середовищ з діелектричними проникностями ε_1 та ε_2 . Тобто повна прозорість двошарової структури можлива за збудження поверхневих хвиль на межі плазмових середовищ з різною діелектричною проникністю. Рівняння (9) встановлює зв'язок між товщиною першого та другого шарів плазми.

На рис.2 та рис.3 показано залежність функцій $u_1(x)$ та $k_1 - u_2(x)$ від координати x у випадку однорідних шарів для наступних параметрів: частота хвилі $\omega = 2\pi \times 900$ МГц, плазмова частота у другому шарі $\omega_{p2} = \omega/0,6$ с⁻¹, плазмова частота у першому шарі $\omega_{p1} = 0,5\omega_{p2}$ с⁻¹, хвильовий вектор вздовж осі z $k_3 = 0,115$ см⁻¹, товщина першого шару $a_1 = 5,76$ см, товщина другого шару $a_2 = 1$ см. За даних умов $\varepsilon_1 = 0,307$; $\varepsilon_2 = -1,77$.

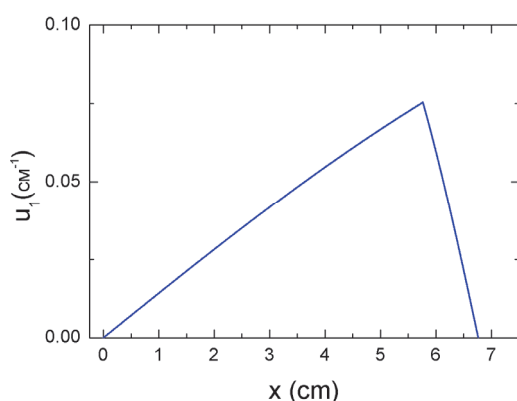


Рис.2. Залежність дійсної частини функції $u(x)$ від координати x у випадку однорідних шарів. Тут $x = 0$ відповідає межі вакууму з першим плазмовим шаром.

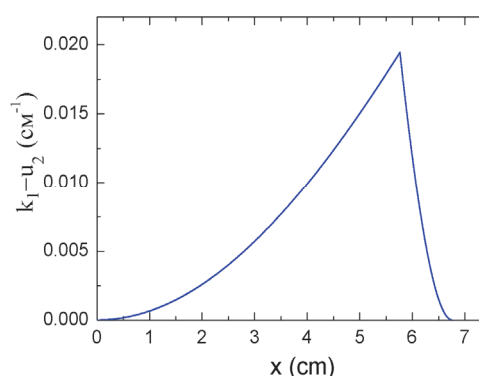


Рис.3. Залежність функції $k_1 - u_2(x)$ від координати за тих же умов, що і залежність на рис. 2.

З рис.2 та рис.3 видно, що на межах плазми з вакуумом функції $u_1(x)$ та $k_1 - u_2(x)$ дорівнюють нулю, а на межі розділу двох плазмових середовищ мають максимуми.

Якщо один з шарів плазми є неоднорідним, то умови для повного проходження електромагнітної хвилі крізь двошарову плазмову структуру будуть відрізнятись від умов (8,9). Розглянемо випадок, коли діелектрична проникність першого шару лінійно зменшується від межі розділу двох плазмових середовищ, а другий шар плазми однорідний. На рис.4 показано відповідну залежність діелектричної проникності плазми від координати (суцільна лінія) у порівнянні з випадком, коли перший шар плазми однорідний (пунктирна лінія). З рис. 5 видно, що коефіцієнт відбиття електромагнітної хвилі, який розраховано для $k_3 = 0,115$ см⁻¹ (що відповідає повній прозорості у випадку однорідних шарів), не дорівнює нулю за жодних значень $x = a_1$, коли перший шар плазми є неоднорідним (пунктирна лінія). Однак, поклавши $k_3 = 0,139$ см⁻¹ (крапки на рис. 5), знаходимо, що коефіцієнт відбиття обертається на нуль, коли $x = 2,38$ см. Тобто, щоб отримати повну прозорість двошарової плазмової структури у даному випадку, товщина першого шару повинна бути зменшеною до $a_1 = 5,76$ см -2,38 см =2,38 см.

Розглянемо випадок, коли перший шар однорідний, а другий має залежність густини від координати пропорційну до $\cos(x)$, що відповідає профілю діелектричної проникності, який зображено на рис. 6. При

цьому середня діелектрична проникність другого шару є рівною $-1,77$ (такою ж самою, як і у випадку однорідної плазми). Залежність коефіцієнта відбиття від координати для цього випадку показано на рис.7. Пунктирна лінія відповідає профілю коефіцієнта відбиття для випадку однорідних шарів (яку отримано для $k_3=0,115 \text{ см}^{-1}$), суцільна лінія відповідає випадку, коли другий шар плазми неоднорідний.

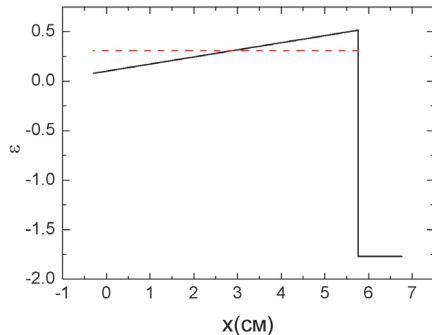


Рис.4. Профіль діелектричної проникності плазми. Пунктир—шари плазми однорідні. Суцільна лінія—перший шар плазми неоднорідний.

