

УДК 539.17, PACS: 25.40. Lw, 23.20.-g

## ПАРАМЕТРЫ ДЕФОРМАЦИИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ В МОДЕЛИ НИЛЬССОНА

**Н.А. Шляхов**

*Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт"*

*ул. Академическая 1, г. Харьков, 61108, Украина*

*e-mail: svalery1@i.ua*

Received 1 December 2011, accepted 11 February 2012

В статье рассматриваются основные модели ядра, используемые для описания спектроскопических характеристик деформированных ядер. Прослеживаются трудности связанные с однозначностью выбора параметра деформации ядра во вращательных полосах. Расчеты приведенных вероятностей в рамках модифицированной модели Нильссона показывают, что использование разной деформации для возбужденных состояний улучшает согласие с экспериментом. Рассмотрение ведется для ядер sd-оболочки.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** модели деформированных ядер, модифицированная модель Нильссона, деформация в возбужденных состояниях, ядра sd-оболочки.

### DEFORMATION PARAMETERS EXCITED STATES OF THE NILSSON MODEL

**N.A. Shlyahov**

*National Science Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"*

*Akademicheskaya St. 1, 61108 Kharkiv, Ukraine*

The review of the major models used for the description of the spectroscopic characteristics of the deformed nuclei is given. The difficulties conditioned by the uniqueness of the choice of nuclear deformation parameters in rotational bands are traced. The calculations of the reduced probabilities of electromagnetic transitions in the sd-shell odd nuclei performed within of the modified Nilsson model show that the use of different values of deformation parameters for different excited states gives better fits to the experimental data.

**KEY WORDS:** models of the deformed nuclei, the modified Nilsson model, deformation parameters for different excited states, sd-shell nuclei.

### ПАРАМЕТРИ ДЕФОРМАЦІЇ ЗБУДЖЕНИХ СТАНІВ У МОДЕЛІ НІЛЬССОНА

**М.А. Шляхов**

*Національний науковий центр "Харківський фізико-технічний інститут"*

*вул. Академічна 1, м. Харків, 61108, Україна*

В статті розглядаються головні моделі ядра, які використовуються для опису спектроскопічних характеристик деформованих ядер. Просліджуються труднощі пов'язані з однозначністю вибору параметра деформації ядра у обертованих смугах. Обчислення зведених ймовірностей у межах модифікованої моделі Нільсона показують, що використання різних параметрів деформації для збуджених станів поліпшує узгодженість з експериментом. Розглядалися ядра з sd-оболочки.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** моделі деформованих ядер, модифікована модель Нільсона, деформація у збуджених станах, ядра sd-оболочки.

Схемы распада при низких энергиях возбуждения некоторых ядер с нечетной массой в sd-оболочке интерпретируются путем применения вращательной коллективной модели [1]. Уровни группируются во вращательные полосы, каждая из которых основывается на внутренних одночастичных состояниях рассчитанных для деформированного ядерного потенциала. Анализ начинается с определения формы ядра, предполагая цилиндрическую симметрию, из измеренных квадрупольных моментов, магнитных моментов, или параметров развязывания. Когда известны величина и знак деформации, возникает возможность сделать детальное сравнение экспериментальных и теоретических величин, используя собственные значения и собственные функции, соответствующие одночастичной оболочечной модели. Такими величинами являются энергии возбуждения уровней, вероятности переходов для гамма и бета излучений, приведенные нуклонные ширины, характеризующие такие ядерные реакции как срыв и ядерный захват, магнитный и квадрупольный моменты ядерных уровней и их спины и четности.

Хотя наиболее поразительные успехи коллективной модели найдены для массовых чисел  $150 < A < 190$  и  $A > 222$ , замечательные корреляции между экспериментальными данными на легких ядрах определены путем применения коллективной модели [1] к нечетным ядрам sd-оболочки. Ситуация в легких деформированных ядрах несколько более сложная в использовании обобщенной модели, чем в более тяжелых ядрах, поскольку, должны рассматриваться перекрытие вращательных полос и дырочные состояния в низкоэнергетической части спектра. В общем, модель с симметричным сфероидальным кором применима в этой оболочке за счет смешивания двух или более вращательных полос с  $\Delta K = \pm 1$ , используя R.P.C. (rotation-particle coupling) член, оператор для которого имеет вид  $O_{R.P.C.} = \alpha(I_{j1} + I_{j2})$  [2]. Обычно предполагается, что деформация не изменяется в зависимости от энергии возбуждения. Вместе с тем, экспериментально установлено

существование деформации легких ядер как в основном так и в возбужденных состояниях. На основе метода разработанного в НИЦ ХФТИ проведен учет деформации в возбужденных состояниях, что позволяет улучшить описание приведенных вероятностей электромагнитных переходов [3]. Нами рассматривались ядра с  $\zeta = 11$  нуклонами определенного вида  $^{21}\text{Ne}$ ,  $^{21}\text{Na}$ ,  $^{23}\text{Na}$ ,  $^{23}\text{Mg}$ , а так же  $^{25}\text{Mg}$   $^{25,27}\text{Al}$  с четко выраженной вращательной структурой уровней. Было подтверждено влияние деформации на величину вероятности электромагнитных переходов в основное состояние как с одночастичных, так и коллективных начальных состояний. Для систематического исследования большого числа различных переходов необходима компьютерная программа для расчета матричных элементов электромагнитных переходов на основе развитого метода модифицированной модели с использованием Нильссоновских волновых функций.

Цель работы -рассмотрение основных моделей ядер используемых для исследования возбужденных состояний деформированных ядер sd-оболочки.

### МОДЕЛЬ НИЛЬССОНА

Взаимодействие нуклонов с ядерным полем описывается в Нильссоновской модели с помощью Гамильтониана [4] вида

$$H = H_0 + C\vec{l} \cdot \vec{s} + D\vec{l}^2, \quad (1)$$

где  $H_0$  осцилляторный потенциал к которому добавляется спин-орбитальный потенциал  $C\vec{l} \cdot \vec{s}$  и член  $D\vec{l}^2$  поправка к осцилляторному потенциалу для состояний с более высоким угловым моментом. Сила этих двух членов подобрана так, что бы получить известный порядок одночастичных уровней модели оболочек для симметричного потенциала. Затем Нильссон исследовал влияние деформации ядерного потенциала с цилиндрической симметрией. Пренебрегая, временно,  $\vec{l} \cdot \vec{s}$  и  $\vec{l}^2$  членами он нашел, что Гамильтониан с деформированным потенциалом может быть разбит на сферически симметричный член  $\dot{H}_0$  и член  $H_\delta$  представляющий связь частицы с осью деформации. Представление выбирается диагональным по  $\dot{H}_0$ , а так же  $l^2$ ,  $l_z$ ,  $s_z$ , которые все коммутируют с  $\dot{H}_0$ . Соответствующие квантовые числа обозначаются как  $l, A, \Sigma$ .

Тогда полный гамильтониан принимает вид

$$H = \dot{H}_0 + H_\delta + C\vec{l} \cdot \vec{s} + D\vec{l}^2, \quad (2)$$

и Нильссон тогда последние три члена трактует как возмущение. Путем соответствующего выбора параметров, воспроизводимых здесь для удобства, Нильссон пришел к

$$H = \dot{H}_0 + k\hbar\dot{\omega}_0 R, \quad (3)$$

где  $k = -\frac{1}{2}C/\hbar\dot{\omega}_0$ , и  $R$  дается следующим образом

$$R = \eta U - 2\vec{l} \cdot \vec{s} - \mu\vec{l}^2. \quad (4)$$

Здесь  $\mu = 2D/C$  и  $\eta = (\delta/k)\omega_0(\delta)/\dot{\omega}_0$  ( $\dot{\omega}_0$  есть величина  $\omega_0(\delta)$  для  $\delta = 0$ ). Параметр  $\delta$  связан с деформацией потенциала ядра, а  $U$  определяется из

$$H_\delta = \delta\hbar\omega_0 U = k\hbar\dot{\omega}_0\eta U, \quad (5)$$

где

$$U = -\frac{4}{3}\sqrt{\frac{\pi}{5}}r^2Y_{20}. \quad (6)$$

Из диагонализации оператора  $R$  Нильссон нашел собственные величины  $r^{N\Omega}(\eta)$ ; соответствующие энергии собственных величин полного Гамильтониана, которые равны

$$E^{N\Omega} = (N + \frac{3}{2})\hbar\omega_0 + k\hbar\dot{\omega}_0 r^{N\Omega} \quad (7)$$