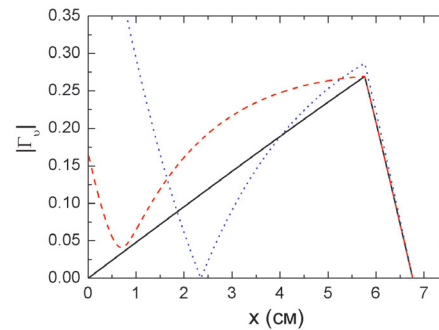


Рис.5. Залежність коефіцієнта відбиття від координати. Суцільна лінія—випадок повної прозорості, однорідні шари, $k_3=0,115 \text{ см}^{-1}$. Пунктирна лінія—перший шар плазми неоднорідний, $k_3=0,115 \text{ см}^{-1}$. Крапки—перший шар неоднорідний, $k_3=0,139 \text{ см}^{-1}$.

З графіку видно, що профіль коефіцієнта відбиття у випадку неоднорідного другого шару плазми слабо відрізняється від цього профілю, який отримано в однорідному випадку. При цьому резонансне значення хвильового вектора, що відповідає повній прозорості структури, відрізняється також ненабагато від резонансного хвильового вектора, що отримано для випадку двох однорідних шарів плазми, і становить $k_3=0,119 \text{ см}^{-1}$. Товщина шарів плазми у двох випадках приблизно однакова. На нашу думку, різниця у цих двох випадках є незначною тому, що за умов, які тут розглядаються, характерна глибина проникнення поля у плазму $2\pi c/\omega_{p2}$ є значно більшою за товщину другого шару плазми.

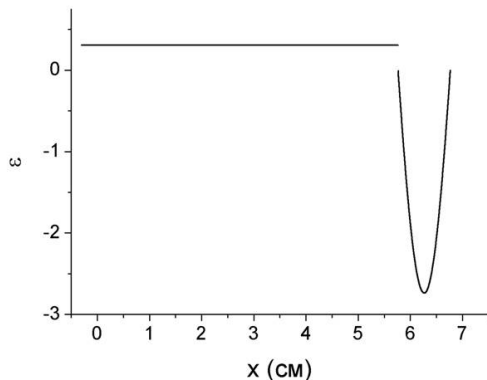


Рис.6. Профіль діелектричної проникності плазми. Другий шар плазми неоднорідний.

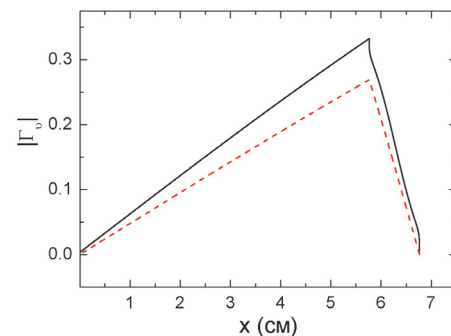


Рис.7. Залежність коефіцієнта відбиття від координати. Пунктир—випадок однорідних шарів для $k_3=0,115 \text{ см}^{-1}$. Суцільна лінія—другий шар плазми неоднорідний і $k_3=0,119 \text{ см}^{-1}$.

ВИСНОВКИ

У даній роботі досліджено прозорість шаруватої плазмової структури, що складається з двох шарів, у випадку, коли один з шарів плазми є неоднорідним. Числовими методами знайдено просторову залежність функцій, що описують імпеданс p - поляризованої хвилі у цьому плазмовому середовищі. Досліджено вплив неоднорідності плазми на коефіцієнт відбиття та умови повної прозорості. Проаналізовано випадок, коли неоднорідним є один з шарів плазми, з додатною або від'ємною діелектричною проникністю. Досліджено два різних профілі густини плазми: лінійний та пропорційний до $\cos(x)$. Знайдено, що у випадку, коли діелектрична проникність першого шару зменшується лінійно від межі розділу плазмових середовищ, то повна прозорість структури (коефіцієнт відбиття дорівнює нулю) має місце за меншої ширини першого шару, ніж у

випадку, коли обидва шари плазми є однорідними. Результати, які було отримано в даній роботі, можуть бути цікавими для науковців, що вивчають лабораторну плазму та плазму іоносфери Землі.

Робота виконувалась за рахунок бюджетних коштів, наданих як грант Президента України, та частково підтримана партнерським грантом НАТО (NATO Collaborative Linkage Grant No. CBP.NUKR.CLG.983378).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Smolyakov A.I., Fourkal E.A., Krashennnikov S.I., and Sternberg N. Resonant modes and tunneling in multi-layer structures // Prog. Electromagn. Res. – 2010. – Vol.107. – P.293.
2. Ivko S., Smolyakov A., Denysenko I., and Azarenkov N. Resonant transparency of a two-layer plasma structure in a magnetic field // Phys. Rev. E. – 2011. – Vol.84. – P.016407.
3. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. / М.: Наука, 1967. – 684 с.
4. Keidar M., Kim M., and Boyd I.D. Electrostatic manipulation of a hypersonic plasma layer: images of the two-dimensional sheath // J. Spacecr. Rockets. – 2008. – Vol.45. – P.445.
5. Erokhin N.S., Zakharov V.E. On transillumination of wave barriers for electromagnetic radiation in an inhomogeneous plasma // Doklady Physics. – 2007. – Vol.52. – №9. – P.485–487.
6. Lieberman M. A., Lichtenberg A. J. Principles of plasma discharges and materials processing / New York: John Wiley & Sons, 1994. – 565p.
7. Kondratenko A.N. Poverhnostnye i ob'emnye volny v ogranichennoj plazme / М.: Jenergoatomizdat, 1985. – 208 s.
8. Ramazashvili R.R. Total transmission of electromagnetic waves through slabs of plasmas and plasma-like media upon the excitation of surface waves // JETP Lett.–1986.–Vol.43. – P.298.
9. Fourkal E., Velchev I., Ma C.M., and Smolyakov A. Evanescent wave interference and the total transparency of a warm high-density plasma slab // Phys. Plasmas. – 2006. – Vol.13. – P.092113.