Квантовое число  $N$  представляет главное число осцилляторного кванта, тогда как  $\Omega$  является квантовым числом, соответствующим оператору  $j_z = l_z + s_z$ , который коммутирует с  $H$ . Таким образом,  $\Omega$  есть компонент полного углового момента нуклона вдоль оси ядра. Используемые базовые вектора представляются как  $|N\Lambda\Sigma\rangle$ , где  $\Lambda$  и  $\Sigma$  являются собственными величинами операторов  $l_z$  и  $s_z$  и таким образом  $\Omega = \Lambda + \Sigma$ .

Для d-оболочки, которая является внешней оболочкой ядер, рассматриваемых здесь, Нильссон произвел диагонализацию  $R$  с  $\mu = 0$  для  $N = 0, 1, 2$ , тогда как для более высоких значений  $N$  использовались величины  $\mu$  в

диапазоне от 0,35 до 0,55. По-видимому, есть смысл исследовать влияние  $\mu\vec{l}^2$  члена на собственные значения и собственные функции соответствующие  $N=2$ . Для  $N=2$   $\Omega=5/2$  (орбита 5) существует только один собственный вектор равный  $|222+\rangle$  и собственное значение становится  $r = 2/3\eta - 2-6\mu$ . Для  $N = 2$  и  $\Omega_z = 3/2$  существует два собственных вектора  $|221+\rangle, |222-\rangle$ : т.к. член  $\mu\vec{l}^2$  является диагональным, а каждый из этих собственных векторов имеет  $l = 2$ , влияние состоит просто в добавлении постоянной диагональной матрицы - единичной матрицы  $6\mu$  раз, в матрицу диагонализированную Нильссоном. Таким образом, новые собственные величины являются как раз теми табулированными Нильссоном и деленными на  $-6\mu$ , а собственные функции являются неизменными как для орбиты 8 так и для орбиты 7.

Для  $N = 2$ ,  $\Omega = 1/2$ , однако, собственные вектора есть  $|220+\rangle, |200+\rangle, |221-\rangle$ . Аргумент, использованный для  $\Omega = 3/2$ , является теперь не законным, и матрица должна быть диагонализирована для каждой величины  $\eta$  и  $\mu$ . Результаты этих расчетов представлены в работе [5], давая собственные величины и собственные функции для орбит 11, 9 и 6. В этой работе исследуется влияние члена гамильтониана связанного с центробежной поправкой  $l^2$ . Для последовательности уровней ядер sd-оболочки даны графиками собственных величин, и графики параметра развязки для орбит с  $\Omega = 1/2$ . Другой подход к модификации модели Нильссона связан с использованием других представлений собственных векторов для деформированного гармонического осциллятора [4,6].

### ПРИЛОЖЕНИЕ МОДЕЛИ С АКСИАЛЬНОЙ СИММЕТРИЕЙ К СХЕМАМ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ

Теперь рассмотрим некоторые примеры схем распадов, для которых представлены расчеты, предназначенные для того, что бы дать лучшее согласие с экспериментом.

#### Ядра $^{25}\text{Mg}$ и $^{25}\text{Al}$

Конфигурация основного состояния для нуклонов в  $^{25}\text{Mg}$  берется в виде [7]

$$\pi\{O^{16}; d_{5/2}(1/2^2, 3/2^2)\}, \quad \nu\{O^{16}; d_{5/2}(1/2^2, 3/2^2, 5/2^1)\}. \quad (8)$$

Ядра в районе  $A = 25$  могут рассматриваться как вытянутые сфероиды поскольку электрические квадрупольные моменты соседних  $^{23}\text{Na}$  и  $^{27}\text{Al}$  являются положительными. О. Бором (1954) [8] было показано, что такие вращения, для случая четно-четных ядер, имеют энергетический спектр даваемый

$$K(J) = A[J(J+1)], \quad (9)$$

где  $J$  есть квантовое число полного углового момента ядер и  $A$  - константа для каждой полосы равная  $\hbar^2 / 2\mathfrak{I}$ ;  $\mathfrak{I}$  есть эффективный момент инерции ядра испытывающего коллективные вращения.

#### Последовательность состояний

Собранные экспериментальные результаты об уровнях в  $^{25}\text{Al}$  и  $^{25}\text{Mg}$  показаны на рис.1 и разделение низко лежащих состояний  $^{25}\text{Al}$  на полосы вращательных состояний показано на рис.1 и 2.

Доказательство для этого разделения на полосы проводится на основании, главным образом, полных угловых моментов и определения отношений ветвления распадных  $\gamma$ -лучей. Состояния, показанные на рис.2 как пунктирные линии, предсказываются на основе приведенных параметров из уравнения (10). Это состояние  $7/2^+$ .

Доказательство для предсказанного  $7/2^+$  состояния возле дублета при 2,80 МэВ было найдено Бромли [9]. На рис.1 показаны собранные известные возбужденные состояния зеркальной пары  $^{25}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Al}$  и их разложение по вращательным полосам.

$$E(J) = A\left[J(J+1) + \delta_{K,1/2}a(-1)^{J+1/2}(J+1/2)\right] + B\left[J(J+1) + \delta_{K,1/2}(-1)^{J+1/2}(J+1/2)\right]^2 \quad (10)$$

Система сферoidalный кор плюс один нуклон имеет хорошее квантовое число  $J$  вместе с  $M$  - проекцией  $J$  на некоторую ось фиксированную в пространстве, и  $K$  проекцией  $J$  на ось симметрии сфероид.  $K$  равно  $\Omega$  при отсутствии бета и гамма колебаний, что есть обычным случаем для низко лежащих состояний. Волновая функция для таких систем была дана Бором и Мотельсоном [1].

$K$  и  $\Omega$  являются, однако, хорошими квантовыми числами только при отсутствии того, что было названо «rotation-particle coupling» RPC [2]. Вращение нуклонов образующих сфероид возмущает движение внешнего нуклона, давая очень малую частоту вращения ядер, много меньшую, чем частота, связанная с движением этого отдельного нуклона. Последняя частота связана с энергией возбуждения одного нуклона, а упомянутая выше частота связана с энергией разделения вращательных состояний. Таким образом, если вращательные полосы для различных одонуклонных возбуждений перекрываются, тогда ожидается возмущение полос. Однако, RPC

в первом порядке связывает вместе только полосы одной и той же четности и те у которых  $K$  различаются на единицу или ноль [2]. Возможно из-за этого  $^{25}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Al}$  показывают так ясно для их низко лежащих состояний вращательные полосы, поскольку две главные сильно перекрывающиеся полосы  $K=5/2^+$  и  $K=1/2^+$  (см.рис.1 и 2) имеют  $\Delta K = 2$ . Другие соседние ядра, такие как  $^{21}\text{Na}$ ,  $^{23}\text{Na}$ , которые, как ожидается, тоже показывают вращательный спектр, имеют соседние полосы, которые отличаются по  $K$  только на единицу. Следовательно, для  $^{21}\text{Na}$  и  $^{23}\text{Na}$  должно ожидаться сильное возмущение полос, дающее сильную сдвигку расположения уровней, входящих в полосы.

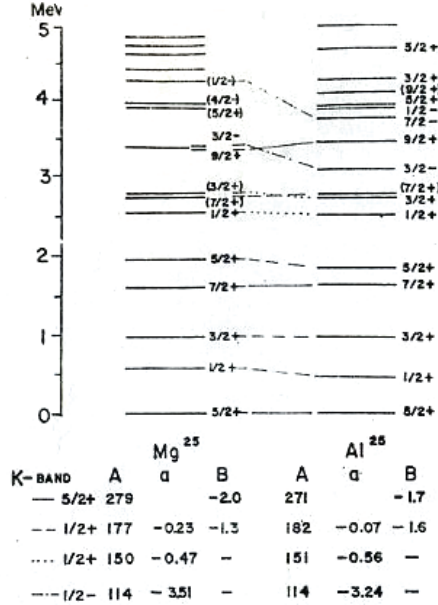


Рис. 1. Систематика уровней для зеркальной пары при  $A=25$  и величины параметров необходимые для подгонки модели с симметричным ротатором к этим ядрам. Представлены параметры для каждой из четырех полос с соответствующими значениями  $K$ .

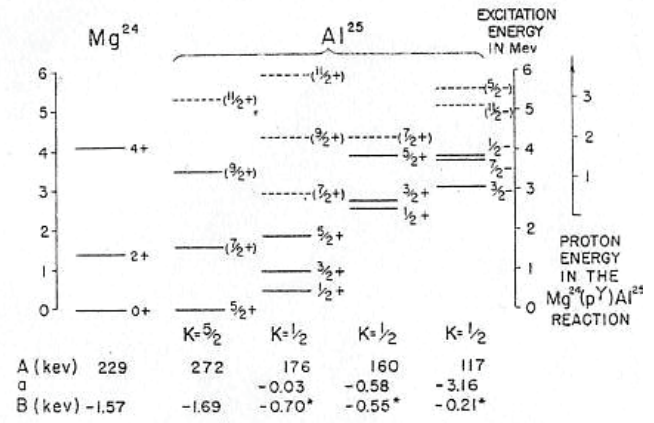


Рис. 2. Разложение низколежащих состояний ядра  $^{25}\text{Al}$  на полосы вращательных состояний с параметрами, использованными в подгонке полос. Использовались уравнения 9, 10 и 11 приведенные в тексте. Величины B, отмеченные звездочкой, показывают, что использовались те же самые вибрационные параметры, которые были использованы для последовательности состояний в  $^{24}\text{Mg}$ .

Расчеты Нильссона [4] являются наиболее подходящими для случая  $^{25}\text{Mg}$  и  $^{25}\text{Al}$ , так как они содержат расчеты собственных функций для области  $A = 25$ . Энергетические состояния модели для  $A = 25$  найдем путем расширения Нильссоновских расчетов энергии отдельных частиц в сфероидальном потенциале на большие величины  $\eta$ . Для этих целей Нильссоновское уравнение записывается следующим образом:

$$\frac{E_j}{(3/4)\hbar\omega_0} = (N_j + 3/2) \times [1 - (1/3)\epsilon^2 - (2/27)\epsilon^3]^{-1/3} + \kappa r_j(\epsilon) - \frac{1}{3\hbar\omega_0} \langle U_j \rangle, \quad (11)$$

где были использованы следующие соотношения между  $\epsilon$ ,  $\eta$  и  $\delta$

$$\kappa\eta = \epsilon [1 - (1/3)\epsilon^2 - (2/27)\epsilon^3]^{-1/3} \quad (12)$$

и

$$\epsilon = 3 \left[ \frac{\sqrt{[1 + (2/3)\delta]} - \sqrt{[1 - (4/3)\delta]}}{\sqrt{[1 - (4/3)\delta]} + 2\sqrt{[1 + (2/3)\delta]}} \right]. \quad (13)$$

Величина  $\kappa$ , которая определяет силу спин-орбитальной связи, использованная в расчетах кривых была 0,08. Это оказывается лучшей величиной для легких ядер чем 0,05 и, в этой связи, вероятно, стоит отметить, что  $d_{3/2}$ - $d_{3/2}$  расщепление равное 5,08 МэВ в  $^{17}\text{O}$  требует  $\kappa = 0,13$ . В связи с неопределенностью величины  $\kappa$  в использовании для  $A = 25$ , все соответствующие кривые даны как функции  $\eta$ , поскольку это является предпосылкой, что бы рассмотреть изменение силы спин-орбитального взаимодействия.

Параметр развязки для полосы на первом возбужденном состоянии найден равным  $a = -0,2$ . Если это состояние взять при  $\eta > b$ , то орбита 9 будет находиться ниже по энергии, чем орбита 5.

Игнорирование сильной спин-орбитальной связью ( $\kappa$ ) в пределах рамок расчетов данного типа может исключить это расхождение.

Величина  $\eta$ , использованная в соответствующих сравнениях, изменяется от приблизительно +3 до +5. Не имеет смысла *a priori* ожидать, что  $\eta$  должна быть постоянной для каждой вращательной полосы и тот факт, что различные величины  $\eta$  дают лучшее соответствие между теорией и экспериментом в соответствующих





